ИНСТИТУТ ФИЗИКИ АТМОСФЕРЫ ИМ. А.М. ОБУХОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ИНТЕНСИВНЫЕ АТМОСФЕРНЫЕ ВИХРИ И ИХ ДИНАМИКА

Под редакцией

И.И. Мохова, М.В. Курганского, О.Г. Чхетиани

Москва
ГЕОС
2018

УДК 551.5/532.5
ББК 26.23/22.253.3

Интенсивные атмосферные вихри и их динамика.
Под ред. И.И. Мохова, М.В. Курганского, О.Г. Чхетиани.
М.: ГЕОС, 2018. 482 с. ISBN 978-5-89118-764-1

Представлены результаты экспериментальных, диагностических, теоретических и модельных исследований интенсивных атмосферных вихрей, которые в течение последних лет выполнялись в Институте физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН при поддержке Российского научного фонда (грант № 14-17-00806). Сделана попытка общего анализа иерархии интенсивных атмосферных вихрей – циркумполярных вихрей и центров действия атмосферы океанского и континентального масштаба, внетропических циклонов и антициклонов, в том числе блокирующих антициклонов, тропических циклонов (ураганов, тайфунов), интенсивных полярных мезоциклонов (“полярных ураганов”), смерчей (торнадо).

Книга может быть полезна достаточно широкому кругу читателей, в том числе специалистам, аспирантам, студентам.

Intense atmospheric vortices and their dynamics.
Edited by: I.I. Mokhov, M.V. Kurgansky, O.G. Chkhetiani.
Moscow: GEOS, 2018. 482 p. ISBN 978-5-89118-764-1

The results of experimental, diagnostic, theoretical and model studies of intense atmospheric vortices are presented. During the last years of research, they were performed at the A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics of the Russian Academy of Sciences with the support of the Russian Science Foundation (grant No. 14-17-00806). An attempt was made for general analysis of the intense atmospheric vortices hierarchy, including circumpolar vortices and atmospheric centers of action of the oceanic and continental scale, extratropical cyclones and anticyclones, including blocking anticyclones, tropical cyclones (hurricanes, typhoons), polar lows ("polar hurricanes"), tornadoes.

The book can be useful to a wide audience, including researchers, graduate and undergraduate students.

Книга издана при финансовой поддержке Российского Научного Фонда,
проект № 14-17-00806.

© Институт Физики атмосферы им. А.М. Обухова
Российской академии наук, 2018
© Коллектив авторов, 2018
© ООО «Издательство ГЕОС», 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение (*И.И. Мохов*) 5
Глава 1. Интенсивные вихри в атмосфере (наблюдения и анализ данных) 6
1.1. Центры действия атмосферы (*И.И. Мохов, А.В. Чернокульский, А.М. Осипов*) 6
1.2. Блокирующие антициклоны (*И.И. Мохов, А.В. Тимажев*) 24
1.3. Внетропические циклоны и антициклоны (*М.Г. Акперов, И.И. Мохов*) . . 32
1.4. Циклон-антициклонная асимметрия в атмосфере внетропических широт (*И.И. Мохов, М.Г. Акперов, М.А. Дембицкая*) 59
1.5. Тропические циклоны и их трансформирование во внетропические (*И.И. Мохов*) 65
1.6. Полярные мезоциклоны (*И.И. Мохов*) 72
1.7. Смерчи (*М.В. Курганский, А.В. Чернокульский, Д.И. Захарченко*). 83
1.8. Индексы смерчегенеза (*А.В. Чернокульский, М.В. Курганский, И.И. Мохов*) 102
1.9. Вихревая активность и аномалии состава атмосферы (*С.А. Ситнов, И.И. Мохов*) 108

Глава 2. Теоретические исследования атмосферных вихрей 131
2.1. Масштабный анализ атмосферных движений (*М.В. Курганский*) 131
2.2. Конечномодовые модели крупномасштабной циркуляции (*А.Е. Гледзер*) 139
2.3. Центры действия атмосферы и их модели 162
2.3.1. МП-модель для центров действия атмосферы (*И.И. Мохов*) 162
2.3.2. Гамильтоновая динамическая система антиподальных точечных вихрей на вращающейся сфере (*С.Г. Чефранов, И.И. Мохов*) 164
2.4. Механизмы формирования атмосферных блокингов и их модели 181
2.4.1. МП-модель для атмосферных блокингов (*И.И. Мохов*) 181
2.4.2. Уравнение Чарни–Обухова – блокинги (*М.В. Курганский*) 183
2.4.3. Связь блокингов с транзиентными неустойчивостями (*О.Г. Чхетиани, М.В. Калашник*) 189
2.5. Внетропические циклоны и антициклоны: механизмы генерации и модели 200
2.5.1. ММПХ-модель для внетропических циклонов и антициклонов (*И.И. Мохов*) 200
2.5.2. Вероятности циклонов и режим Россби (*М.В. Курганский*) 204
2.5.3. Негеострофическая модель бароклинной неустойчивости (*М.В. Калашник*) 206
2.5.4. Формирование фронтов и струйных течений при геострофическом приспособлении в атмосфере. Характерные масштабы и горизонтальная асимметрия струйных течений (*М.В. Калашник, О.Г. Чхетиани*) 222
2.5.5. Циклон–антициклонная асимметрия 239
2.5.5.1. Механизмы и эффекты (*М.В. Калашник, О.Г. Чхетиани, А.А. Хапаев*) 239

2.5.5.2. Нелинейное затухание квазидвумерных вихревых течений (*М.В. Калашник, О.Г. Чхетиани*) 252
2.5.6. Концептуальные вихревые модели (*В.М. Гряник, И.И. Мохов*) 263
2.6. Тропические циклоны и полярные мезоциклоны: критерии и механизмы возникновения 273
2.6.1. Комплексный критерий возникновения тропических циклонов и полярных мезоциклонов (*Г.С. Голицын, И.И. Мохов*) 273
2.6.2. Полярные мезоциклоны (*М.В. Курганский*) 276
2.6.3. Гидродинамические модели зарождения и интенсификации тропических циклонов 284
2.6.3.1. Конвективная неустойчивость слоя влажной атмосферы. Зарождение локализованных конвективных вихрей (*М.В. Калашник*) . 285
2.6.3.2. Аналитическая модель интенсификации тропического циклона (*М.В. Калашник*) 296
2.6.4. Связь интенсивности и длительности тропических циклонов (*И.И. Мохов*) 308
2.7. Модели смерчеобразных вихрей 311
2.7.1. Простая модель смерчеобразных вихрей (*М.В. Курганский*) 311
2.7.2. Простейшая модель смерча (*М.В. Курганский*) 320
2.7.3. Перемешивание, вращение, осцилляции, и КПД при фазовых переходах в вихревых образованиях в облачных системах (*Е.Б. Гледзер*) . . 323
Глава 3. Лабораторное моделирование интенсивных атмосферных вихрей 339
3.1. Зональные потоки, волны Россби и блокирование переноса вихрей в лабораторных экспериментах с вращающимися кольцевыми каналами (*А.Е. Гледзер, Е.Б. Гледзер, А.А. Хапаев, О.Г. Чхетиани*) 339
3.2. Струйные течения и режимы суб- и суперротации в лабораторных экспериментах (*А.Е. Гледзер, Е.Б. Гледзер, А.А. Хапаев, О.Г. Чхетиани*) 356
3.3. Крупномасштабные структуры, вихри и струи в численных экспериментах с уравнениями мелкой воды во вращающихся кольцевых каналах (*А.Е. Гледзер*) 377
3.4. Моделирование условий образования смерчеподобных и ураганоподобных вихрей во вращающейся жидкости (*В.А. Довженко*) 391
Глава 4. Модельные оценки вихревой активности в атмосфере при климатических изменениях 398
4.1. Изменения характеристик центров действия атмосферы (*И.И. Мохов, А.В. Чернокульский, А.М. Осипов*) 398
4.2. Изменения активности атмосферных блокингов (*И.И. Мохов, А.В. Тимажев*) 404
4.3. Изменения характеристик внетропических циклонов и антициклонов (*М.Г. Акперов, И.И. Мохов*) 408
4.4. Тропические циклоны: тенденции изменений (*И.И. Мохов*) 429
4.5. Полярные мезоциклоны: тенденции изменений (*И.И. Мохов*) 432
4.6. Изменения смерчегенеза (*А.В. Чернокульский, М.В. Курганский, И.И. Мохов*) 434
Литература 439

ВВЕДЕНИЕ

В данной монографии представлены результаты экспериментальных, диагностических, теоретических и модельных исследований интенсивных атмосферных вихрей, которые проводились в Институте физики атмосферы (ИФА) им. А.М. Обухова РАН. В течение последних лет эти исследования выполнялись при поддержке Российского научного фонда (грант № 14-17-00806). Исследования по вихревой динамике атмосферы имеют в ИФА многолетнюю историю, начиная с его основания в 1956 г. В связи с этим новые результаты последних лет сопоставляются с ранее полученными, в том числе в рамках Программ РАН и различных российских и международных проектов.

В книге сделана попытка общего анализа целой иерархии интенсивных атмосферных вихрей – от циркумполярных вихрей и центров действия атмосферы океанского и континентального масштаба до локальных смерчей и торнадо. Иерархия атмосферных вихрей включает внетропические циклоны и антициклоны, в том числе блокирующие антициклоны, тропические циклоны (ураганы, тайфуны) и интенсивные полярные мезоциклоны (“полярные ураганы”).

Результаты исследований генезиса и эволюции атмосферных вихрей, значимые с точки зрения фундаментальной науки, имеют и важное прикладное значение. С интенсивными атмосферными вихрями связаны существенные погодно-климатические особенности и сильнейшие региональные аномалии. Рекордные морозы в Северном полушарии связаны с влиянием Сибирского антициклона континентального масштаба. С формированием блокирующих антициклонов связаны как аномальная региональная жара и засухи летом, так и зимние морозы. Особую опасность для прибрежных регионов представляют тропические ураганы (тайфуны). А во внетропических широтах ключевые региональные погодно-климатические особенности связаны со сменяемостью циклонов с облаками и осадками и антициклонов с их отсутствием.

