

Моделирование эффектов временных запаздываний в механизмах обратных связей климатической системы на примере концептуальной модели с учетом углеродного цикла



Кравец К.А., Гусакова М.А., Солдатенко С.А. | Арктический и антарктический научно-исследовательский институт, Санкт-Петербург, Россия

kakravets@aqri.ru

ВВЕДЕНИЕ

Прогнозирование и моделирование наблюдаемых изменений климата требуют развития математических инструментов, способных описывать нелинейную динамику земной климатической системы (ЗКС). Одной из ее особенностей является инерционность – климатическая система реагирует на внешние воздействия не мгновенно, а с определенной временной задержкой.

Временные лаги (задержки) в ЗКС представляют собой физический феномен, при котором реакция планетарного климата на изменение внешних воздействий происходит с запаздыванием – от месяцев и лет до десятилетий и даже столетий. Механизмы этих запаздываний связаны с тепловой инерцией компонентов ЗКС, биогеохимическими циклами, а также с действием обратных связей в системе «атмосфера – океан – криосфера – углеродный цикл».

Наличие временных запаздываний существенно влияет на динамические свойства климатической системы, ее устойчивость и отклик на внешние воздействия, в том числе антропогенные. Поэтому учет лаг-эффектов представляет важную задачу современного климатического моделирования.

Целью работы является исследование роли временных запаздываний в механизмах климатических обратных связей и их влияния на устойчивость состояний равновесия ЗКС.

Основной инструмент исследования – модифицированная двухслойная энергобалансовая модель (ЭБМ), учитывающая углеродный цикл и временные запаздывания.

МОДЕЛЬ

В работе используется концептуальная модель ЗКС, ядром которой служит двухслойная ЭБМ, дополненная глобальным углеродным циклом в упрощенной формулировке.

Верхний слой объединяет атмосферу и хорошо перемешанный поверхностный слой океана и характеризуется аномалией среднеглобальной приповерхностной температуры воздуха (ПТВ) T_s , непосредственно реагирующей на радиационный форсинг, обусловленный внешними воздействиями, в т.ч. парниковыми газами.

Нижний слой представляет собой глубокий океан, медленно обменивающийся теплом с верхним слоем, и характеризуется аномалией глобально-средней температуры глубинных слоев T_d . Этот слой формирует долгосрочную инерционность климатической системы.

Модель дополнена уравнением углеродного цикла, описывающим изменение концентрации CO_2 и учитывающим обратную связь между температурой и CO_2 .

Концентрация CO_2 в атмосфере определяет величину радиационного форсинга, который влияет на температуру верхнего слоя. Температура верхнего слоя обменивается теплом с глубоким океаном и воздействует на концентрацию CO_2 , формируя замкнутую климатическую обратную связь (рис. 1).