Первая глава посвящена анализу режимов интенсивных вихрей в атмосфере и их изменчивости по разным данным наблюдений, в том числе спутниковых, и реанализа. Во второй главе представлены результаты теоретических исследований, в том числе на основе концептуальных моделей для вихрей разного масштаба с различными ключевыми механизмами их генерации. В третьей главе отмечены результаты лабораторного моделирования вихревых режимов. Последняя глава посвящена оценкам вихревой активности в атмосфере при возможных сценариях глобальных климатических изменений при учете естественных и антропогенных воздействий с оценкой риска возможных последствий.

И.И. Мохов

ГЛАВА 1. Интенсивные вихри в атмосфере (наблюдения и анализ данных)

1.1. Центры действия атмосферы

Ключевыми крупномасштабными структурными образованиями в атмосфере земной климатической системы являются так называемые центры действия атмосферы (ЦДА), в том числе квазипостоянные субтропические антициклонические и субполярные циклонические образования над океаном, сезонные образования с минимумом летом или максимумом зимой в поле давления над континентами. ЦДА четко проявляются в среднемесячных и сезонных распределениях приповерхностного давления и отражают достаточно устойчивые особенности общей циркуляции атмосферы.

В Северном полушарии (СП) в поле давления над океанами выделяются Алеутский и Исландский циклонические ЦДА в субарктических широтах, а также Азорский и Гавайский антициклонические ЦДА в субтропических широтах. Над континентами в зимние сезоны отмечаются антициклонические ЦДА – Сибирский и Североамериканский, а в летние сезоны циклонические ЦДА – Южноазиатский и Североамериканский. Наряду с этим выделяют проявляются квазипостоянный Гренландский антициклон и Средиземноморский зимний циклон (рис. 1–2, табл. 1).

В Южном полушарии (ЮП) в субтропических широтах над океанами формируются квазипостоянные субтропические антициклонические ЦДА – Южноатлантический, Южноиндийский и Южнотихоокеанский. В субантарктических, чисто океанических (в отличие от СП), широтах отмечается сплошная зона пониженного давления. Над континентами можно выделить сезонные ЦДА – циклонические летние (Южноафриканский, Австралийский и Южноамериканский) и соответствующие антициклонические зимние. Проявляется также антарктический антициклон, как и арктический.

С ЦДА связаны как существенные региональные особенности, так и процессы глобального масштаба (*Rossby et al., 1939*; *Haurwitz, 1940*; *Блинова, 1943*; *Smagorinsky, 1953*; *Писниченко, 1980*; *Wallace, 1988*; *Галин и Харитоненко, 1989*; *Мохов и Петухов, 1989*, *2000*; *Переведенцев и др., 1994*; *Гущина и Петросянц, 1998*; *Cohen et al., 2001*; *Мохов и Хон, 2005*; *Хон и Мохов, 2006*; *Chernokulsky et al., 2013*; *Железнова и Гущина, 2016*). Индекс северо-атлантического колебания и другие индикаторы изменений общей циркуляции атмосферы непосредственно определяются характеристиками соответствующих ЦДА. В частности, динамика Североатлантического колебания определяется интенсивностью Исландского минимума и Азорского максимума. С зимним Сибирским антициклоном связан полюс холода северного полушария. При этом наибольшее приповерхностное потепле-

Таблица 1. Выделенные области формирования ЦДА

Северное полушарие	максимумы	Азорский максимум	(20–45º с.ш., 10–60º з.д.)
		Арктический максимум	(70–90º с.ш., 75º в.д. – 70º з.д.)
		Гавайский максимум	(20–45º с.ш., 170º в.д.– 120º з.д.)
		Гренландский максимум	(70–87º с.ш., 20–60º з.д.)
		Североамериканский максимум	(35–70º с.ш., 70–120º з.д.)
		Сибирский максимум	(35–66º с.ш., 60–135º в.д.)
	мини-мумы	Азиатский минимум	(10–35º с.ш., 40–95º в.д.)
		Алеутский минимум	(35–65º с.ш., 150º в.д. – 140º з.д.)
		Исландский минимум	(50–70º с.ш., 0–60º з.д.)
		Североамериканский минимум	(20–45º с.ш., 100–120º з.д.)
Южное полушарие	макси-мумы	Антарктический максимум	(75–90º ю.ш., 30–140º в.д.)
		Маскаренский максимум	(20–40º ю.ш., 40–110º в.д.)
		Южно-Атлантический максимум	(15–45º ю.ш., 40° з.д. – 15° в.д.)
		Южно-Тихоокеанский максимум	(15–45º ю.ш., 75–135º з.д.)
	мини-мумы	Индоокеанский минимум	(45–75º ю.ш., 60–130º в.д.)
		Южно-Атлантический минимум	(45–75º ю.ш., 50° з.д. – 55° в.д.)
		Южно-Тихоокеанский минимум	(55–85º ю.ш., 170° в.д. – 90º з.д.)

ние за последние десятилетия отмечено для зимнего сезона в северной части Азии в зоне влияния Сибирского антициклона (*Climate Change, 2013*; *ВОД, 2014*).

Эти крупномасштабные атмосферные структуры связаны с квазистационарными планетарными волнами, а с другой стороны их можно характеризовать как крупномасштабные вихревые структуры. Двойственная природа связанных с ЦДА образований проявляется и в их вертикальной структуре (*Rossby, 1939*).

Анализу природы ЦДА посвящены работы (*Rossby et al., 1939*; *Haurwitz, 1940*; *Блинова, 1943*), получившие дальнейшее развитие (см., напр. (*Галин и Харитоненко, 1989; Гущина и Петросянц, 1998*; *Мохов и Петухов, 1989, 2000*)). В (*Rossby et al., 1939*; *Haurwitz, 1940*; *Блинова, 1943*) режимы формирования ЦДА исследовались с использованием волн Россби-Блиновой. Существенная часть энергии этих волн заключена в стационарной составляющей, проявляющейся в положительных и отрицательных аномалиях осредненного по времени поля давления в тропосфере. С другой стороны, ЦДА можно характеризовать как крупномасштабные вихревые структуры (*Мохов и Петухов, 1989*). В (*Галин и Харитоненко, 1989*) сделан вывод о том, что крупномасштабные аномалии барического поля в нижней тропосфере определяются в основном термическим фактором, хотя их локализация и интенсивность зависят и от орографического воздействия. В (*Мохов и Петухов, 2000*) получены аналитические выражения для моды, вносящей основной вклад в формирование ЦДА. Модельные выражения, полученные в (*Мохов и Петухов, 2000*), дают возможность провести качественный анализ чувствительности характеристик ЦДА к глобальным антропогенным изменениям, вызванным изменениями содержания парниковых газов в атмосфере, и естественным изменениям, связанным, например, с явлениями типа Эль-Ниньо. Глобальные климатические изменения, влияющие на вихревую активность в атмосфере, проявляются и в особенностях ЦДА. Значительное приповерхностное потепление в последние десятилетия отмечено для зимнего сезона в зоне влияния Сибирского антициклона. Существенные аномалии приповерхностной температуры в север-

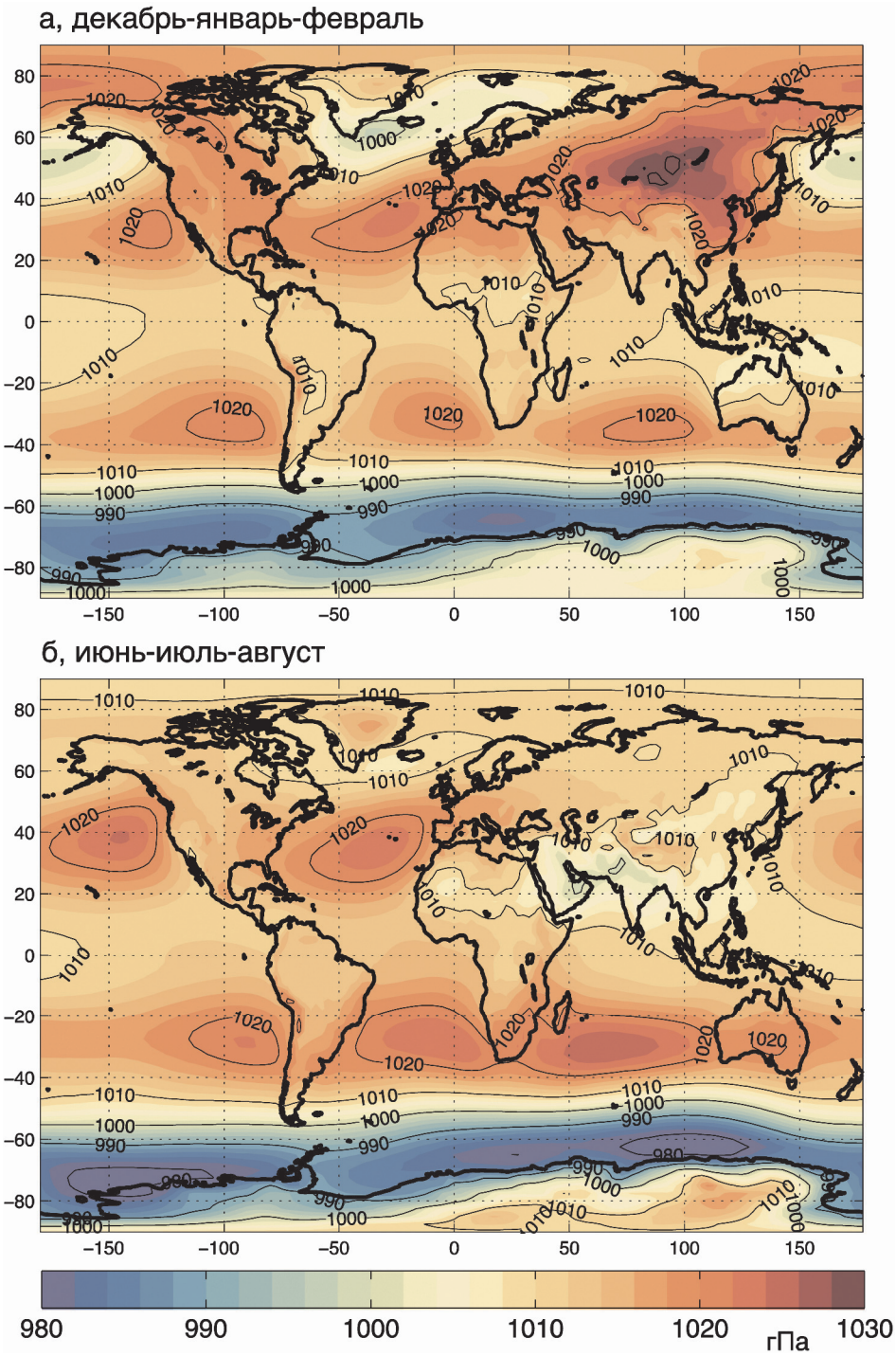


Рис. 1. Распределение среднего давления на уровне моря зимой (а) и летом (б) Северного полушария по данным реанализа ERA-Interim для периода 1980–2015 гг.

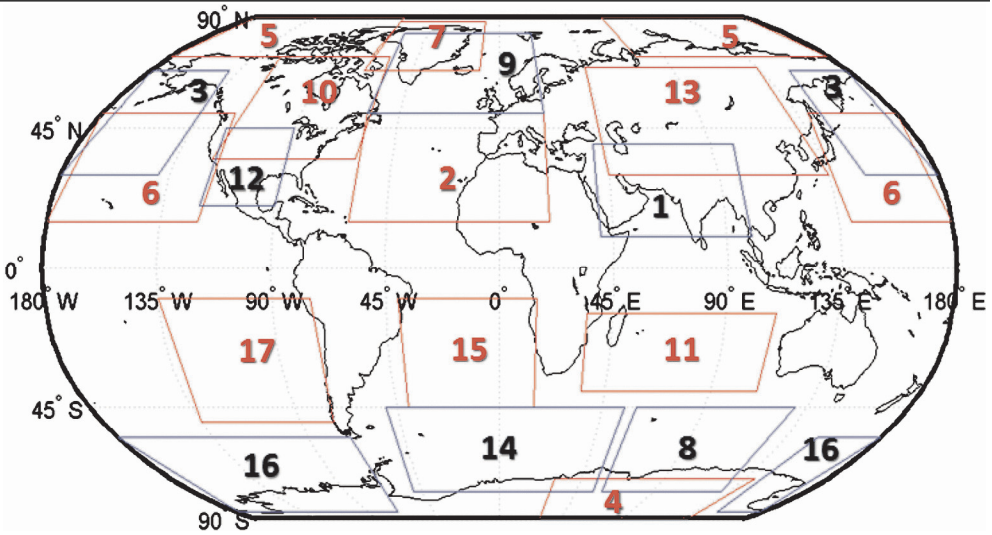


Рис. 2. Регионы формирования ЦДА:
1 – Азиатский минимум, 2 – Азорский максимум, 3 – Алеутский минимум, 4 – Антарктический максимум, 5 – Арктический максимум, 6 – Гавайский максимум, 7 – Гренландский максимум, 8 – Индоокеанский минимум, 9 – Исландский минимум, 10 – Североамериканский максимум, 11 – Маскаренский максимум, 12 – Североамериканский минимум, 13 – Сибирский максимум, 14 – Южноатлантический минимум, 15 – Южноатлантический максимум, 16 – Южнотихоокеанский минимум, 17 – Южнотихоокеанский максимум

ной части Северной Америки связаны с режимом Алеутского циклона (*Гущина и Петросянц, 1998*; *Мохов и Петухов, 2000*; *Trenberth et al., 1998*; *Мохов и Хон, 2005*).

При анализе ЦДА используются разные индикаторы. В качестве оценки ЦДА используется, в частности, значение абсолютного максимума (минимума) в центре ЦДА и положение этого центра (см., напр., (*Мохов и Хон, 2005*; *Хон и Мохов, 2006*). Интенсивность ЦДА можно характеризовать средним давлением на уровне моря в области его проявления – с повышенным или пониженным давлением для антициклонических ил циклонических условий, соответственно (*Chernokulsky et al., 2013*). Интенсивность ЦДА также может быть оценена по индексу циркуляции скорости ветра по контуру ЦДА (см. напр. (*Гущина и Петросянц, 1998*; *Железнова и Гущина, 2016*)). В табл. 2, 3 представлены результаты анализа интенсивности ЦДА I_C, характеризуемой средним давлением по области действия ЦДА аналогично (*Chernokulsky et al., 2013*) (области действия ЦДА приведены на рис. 2 и в табл. 1). В табл. 4 представлены также соответствующие оценки для экстремумов давления (максимума/минимума) в ЦДА I_{CM}, их широты φ_C и долготы λ_C.

В табл. 2 и 3 приведены значения I_C и I_{CM} для ЦДА для XX века по разным данным: по данным реанализа NOAA-CIRES-20CR (Compo et al., 2011), реанализа ERA-20C (*Poli et al., 2016*) и модельным расчётам с климатическими моделей INM-CM4 (*Володин и др., 2010*), IPSL-CM5A-MR (*Dufresne et al., 2013*), MPI-ESM-MR (*Giorgetta et al., 2013*) при сценарии с использованием сценарии historical для внешних воздействий. Приведены значения давления, осредненные за сезон для сезонных ЦДА и за год для ЦДА, действующих круглогодично. В целом, климатические модели адекватно воспроизводят основные характеристики ЦДА. Су-

Таблица 2. Средние для периода 1900–2005 гг. значения I_C (гПа) для разных ЦДА по данным разных систем реанализа и результатам расчетов с климатическими моделями (при историческом сценарии historical)

Центр действия атмосферы			Данные				
			NOAA CIRES 20CR	ERA-20C	INM-CM4	IPSL-CM5A-MR	MPI-ESM-MR
Северное полушарие	максимумы	Азорский максимум	1018,8	1018,6	1019,2	1020,9	1019,1
		Арктический максимум	1016,3	1018,2	1012,0	1015,2	1015,1
		Гавайский максимум	1017,5	1017,4	1018,0	1016,9	1018,2
		Гренландский максимум	1014,6	1015,3	1013,9	1020,5	1015,6
		Североамериканский максимум	1018,1	1018,7	1015,2	1017,2	1016,3
		Сибирский максимум	1027,2	1026,0	1025,1	1026,7	1024,3
	минимумы	Азиатский минимум	1003,2	1004,0	1001,6	1005,9	1002,4
		Алеутский минимум	1011,6	1011,9	1009,7	1010,3	1012,8
		Исландский минимум	1005,1	1005,7	1004,8	1002,5	1004,0
		Североамериканский минимум	1011,4	1012,1	1011,7	1014,2	1011,9
Южное полушарие	максимумы	Антарктический максимум	1014,6	1009,3	1021,2	1052,6	1008,0
		Маскаренский максимум	1018,5	1018,6	1017,9	1017,7	1018,4
		Южно-Атлантический максимум	1017,4	1017,0	1017,5	1018,1	1016,9
		Южно-Тихоокеанский максимум	1017,6	1016,9	1017,1	1017,5	1017,2
	минимумы	Индоокеанский минимум	996,7	996,3	996,7	1001,0	994,8
		Южно-Атлантический минимум	995,9	996,8	993,6	997,6	995,0
		Южно-Тихоокеанский минимум	992,9	991,9	989,9	997,3	991,8

щественно более высокое давление отмечено в отдельных модельных оценках для Антарктического максимума. Это может быть связано с особенностями приведения давления к уровню моря – средняя высота антарктического ледового щита около 3 км.

Таблица 3. Средние для периода 1900–2005 гг. значения $I_{СМ}$ (гПа) для разных ЦДА по данным реанализа и результатам расчетов с климатических моделями (при историческом сценарии – historical)

Центр действия атмосферы			Данные				
			NOAA CIRES 20CR	ERA-20C	INM-CM4	IPSL-CM5A-MR	MPI-ESM-MR
Северное полушарие	максимумы	Азорский максимум	1022,1	1022,1	1022,3	1024,3	1023,2
		Арктический максимум	1019,8	1019,8	1014,9	1019,4	1017,9
		Гавайский максимум	1021,4	1021,4	1021,7	1021,9	1023,3
		Гренландский максимум	1017,1	1017,1	1018,8	1042,9	1020,0
		Североамериканский максимум	1023,0	1023,0	1024,9	1035,6	1023,3
		Сибирский максимум	1035,1	1035,1	1042,7	1077,4	1033,2
	минимумы	Азиатский минимум	994,1	994,1	990,3	995,4	984,4
		Алеутский минимум	1005,6	1005,6	1002,3	1003,6	1006,2
		Исландский минимум	996,2	996,2	997,6	993,3	995,6
		Североамериканский минимум	1008,0	1008,0	1007,2	1010,3	1009,0
Южное полушарие	максимумы	Антарктический максимум	1019,8	1019,8	1029,9	1071,5	1014,9
		Маскаренский максимум	1021,3	1021,3	1020,6	1020,8	1022,2
		Южно-Атлантический максимум	1021,3	1021,3	1021,6	1023,1	1021,9
		Южно-Тихоокеанский максимум	1021,1	1021,1	1020,9	1021,8	1021,8
	минимумы	Индоокеанский минимум	986,1	986,1	982,9	985,5	983,8
		Южно-Атлантический минимум	986,1	986,1	982,5	986,3	984,4
		Южно-Тихоокеанский минимум	986,9	986,9	982,3	989,6	985,2

Наиболее мощный ЦДА в Северном полушарии – Сибирский максимум с характерными значениями $I_С$ и $I_{СМ}$ составляют 1026–1027 и 1035 гПа, соответственно. В Южном полушарии для всех максимумов отмечены подобные значения $I_С$ и $I_{СМ}$. Наиболее глубокие минимумы – Южно-Тихоокеанский ($I_С$ = 992–993 гПа) и Индоокеанский ($I_{СМ}$ = 986 гПа). В Северном полушарии наименьшие значения $I_С$ и $I_{СМ}$ отмечены в области Азиатского минимума.