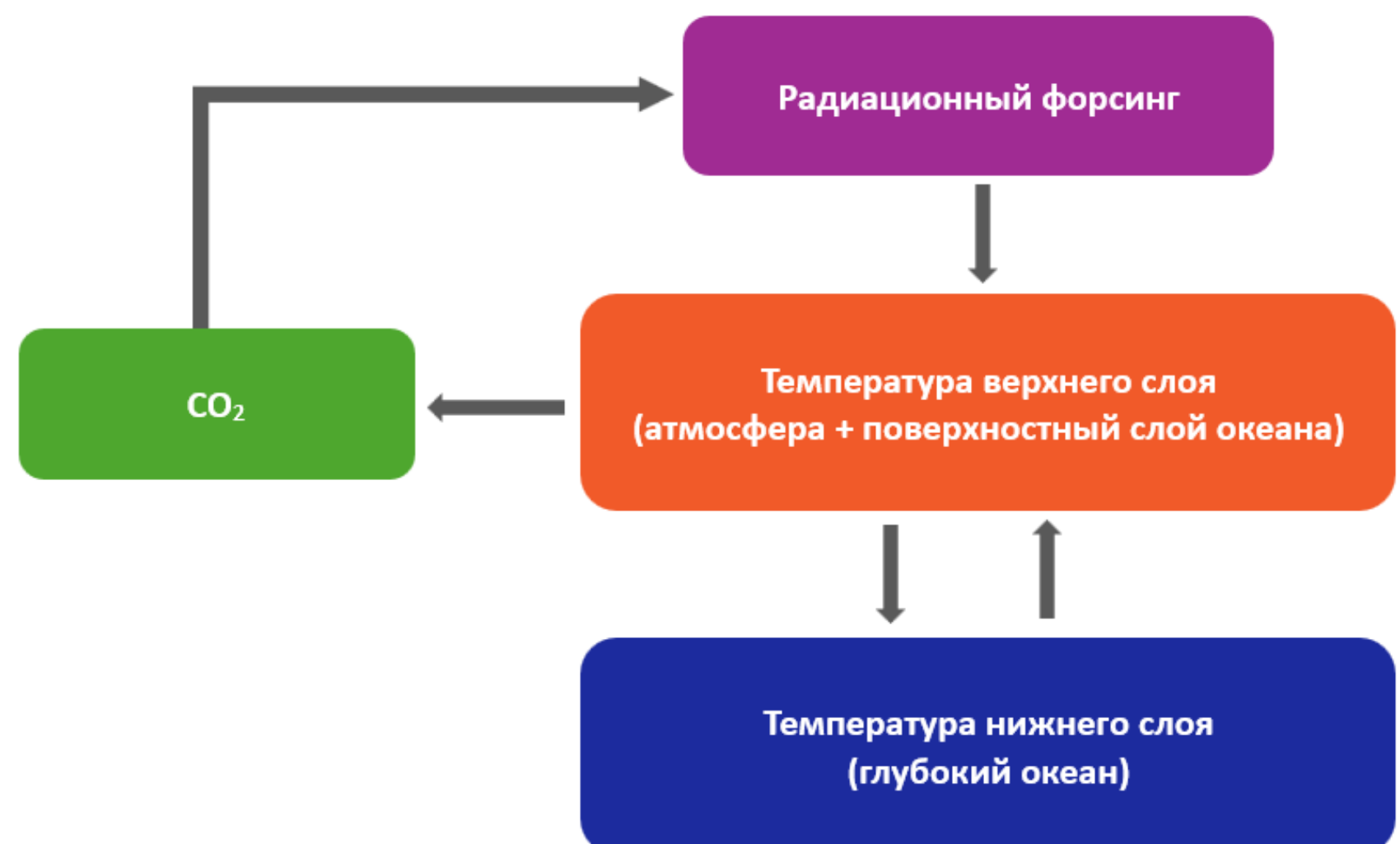


Рис. 1. Схема климатической модели

Уравнения математической модели [1–2]:

$$C_s \frac{dT_s(t)}{dt} = -\alpha T_s(t - \tau_r) - \gamma [T_s(t) - T_d(t)] + F(t) \quad (1)$$

$$C_d \frac{dT_d(t)}{dt} = \gamma [T_s(t) - T_d(t)] \quad (2)$$

$$\frac{dc(t)}{dt} = E(t) + \mu T_s(t - \tau_\mu) - \beta c(t) \quad (3)$$

где T_s – температура верхнего слоя, T_d – температура нижнего слоя, c – концентрация CO_2 , C_s и C_d – эффективные теплоемкости верхнего и нижнего слоев, α – параметр климатической обратной связи, γ – коэффициент теплообмена между слоями, τ_r – временная задержка в температурной обратной связи, $F(t)$ – радиационный форсинг, обусловленный увеличением концентрации CO_2 в атмосфере в момент времени t (рассчитывается по формуле Михре: $F(t) = \kappa \ln \left[\frac{c(t)}{c(0)} \right]$, где κ – эмпирический коэффициент, $c(t)$ – текущая концентрация CO_2 , а $c(0)$ – ее начальное (например, доиндустриальное) значение), E – скорость антропогенных эмиссий CO_2 (считаем постоянной, т.е. $E(t) = E_0$), μ – коэффициент температурной обратной связи, τ_μ – временная задержка в углеродном цикле, β – скорость удаления CO_2 из атмосферы.

В численных экспериментах использовались следующие значения параметров ЭБМ: $C_s = 7,5$ Вт·год/(м²·К); $C_d = 105$ Вт·год/(м²·К); $\alpha = 1,7$ Вт/(м²·К); $\gamma = 0,7$ Вт/(м²·К); $\kappa = 5,35$ Вт/м²; $c(0) = 280$ ppm; $c(2000) = 400$ ppm, $\mu = 0,5$ ppm/(К·год), $\beta = 0,005$ год⁻¹ ($\approx 0,5$ % в год). Временной диапазон расчета составляет 100 лет (2000–2100 гг.).

РЕШЕНИЕ ПРИ НУЛЕВЫХ ЛАГАХ

Равновесное (стационарное) состояние модели имеет вид: $T_s^* = T_d^* = 0$, $c^* = C_{\text{CO}_2}(0)$, тогда переменные T_s , T_d и c описывают соответствующие аномалии.