Таблица 4. Средние характеристики основных (интенсивности, долготы и широты экстремумов) ЦДА в СП зимой (1949–2000 гг.) по различным данным (*Мохов и Хон, 2005*)

Данные	Исланд-ский минимум	Алеутский минимум	Азорский максимум	Гавайский максимум	Сибирский максимум	С.Америк. максимум
I_{CMA}, гПа						
ВНИИГ-МИ-МЦД	–19.0 (4.7)	18.4 (4.6)	9.6 (3.1)	7.1 (2.4)	27.5 (6.4)	27.5 (6.4)
CRU	–18.1 (4.7)	–17.1 (4.3)	9.3 (2.6)	6.7 (2.1)	21.3 (3.8)	21.3 (3.8)
NCEP-NCAR	–19.4 (4.7)	–17.6 (4.1)	9.0 (2.7)	7.4 (2.2)	24.7 (2.5)	24.7 (2.5)
λ_C, °						
ВНИИГ-МИ-МЦД	–28.1 (10.5)	183.1 (9.2)	–22.5 (8.9)	222.8 (8.6)	97.0 (5.1)	255.8 (9.7)
CRU	–22.4 (23.6)	182.9 (16.5)	–19.0 (15.0)	228.3 (5.1)	95.2 (5.8)	256.7 (12.3)
NCEP-NCAR	–23.2 (23.6)	180.0 (15.5)	–14.3 (19.4)	226.6 (4.6)	90.7 (3.8)	249.1 (4.1)
φ_C, °						
ВНИИГ-МИ-МЦД	60.3 (4.1)	51.1 (2.6)	36.0 (4.8)	31.5 (3.6)	50.8 (2.5)	47.2 (7.4)
CRU	62.5 (5.1)	51.9 (3.2)	34.9 (5.3)	31.4 (2.3)	47.5 (2.9)	44.8 (9.5)
NCEP-NCAR	62.7 (5.2)	51.9 (3.1)	37.3 (6.4)	30.6 (2.8)	49.7 (2.2)	43.3 (4.3)

В табл. 4 приведены значения I_{CMA} (аномалии I_{CM} относительно среднеполушарного давления), λ_C и φ_C для зимнего периода для ЦДА Северного полушария по данным реанализа NCEP-NCAR (*Kistler et al., 2011*) в сопоставлении с данными CRU и ВНИИГМИ-МЦД на основе аблюдений. Средние характеристики ЦДА по разным данным достаточно хорошо (в пределах среднеквадратических отклонений) согласуются (*Мохов и Хон, 2005*).

На рис. 3 представлены межгодовые изменения аномалий I_C для зимних ЦДА в Северном полушарии по данным разных систем реанализа – NOAA-CIRES-20CR, ERA-20C и ERA-Interim. Проявляются существенные межгодовые колебания I_C (в пределах 10–15 гПа), более выраженные для циклонических ЦДА (Алеутского и Исландского минимумов). В целом анализировавшиеся данные достаточно хорошо согласуются. Коэффициент корреляции интенсивности ЦДА по различным данным для разных ЦДА получен в диапазоне от 0,77 для Южно-Тихоокеанского АЦ до 0,99 для Азорского максимума. Он статистически значим (на уровне значимости 99%) для всех ЦДА.

Стоит отметить, что для основанных на наблюдениях данных CRU и ВНИИГМИ-МЦД была отмечена меньшая согласованность, чем для анализировавшихся систем реанализа. В (*Мохов и Хон, 2005*) показано, что лучшее соответствие межгодовых вариаций I_{CMA} по разным данным получено для океанических ЦДА (Исландского и Алеутского циклонов, а также Азорского и Гавайского антициклонов). Коэффициенты корреляции в среднем около 0.95. При этом вариации характеристик таких зимних континентальных центров действия, как Сибирский и Североамериканский максимумы, по данным CRU и NCEP/NCAR заметно различаются (коэффициенты корреляции от 0.3 для Сибирского максимума до 0.5 для Североамериканского максимума). Следует отметить, что данные ВНИИГМИ-МЦД для Сибирского максимума находятся в противоречии (с отрицательными коэффициентами корреляции) как с данными CRU, так и с данными NCEP/NCAR (*Мохов и Хон, 2005*).

На рис. 4 для основных ЦДА представлены отклонения средних значений I_{CMA} в 1986–1995 гг. от соответствующих значений в 1951–1960 гг. (*Мохов и Хон, 2005*). Согласно рис. 3 во второй половине 20 века значительно изменились характеристики Азорского, Исландского, Сибирского и Алеутского центров действия. Результаты анализа данных свидетельствуют об интенсификации океанических ЦДА к концу XX века. Для Сибирского максимума (СМ) получены разнонаправленные тенденции. Выявлена тенденция интенсификации северо-атлантических ЦДА при увеличении приповерхностной полушарной температуры T_{NH} (*Мохов и Хон, 2005*). При этом тенденция усиления Азорского антициклона статистически значима на уровне 95% для всех использовавшихся данных. Для Исландского минимума наиболее значимая тенденция усиления при потеплении СП (на уровне 90%) получена по данным ВНИИГМИ-МЦД. При этом отмечена статистически незначимая тенденция сдвига северо-атлантической пары ЦДА к северо-востоку.

Результаты анализа северо-тихоокеанских ЦДА свидетельствуют о статистически значимом (на уровне 99%) усилении Алеутского циклона при потеплении СП (*Мохов и Петухов, 2000*; *Мохов и Хон, 2005*). Для Алеутского циклона в целом характерна тенденция смещения по долготе на восток при приповерхностном потеплении СП. Отмечено статистически незначимое ослабление Гавайского антициклона и тенденция его смещения на юго-восток (см. табл. 3 в (*Мохов и Хон, 2005*)).

Различные оценки получены для тенденций изменения СМ при глобальном потеплении. По данным ВНИИГМИ-МЦД для периода 1891–1995 гг. в (*Монин и Шишков, 2000*; *Мохов и Петухов, 2000*) была отмечена тенденция усиления зимнего СМ при потеплении Северного полушария. Вместе с тем, по другим данным в (*Sahsamanoglou et al., 1991*, *Gong and Ho, 2002*) отмечается тенденция ослабления зимнего СА в последние десятилетия (см. также (*Panagiotopoulos, 2005*)). В (*Мохов и Хон, 2005*) отмечено, что тенденция интенсификации зимнего СМ при потеплении Северного полушария выявляется только по данным ВНИИГМИ-МЦД и является статистически незначимой для второй половины XX века. При этом по данным реанализа NCEP/NCAR отмечена статистически значимая тенденция ослабления СМ, что согласуется со значительным зимним потеплением в Сибири при глобальном потеплении. Большинство глобальных климатических моделей свидетельствует об уменьшении приповерхностного давления зимой в восточной Сибири в области антициклонического ЦДА при увеличении содержания парниковых газов в атмосфере.

По данным CRU для периода 1891–1995 гг. в (*Мохов и Хон, 2005*) отмечена тенденция сдвига центра СМ на юго-запад при потеплении СП (на уровне 90%). Оценки изменений местоположения СМ для более продолжительного периода по данным ВНИИГМИ-МЦД также свидетельствуют о тенденции смещения его центра на юго-запад. По данным реанализа NCEP/NCAR статистически значимой тенденции не выявлено. В (*Chernokulsky et al., 2013*) отмечено хорошее согласие данных различных систем реанализа (NCEP-NCAR, ERA-Interim и NOAA-CIRES 20CR) при оценке изменений интенсивности СМ для последних десятилетий.

Согласно палеореконструкциям (*Meeker and Mayewski, 2002*; *D'Arrigo et al., 2005*), СМ был более интенсивным в эпоху относительно холодного климата (в 15–17 вв.) и слабым в эпоху относительно теплого климата (в 10–13 вв.). В целом в 21 веке в условиях глобального потепления климата ожидается ослабление интенсивности СМ (*Хон и Мохов, 2006*; *Jeong et al., 2011*). При этом проявляется

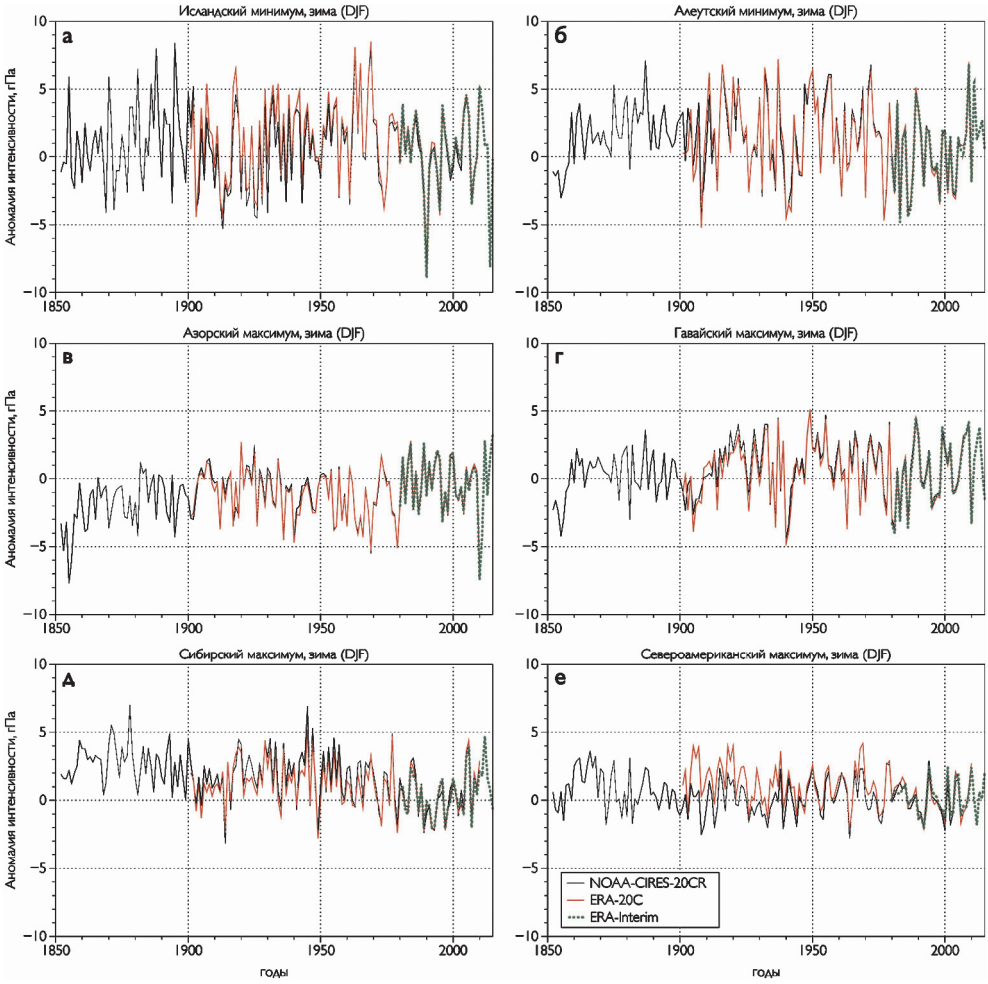


Рис. 3. Межгодовые изменения интенсивности I_C (характеризуемой средним давлением для области проявления ЦДА) ЦДА СП в зимний период: Исландского (а) и Алеутского (б) минимумов; Азорского (в) и Гавайского (г) максимумов; Сибирского (д) и Канадского (е) антициклонов по данным систем реанализа NOAA-CIRES-20CR (черная линия), ERA-20C (красная линия), ERA-Interim (зеленый пунктир)