В соответствии с теоремой Ляпунова, линейная система является асимптотически устойчивой, если все корни ее характеристического уравнения имеют отрицательные действительные части.

Анализ характеристического уравнения системы (1) – (3) показывает, что данное условие выполняется, следовательно, равновесное состояние системы является асимптотически устойчивым.

Численное решение системы без учета запаздываний демонстрирует устойчивое поведение модели (рис. 2). Температура верхнего слоя быстро реагирует на положительный радиационный форсинг, тогда как глубокий океан нагревается значительно медленнее вследствие большой теплоемкости. Система монотонно стремится к новому равновесному состоянию, колебательные режимы отсутствуют.

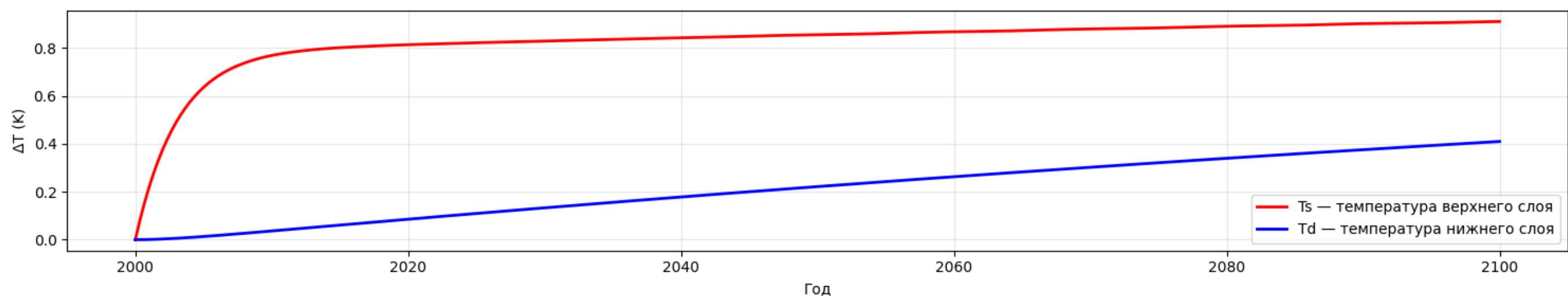


Рис. 2. Эволюция температурных аномалий без учета временных задержек ($\tau = 0$)

ВРЕМЕННОЙ ЛАГ В УРАВНЕНИИ ВЕРХНЕГО СЛОЯ

Устойчивость системы определяется корнями трансцендентного характеристического уравнения:

$$(\lambda + \beta) \left[\lambda^2 + \lambda \left(\frac{\gamma}{C_d} + \frac{\gamma}{C_s} + \frac{\alpha}{C_s} e^{-\lambda \tau_r} \right) + \frac{\alpha \gamma}{C_s C_d} e^{-\lambda \tau_r} \right] = 0 \quad (4)$$

Граница устойчивости (τ_c) находится путем отыскания чисто мнимых корней характеристического уравнения: $\lambda = i\omega$ (ω – частота). Подстановка этого выражения и разделение вещественной и мнимой частей приводят к уравнению для критической частоты колебаний ω_c [3]:

$$\omega^6 + [(g + w)^2 + w^2 - a^2]\omega^4 + w^2[(g + w)^2 - 2a^2]\omega^2 - a^2w^4 = 0 \quad (5)$$

где $a = \frac{\alpha}{C_s}$, $g = \frac{\gamma}{C_s}$, $w = \frac{\gamma}{C_d}$.

Аналитическое решение: $\omega_c = \sqrt{\frac{a^2 - (g+w)^2 + \sqrt{[a^2 - (g+w)^2]^2 + 4a^2w^2}}{2}}$ (6)

Критическое значение задержки τ_c :

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c} \arctg \left(\frac{\omega_c^2 + (\gamma/C_d)^2 + \gamma^2/(C_s C_d)}{\omega_c(\gamma/C_s)} \right) \quad (7)$$

Критическая частота определяет период возникающих колебаний: $T_c = \frac{2\pi}{\omega_c}$.

Для параметров модели имеем $\tau_c \approx 10$ лет и $T_c \approx 31$ год. При достижении τ_c система теряет устойчивость и в ней возникают самоподдерживающиеся колебания температурных аномалий с периодом T_c .

Численное моделирование показывает (рис. 3):

$\tau = 5$ лет – затухающие колебания (устойчивость сохраняется);

$\tau \approx 10$ лет – незатухающие колебания (граница устойчивости);

$\tau = 15$ лет – автоколебания с растущей амплитудой (потеря устойчивости).

Период колебаний составляет порядка 30 лет, что соответствует значению T_c .

Таким образом, при $\tau = \tau_c$ возникает бифуркация Андронова–Хопфа, и система переходит к колебательному режиму.

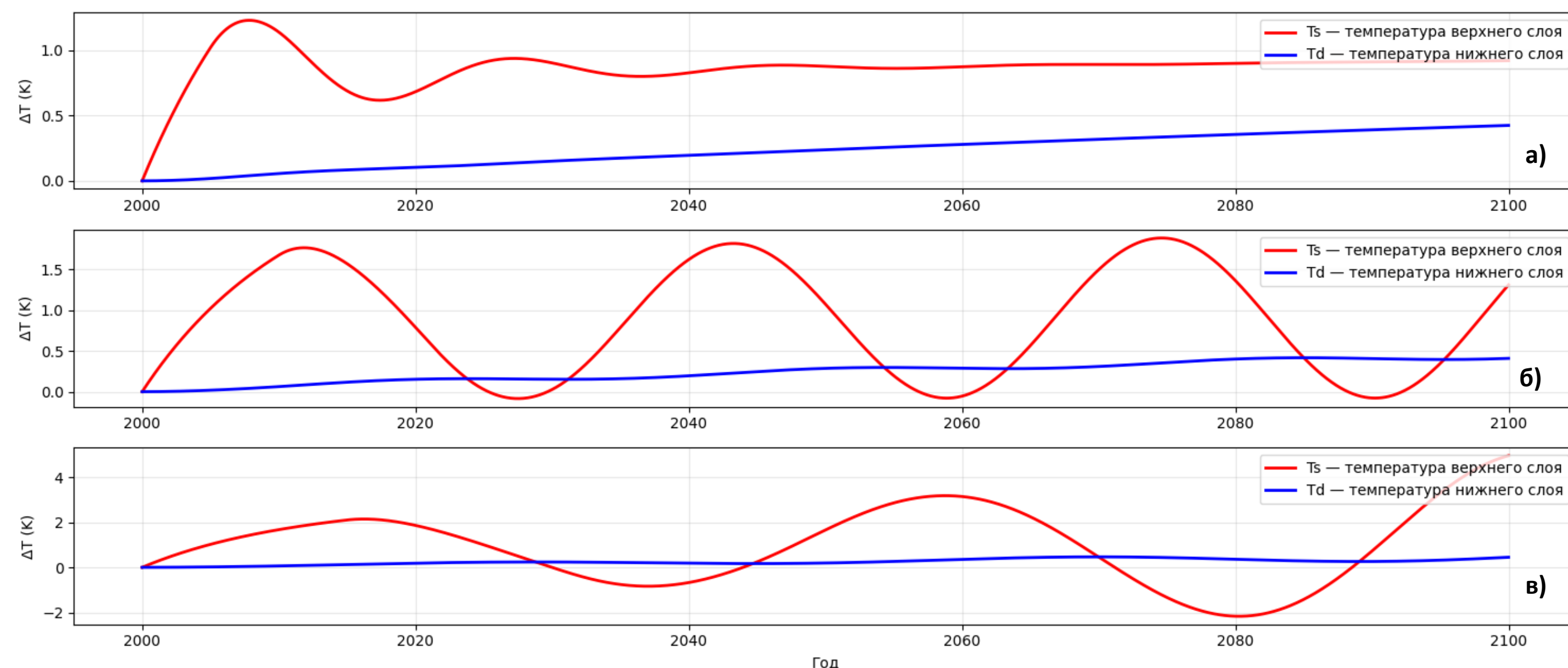


Рис. 3. Эволюция температурных аномалий при различных значениях временной задержки (а – $\tau = 5$ лет; б – $\tau = 10$ лет; в – $\tau = 15$ лет)

ВРЕМЕННОЙ ЛАГ В УРАВНЕНИИ БАЛАНСА CO_2

Характеристическое уравнение содержит экспоненциальный множитель $e^{-\lambda \tau_\mu}$:

$$(\lambda + \beta) \left[\lambda^2 + \lambda \left(\frac{\gamma}{C_d} + \frac{\gamma}{C_s} + \frac{\alpha}{C_s} \right) + \frac{\alpha \gamma}{C_s C_d} \right] - R \left(\lambda + \frac{\gamma}{C_d} \right) e^{-\lambda \tau_\mu} = 0 \quad (8)$$

где $R = \frac{\kappa \mu}{C_s c^*}$.