существенная нелинейность изменений: уменьшение интенсивности СМ к концу 20 века (*D'Arrigo et al., 2005*; *Panagiotopoulos et al., 2005*) сменилось ростом интенсивности в начале 21 века (*Jeong et al., 2011*; *Chernokulsky et al., 2013*) (рис. 5).

Дополнительную информацию об изменчивости ЦДА можно получить с помощью вейвлет-анализа. На рис. 6 представлены результаты вейвлет-анализа (с использованием функции Морле) для основных зимних центров действия Северного полушария (*Мохов и Хон, 2005*). Жирными кривыми отмечены границы областей, значимые на уровне 90%, штриховые линии отделяют области с влиянием краевых эффектов. Согласно рис. 5 в последние десятилетия XX века усиливались межгодовые (с периодом несколько лет) и квазидесятилетние (с перио-

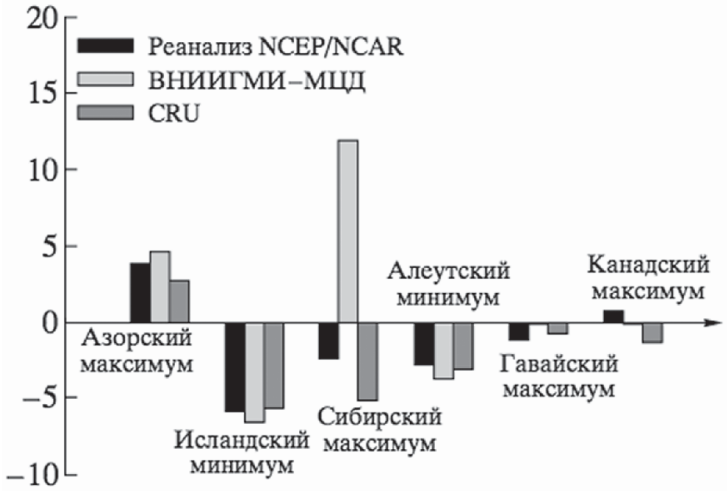


Рис. 4. Изменения интенсивности I_{CMA} (гПа) зимних ЦДА в 1986–1995 гг. относительно 1951–1960 гг. по различным данным (*Мохов и Хон, 2005*)

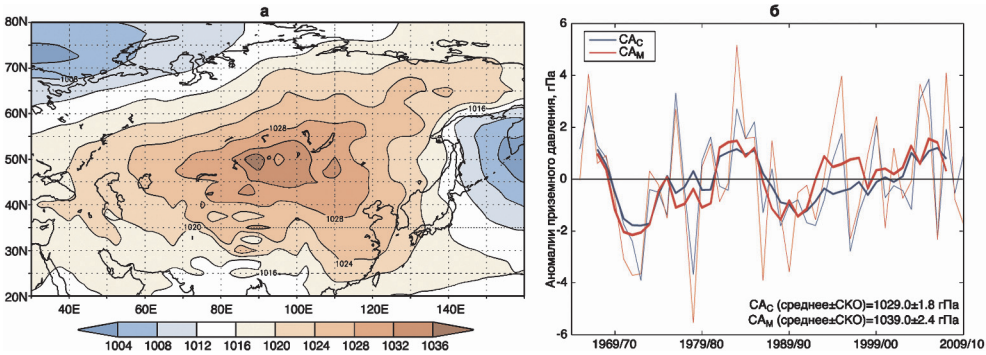


Рис. 5. Среднее давление на уровне моря зимой в 1966–2010 гг. (а) и межгодовая изменчивость аномалий индексов интенсивности СМ (среднего давления (синие линии) и его максимума (красные линии) в регионе) (*Chernokulsky et al., 2013*)

дами около 8–12 лет) колебания северо-тихоокеанских ЦДА и Азорского максимума (*Мохов и Хон, 2005*). Наряду с этим значительно увеличилась интенсивность квазипятилетней (с периодами около 4–6 лет) цикличности зимних режимов северо-тихоокеанских центров действия. Это характерный временной диапазон для явлений Эль-Ниньо, эффект которых проявляется в сильнейших межгодовых вариациях глобальной приповерхностной температуры. Интенсификация и учащение явлений типа Эль-Ниньо может способствовать формированию значительных и часто повторяющихся региональных погодно-климатических аномалий (*Мохов и др., 2000*; *Mokhov et al., 2004*).

Проведен анализ взаимосвязи интенсивности ЦДА (аномалий I_C) с ведущими модами крупномасштабной климатической изменчивости, в том числе с Тихоокеанским десятилетним колебанием (Pacific Decadal Oscillation, PDO), Атлантической мультидесятилетней осцилляцией (Atlantic Multidecadal Oscillation, AMO),

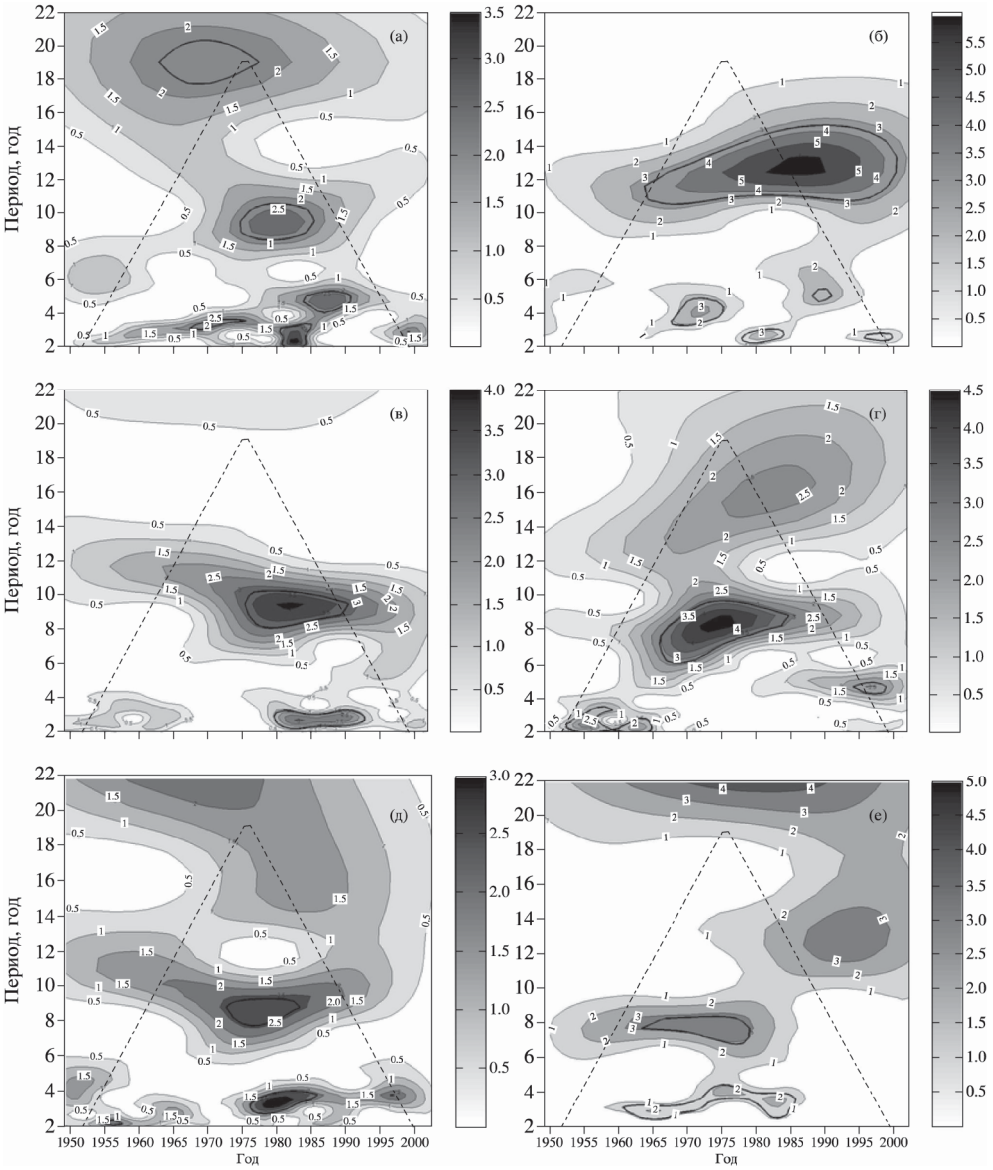


Рис. 6. Вейвлетные преобразования (с использованием функции Морле) для интенсивности $I_{СМ}$ ЦДА Северного полушария по данным реанализа NCEP-NCAR для периода 1949–2002 гг.: а – Алеутский минимум, б – Гавайский максимум, в – Азорский максимум, г – Исландский минимум, д – Сибирский максимум, е – Североамериканский максимум (*Мохов и Хон, 2005*)

Эль-Ниньо / Южным колебанием – ЭНЮК (El-Nino/Southern Oscillation, ENSO). AMO характеризуется, в частности, термическим режимом Северной Атлантики – средней температурой поверхности океана (ТПО) для области (25–60° с.ш., 7–75° в.д.). PDO характеризует изменчивость в северной части Тихого океана. При положительной фазе PDO отмечается рост ТПО в восточной части северного Ти-

Таблица 5. Коэффициенты корреляции интенсивности ЦДА (по данным реанализа ERA-20C) с разными индексами климатической изменчивости с выделением статистически значимых оценок: курсив – значимость на уровне 90%; жирный курсив – на уровне 95%; жирный прямой шрифт – на уровне 99%

Центр действия атмосферы			Индексы						
			AMO	PDO	Nino 3	Nino 4	Nino 3.4	T_{NH}	T_{SH}
Северное полушарие	максимумы	Азорский максимум	0,15	-0,11	-0,03	-0,14	-0,08	-0,11	-0,04
		Арктический максимум	*0,17*	***0,21***	***0,24***	***0,23***	**0,25**	-0,06	0,05
		Гавайский максимум	-0,17	**-0,72**	**-0,44**	**-0,47**	**-0,46**	-0,11	-0,15
		Гренландский максимум	0,12	0,09	0,13	0,13	0,15	-0,09	-0,02
		Североамериканский максимум	0,17	-0,03	0,01	0,03	0,02	-0,10	-0,02
		Сибирский максимум	***-0,21***	-0,02	-0,15	-0,15	-0,15	-0,09	-0,09
	минимумы	Азиатский минимум	0,06	0,13	**0,45**	**0,33**	**0,40**	-0,06	0,02
		Алеутский минимум	-0,09	**-0,60**	**-0,36**	**-0,37**	**-0,36**	-0,19	*-0,21*
		Исландский минимум	***-0,26***	0,10	0,09	0,04	0,09	-0,07	-0,01
		Североамериканский минимум	0,00	-0,18	-0,01	-0,08	-0,04	-0,06	0,06
Южное полушарие	максимумы	Антарктический максимум	0,09	0,05	0,08	0,14	0,11	0,02	0,03
		Маскаренский максимум	0,06	0,17	***0,26***	***0,25***	***0,24***	0,22	0,22
		Южно-Атлантический максимум	0,13	0,06	0,10	0,14	0,10	0,11	0,06
		Южно-Тихоокеанский максимум	*-0,24*	**-0,38**	**-0,65**	**-0,60**	**-0,66**	-0,04	-0,09
	минимумы	Индоокеанский минимум	-0,01	-0,08	0,00	0,00	-0,01	0,01	0,02
		Южно-Атлантический минимум	-0,17	-0,09	-0,02	-0,06	-0,03	-0,03	-0,01
		Южно-Тихоокеанский минимум	0,12	*0,19*	**0,39**	**0,44**	**0,44**	0,07	0,08

хого океана и понижение ТПО в западной. Индексы ЭНЮК характеризуют изменчивость ТПО в приэкваториальных областях Тихого океана. В том числе в качестве индексов ЭНЮК используются аномалии ТПО для области (5° ю.ш. – 5° с.ш., 90–150° з.д.) – Nino3, для (5° ю.ш. – 5º с.ш., 160° в.д. – 150° з.д.) – Nino4, для (5° ю.ш. – 5° с.ш., 120–170° з.д.) – Nino3.4. Также была оценена связь I_C с полушарной приповерхностной температурой (T_{NH} и T_{SH}) Северного и Южного полушария, соответственно. В частности, при анализе взаимных современных вариаций I_C и индексов ведущих мод без учета глобальных климатических изменений климатической из рядов данных исключались линейные тренды.

В табл. 5 представлены оценки коэффициентов корреляции аномалий I_C для всех анализировавшихся ЦДА по данным реанализа ERA-20C для периода 1900–2005 гг. с ключевыми индексами климатической изменчивости. Статистическая значимость коэффициентов корреляции оценивалась с использованием t-крите-

рия Стьюдента с учётом автокорреляции рядов для вычисления эффективного числа степеней свободы.

Для всех индексов, характеризующих ЭНЮК, а также для PDO, проявляются общие закономерности в чувствительности интенсивности ЦДА к изменению этих индексов. Статистически значимая положительная корреляция отмечена для Азиатского и Южно-Тихоокеанского минимумов, Арктического и Маскаренского максимумов, отрицательная – для Алеутского минимума, Гавайского и Южно-Тихоокеанского максимумов. При этом положительная корреляция для минимумов означает их ослабление при увеличении значения индекса, отрицательная – усиление. Для максимумов положительная корреляция соответствуют их усилению при увеличении индекса, отрицательная – ослаблению. В целом коэффициенты корреляции выше для ЦДА в тихоокеанском бассейне (вне его значимая связь проявляется только для Маскаренского и Арктического АЦ). Аналогичные оценки были получены с использованием данных реанализа NOAA-CIRES-20CR. В целом результаты с использованием двух систем реанализа согласуются, за исключением результатов для AMO. С использованием данных реанализа ERA-20C получена статистически значимая отрицательная корреляция интенсивности Исландского минимума и Сибирского максимума с AMO, а с по данным реанализа NOAA-CIRES-20CR корреляция этих ЦДА с AMO положительная и при этом также значимая. Значимые связи I_C что с T_{NH} и T_{SH} при исключенных трендах (как для I_C, так и для T_{NH} и T_{SH}) не проявляются.

Можно провести оценку вариаций I_C для разных ЦДА при положительной (Эль-Ниньо) и отрицательной (Ла-Нинья) фазах ЭНЮК. Анализируемые периоды Эль-Ниньо и Ла-Нинья приведены в таблице 6. Средняя интенсивность ЦДА характеризовалась средним давлением зимой Северного полушария (с декабря по февраль, DJF) – в этот сезон проявление Эль-Ниньо и Ла-Нинья обычно максимально. При анализе для этих сезонов не рассматривались Мексиканская и Азиатская депрессии, проявляющиеся летом Северного полушария (с июня по август, JJA). Использовались данные реанализа ERA-20C и NOAA-CIRES-20CR (по 21 событию Эль-Ниньо и Ла-Нинья за период 1900–2015 гг.) и реанализа ERA-Interim (по 10 обытий за период 1979–2016 гг.).

Таблица 6. Периоды Эль-Ниньо и Ла-Нинья

Периоды Эль-Ниньо		Периоды Ла-Нинья	
1902–1903	1972–1973	1903–1904	1970–1971
1905–1906	1976–1977	1906–1907	1973–1974
1911–1912	1982–1983	1908–1909	1975–1976
1914–1915	1986–1987	1916–1917	1983–1984
1918–1919	1987–1988	1920–1921	1984–1985
1925–1926	1991–1992	1924–1925	1988–1989
1940–1941	1994–1995	1928–1929	1995–1996
1946–1947	1997–1998	1931–1932	1998–1999
1951–1952	2002–2003	1938–1939	1999–2000
1957–1958	2004–2005	1942–1943	2000–2001
1963–1964	2009–2010	1949–1950	2007–2008
1965–1966	2015–2016	1955–1956	2010–2011
1969–1970		1964–1965	2011–2012

Таблица 7. Разности средней интенсивности ЦДА зимой Северного полушария (декабрь–январь–февраль) между годами Эль-Ниньо и годами Ла-Нинья в 1900–2005 гг. (21 событие для каждой фазы). По данным реанализа ERA-Interim для периода 1979–2016 гг. – по 10 событий для каждой фазы. Выделены статистически значимые результаты: жирным курсивом – на уровне значимости 95%, жирным прямым шрифтом – на уровне значимости 99%. Цвет характеризует изменение интенсивности ЦДА в периоды Эль-Ниньо по сравнению с периодами Ла-Нинья (зеленый – ослабление максимумов или минимумов во время теплой фазы Эль-Ниньо, синий – усиление минимумов, красный – усиление максимумов)

Центр действия атмосферы			Данные		
			NOAA-CIRES-20CR	ERA-20C	ERA-Interim*
Северное полушарие	максимумы	Азорский максимум	**-3,0**	**-5,7**	-0,9
		Арктический максимум	-0,1	0,5	***3,6***
		Гавайский максимум	**-2,5**	***-4,9***	***-1,3***
		Гренландский максимум	**2,9**	**3,3**	***4,1***
		Североамериканский максимум	0,6	1,2	0,7
		Сибирский максимум	-0,1	-2,0	**-2,6**
	минимумы	Алеутский минимум	**-4,3**	**-5,8**	**-4,9**
		Исландский минимум	**3,7**	**4,6**	-1,1
Южное полушарие	максимумы	Антарктический максимум	**9,7**	**4,7**	***3,8***
		Маскаренский максимум	0,1	0,9	**1,5**
		Южно-Атлантический максимум	**-0,7**	-3,4	0,1
		Южно-Тихоокеанский максимум	***-0,6***	0,1	-0,2
	минимумы	Индоокеанский минимум	**3,9**	**4,0**	***1,6***
		Южно-Атлантический минимум	**2,9**	**2,8**	***1,5***
		Южно-Тихоокеанский минимум	**2,8**	**2,3**	0,6

В табл. 7 приведены разности I_C в зимний сезон (DJF) между периодами Эль-Ниньо и Ла-Нинья. Статистическая значимость оценивалась с помощью t-критерия Стьюдента. Согласно полученным данным, в периоды развития Эль-Ниньо отмечается ослабление Азорского, Гавайского, Южно-Атлантического и Южно-Тихоокеанского максимумов, Индоокеанского, Исландского, Южно-Атлантического и Южно-Тихоокеанского минимумов. При этом отмечено усиление Алеутского минимума, а также Гренландского и Антарктического максимумов. Полученные с использованием разных данных реанализа результаты достаточно хорошо согласуются.