Анализ (8) показывает, что уравнение не имеет чисто мнимых корней, следовательно, равновесное состояние остается асимптотически устойчивым при любых τ_μ .

При $\tau_\mu = 0$ устойчивость системы определяется параметром R . Существует некоторое R_c , при превышении которого система теряет устойчивость. Согласно расчетам, данное условие выполняется, когда фоновая концентрация CO_2 менее 70 ppm.

Численные расчеты (рис. 4) подтверждают, что задержка приводит к запаздыванию изменения концентрации CO_2 . При этом температурный режим сохраняет устойчивый характер, колебательные режимы не возникают.

Таким образом, задержка в углеродном цикле не приводит к потере устойчивости климатической системы.

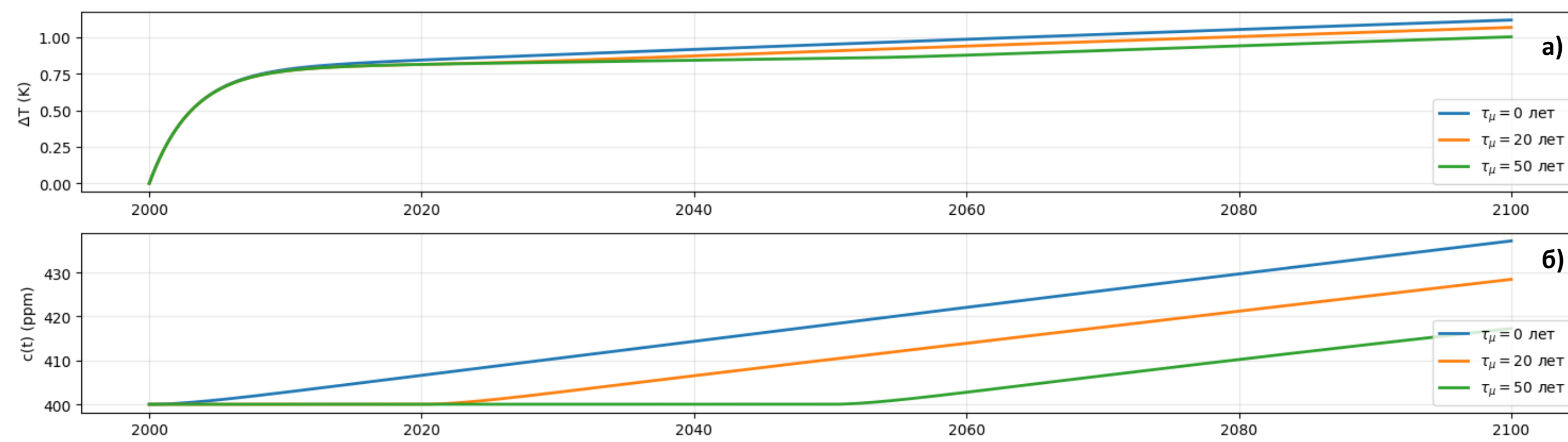


Рис. 4. Эволюция аномалий ПТВ (а) и концентрации CO_2 (б) при различных значениях временной задержки τ_μ

ВЫВОДЫ

- Без временных задержек система устойчива: температуры слоев монотонно стремятся к стационарному состоянию.
- Задержка в температурной обратной связи может приводить к потере устойчивости и возникновению автоколебаний (бифуркация Андронова–Хопфа).
- Задержка в углеродном цикле изменяет динамику CO_2 , но не приводит к потере устойчивости системы.

Таким образом, различные типы запаздывающих обратных связей по-разному влияют на устойчивость климатической системы Земли.

ЛИТЕРАТУРА

- Geoffroy O., Saint-Martin D., Olivé D.J.L., et al. Transient climate response in a two-layer energy-balance model. Part I: Analytical solution and parameter calibration using CMIP5 AOGCM experiments. Journal of Climate, 2012, vol. 26, pp. 1841–1857.
- Елисеев А.В. Глобальный цикл CO_2 : основные процессы и взаимодействие с климатом. Фундаментальная и прикладная климатология, 2017, т. 4, с. 9–31.
- Солдатенко С.А. Влияние временных запаздываний на устойчивость состояний равновесия климатической системы. Метеорология и гидрология, 2026 (в печати).