Отмеченные результаты подтверждают полученные в (*Мохов и Хон, 2005*). В частности, в (*Мохов и Хон, 2005*) показано, что в периоды Эль-Ниньо и Ла-Нинья зимний Алеутский минимум интенсифицируется и ослабляется соответственно. При этом в периоды Эль-Ниньо и Ла-Нинья он смещается на восток и на запад соответственно. Зимний Гавайский максимум в периоды Эль-Ниньо и Ла-Нинья ослабляется и усиливается соответственно и смещается на юг и на север соответственно. При этом корреляция с T_{NINO3} интенсивности I_{CM} и долготы λ_{C} Алеутского минимума, а также интенсивности I_{CM} и широты φ_{C} Гавайского максимума статистически значимы на уровне 95–99%. Анализ (*Мохов и Хон, 2005*) показал, что средние отклонения характеристик северо-тихоокеанских ЦДА от климатических значений в периоды Эль-Ниньо больше, чем в периоды Ла-Нинья. Большее влияние на характеристики северо-тихоокеанских ЦДА фазы Эль-Ниньо по сравнению с фазой Ла-Нинья можно объяснить тем, что в среднем абсолютные значения аномалий ТПО T_{NINO3} в периоды Эль-Ниньо больше, чем в периоды Ла-Нинья.

Сравнение результатов для разных реанализов (данные NOAA-CIRES-20CR и ERA-20c с одной стороны и данные ERA-Interim с другой) позволяет оценить изменение чувствительности ЦДА к вариациям ЭНЮК в период 1979–2016 гг. по сравнению с 20 веком в целом. В годы Эль-Ниньо отмечается усиление Алеутского минимума (табл. 7) и Антарктического, Гренландского, Арктического и Маскаренского максимумов.

При этом для двух последних чувствительность в последние десятилетия увеличилась по сравнению с XX веком в целом. В годы Ла-Нинья проявляется усиление Гавайского и Сибирского максимумов, Индоокеанского и Южно-Тихоокеанского минимумов. Для остальных ЦДА статистически значимых связей не выявлено. Согласно полученным результатам наиболее сильно меняется реакция на явления ЭНЮК для Арктического максимума, усиливающегося в фазу Эль-Ниньо. Маскаренский антициклон также характеризуется значимым усилением в годы Эль-Ниньо. Отклик на ЭНЮК уменьшается для ЦДА в южном Тихом океане и для Исландского минимума, для которого отмечен более слабый отклик на теплую фазу Эль-Ниньо.

На рис. 7 приведены коэффициенты корреляции между ТПО $T_{\mathrm{NINO3.4}}$ и значениями I_{C} для различных ЦДА Северного полушария для скользящих 30-летних интервалов по данным NOAA-CIRES-20CR и ERA-20C. При этом отмечены заметные различия отклика характеристик Алеутского минимума и Гавайского максимума на ЭНЮК при использовании разных данных реанализа. Для сезонных континентальных ЦДА (Сибирский и Североамериканский максимумы) согласие лучше. Это можно связать с особенностью реанализа NOAA-CIRES-20CR, основанного только на данных о приповерхностном давлении, более полных над континентами. Проявляется существенная изменчивость отклика I_{C} на ЭНЮК. В частности, для Сибирского максимума отмечен переход от положительной корреляции с $T_{\mathrm{NINO3.4}}$ в начале XX века к отрицательной в конце XX века. Для Североамериканского максимума проявилась обратная тенденция.

Представленные результаты корреляционного анализа получены без учета возможного временного сдвига между вариациями интенсивности ЦДА и индексов крупномасштабной климатической изменчивости и соответстующей корректировки их взаимосвязи (Железнова и Гущина, 2016). Следует также учитывать, что при глобальных изменениях климата изменяются и режимы ключевых мод

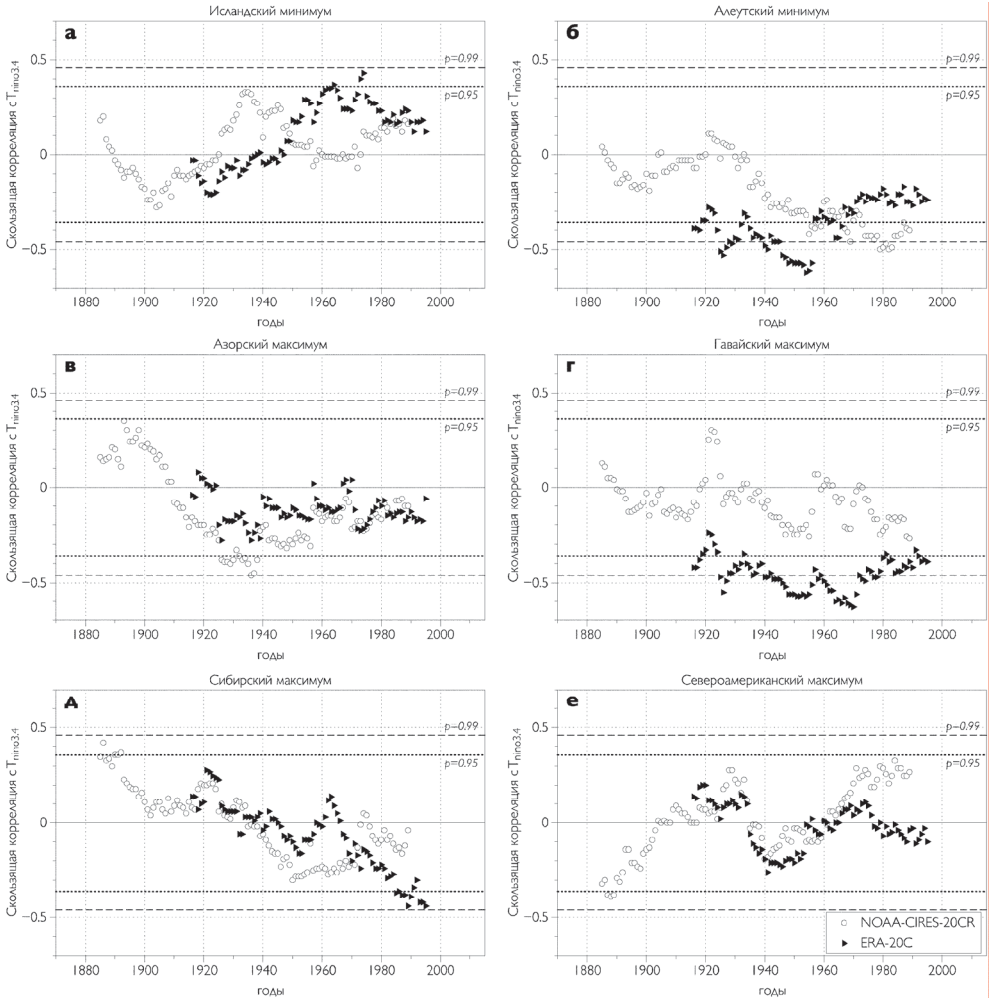


Рис. 7. Коэффициенты корреляции с аномалиями ТПО $T_{NINO3.4}$ интенсивности I_C Исландского минимума (а), Алеутского минимума (б), Азорского максимума (в), Гавайского максимума (г), Сибирского максимума (д) и Североамериканского максимума (е) для 30-летних скользящих интервалов по данным реанализа NOAA-CIRES-20CR (белые кружки) и ERA-20C (черные треугольники). Горизонтальными линиями (штрих и пунктир) отмечены значения коэффициентов корреляции, необходимые для статистической значимости на уровне 99% и 95%, соответственно (без учета автокорреляции)

климатической изменчивости, в частности ЭНЮК (см., напр., (*Мохов и др., 2000*; *Mokhov et al., 2004*)), и при этом изменяется и связь ЦДА с этими модами (*Хон и Мохов, 2006*).

С межгодовой изменчивостью ЦДА связаны региональные погодно-климатические процессы и особенности. В частности, с изменчивостью СМ существенно связаны региональные режимы облаков и зимних осадков (*Chernokulsky et al., 2013*).

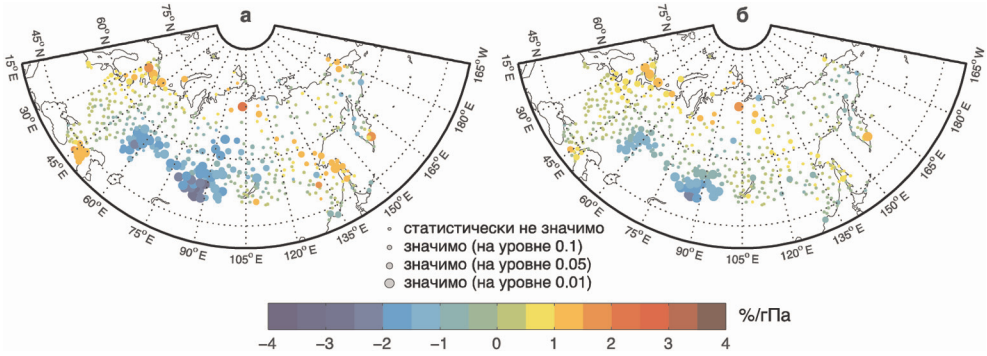


Рис. 8. Региональные (локальные) оценки коэффициентов линейной регрессии (%/гПа) доли общей облачности на интенсивность Сибирского максимума (интенсивность СМ характеризуется средним для области (а) и максимальным (б) давлением) (*Chernokulsky et al., 2013*)

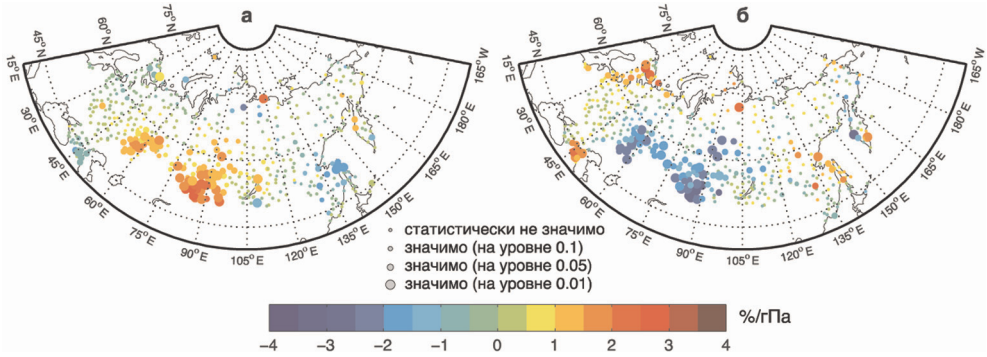


Рис. 9. Региональные (локальные) оценки коэффициентов линейной регрессии (%/гПа) повторяемости ясных (а) и пасмурных (б) дней на интенсивность Сибирского антициклона, характеризуемой средним для области СА давлением (*Chernokulsky et al., 2013*)

Для общей облачности и интенсивности СМ с использованием данных реанализа NCEP/NCAR для периода 1966–2010 гг., а также характеристик облаков и осадков по данным станционных наблюдений, отмечена отрицательная корреляция (особенно сильная для юга Сибири, Урала и Поволжья), статистически значимая на уровне 99% (*Chernokulsky et al., 2013*) (рис. 8). Происходит перераспределение количества ясных и облачных дней (рис. 9).

С изменчивостью СМ связаны и региональные режимы конвективных облаков (в частности, кучево-дождевых). При большей интенсивности СМ меньше региональных слоисто-дождевых и кучево-дождевых облаков (рис. 10б), соответственно меньше осадков в зимний период (рис. 11), что способствует уменьшению накопления снега *(Chernokulsky et al., 2013*). Таким образом, усиление Сибирского максимума (проявляющееся в последние годы) может приводить к региональным изменениям условий снегонакопления и потенциала пожароопасности.

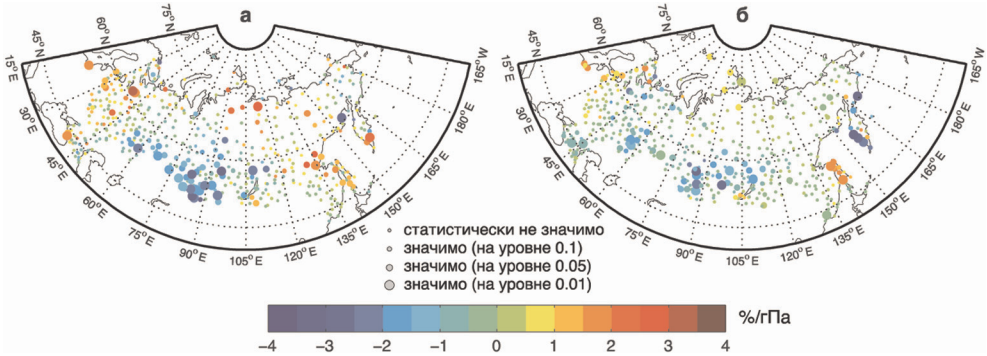


Рис. 10. Региональные (локальные) оценки коэффициентов линейной регрессии (%/гПа) повторяемости облаков среднего яруса (а) и облаков с осадками (б) на интенсивность Сибирского максимума, характеризуемой средним для области СМ давлением (*Chernokulsky et al., 2013*)

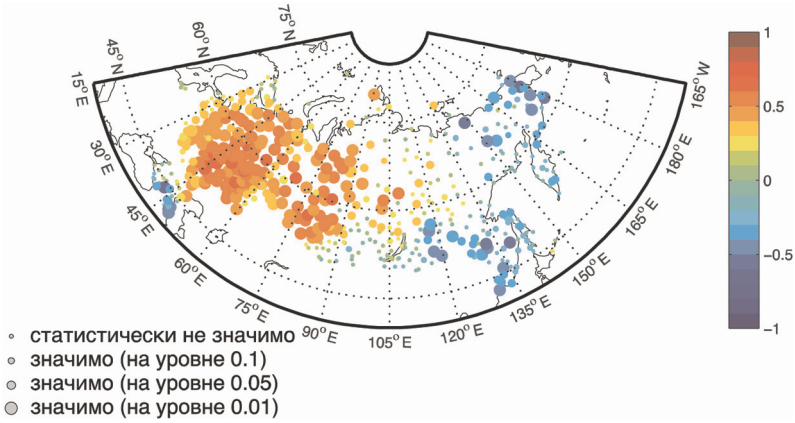


Рис. 11. Региональные (локальные) оценки коэффициентов корреляции зимних осадков с интенсивностью Сибирского максимума, характеризуемой средним для области СМ давлением

1.2. Блокирующие антициклоны

Сильнейшие региональные погодно-климатические аномалии, зависящие от глобальных изменений климата, связаны с атмосферными блокингами – блокированием западного зонального переноса в тропосфере средних широт с формированием длительных, до двух месяцев, аномалий циркуляционного и термического режимов, приводящим к засухам летом и сильным морозам зимой. Согласно имеющимся оценкам есть существенный риск усиления региональной блокинговой активности со значительными последствиями при продолжении глобального потепления. При этом для процессов формирования атмосферных блокирований, их изменений и последствий характерны существенно нелинейные эффекты.

На фоне вековой тенденции глобального потепления климата три последних десятилетия были самыми теплыми у поверхности Земли по данным наблюдений с середины 19 века (*Climate Change, 2013*). И хотя с начала 21 века отмечается эффект замедления глобального потепления, последние годы были самыми теплыми на Земле. При этом скорость потепления в высоких широтах существенно больше глобальной и полушарной скорости (так называемое полярное усиление).

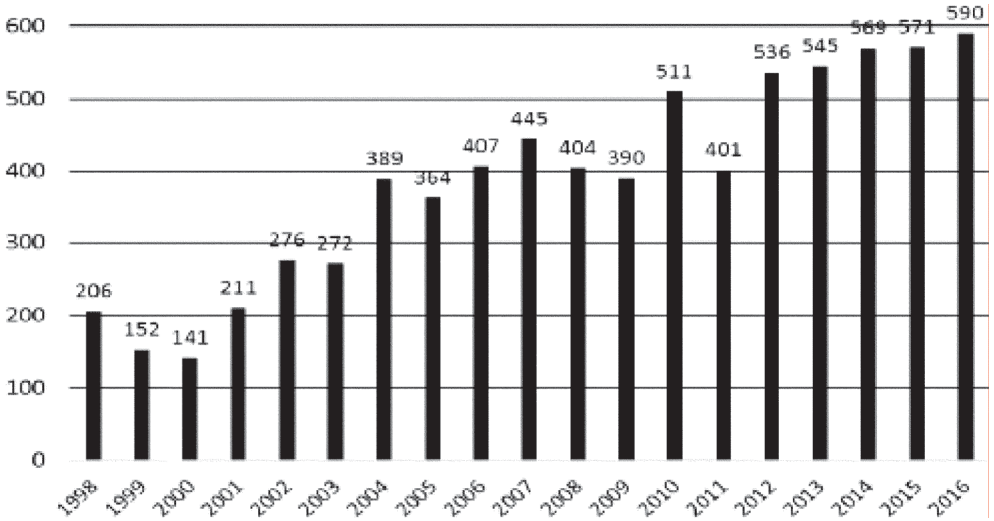


Рис. 1. Изменение числа опасных атмосферных (метеорологических) явлений в России (по данным Росгидромета)

В России, как в северной стране, потепление идет существенно быстрее, чем для Земли в целом. В последние десятилетия скорость приповерхностного потепления в России в целом более чем вдвое превышала глобальную, а в отдельных регионах более чем в 4 раза. При этом количество опасных гидрометеорологических явлений со значительным социально-экономическим ущербом и общее число метеорологических опасных явлений в России значимо увеличивались в течение последних двух десятков лет. На рис. 1 представлено изменение числа опасных атмосферных (метеорологических) явлений в России по данным Росгидромета. В частности, в последние 5 лет количество гидрометеорологических явле-

ний в России со значительным социально-экономическим ущербом было как минимум вдвое больше, чем в последние 5 лет 20 века.

Физические механизмы формирования атмосферных блокингов достаточно хорошо исследованы, но при этом остается много проблем. Формирование блокингов плохо предсказуемо и результаты модельных оценок тенденций изменения блокинговой активности сильно различаются. В значительной степени неопределенности количественных характеристик атмосферных блокингов связаны с разными их проявлениями и различием критериев их выделения, в том числе используются разные критерии для минимальной продолжительности блокингов – 5, 7, 10 сут. (*Rex, 1950a, b; Charney and DeVore, 1979; Lejenas and Okland, 1983; Tibaldi and Molteni, 1990; Груза и Коровкина, 1991; Hansen and Sutera, 1993; Mokhov et al., 1994; Lupo et al., 1997; Mokhov and Tikhonova, 2000; Mokhov et al., 2001; Wiedenmann et al., 2002; Pelly and Hoskins, 2003; Bardin et al., 2005; Barriopedro et al., 2006; Diao et al., 2006; Scherer et al., 2006; Croci-Maspoli et al., 2007; Tyrlis and Hoskins, 2008; Шакина и др., 2011; Matsueda, 2011; Barnes et al., 2014a,b; Мохов, 2017*).

Скорость зонального переноса в тропосфере средних широт определяется геострофическим балансом силы Кориолиса и градиента давления. При характерной для современной Земли трехъячейковой меридиональной циркуляции в тропосфере с нисходящими ветвями ячеек Хэдли и Ферреля и повышенным давлением в субтропических широтах (около 30°) и с восходящими ветвями ячейки Ферреля и полярной ячейки и пониженным давлением в субполярных широтах (около 60°) геострофический ветер в тропосфере средних широт направлен с запада на восток. Блокирование такого зонального потока должно быть связано с изменением градиента давления в средних широтах – это достигается, в частности, когда в более высоких широтах находится блокирующий антициклон, а в более низких – циклон. Подобный вихревой диполь может характеризоваться с позиций классической гидродинамики как пара точечных вихрей в ведущем потоке, скорость которого равна противоположно направленной скорости движения вихрей (*Обухов и др., 1984*) (см. также (*Курганский, 1990*)). При этом относительно поверхности вихревая пара неподвижна.

Блокирование может быть связано с особенностями обтекания поверхности (блокирование меридионального типа), или с крупномасштабной неустойчивостью зонального потока, приводящей к образованию мощной системы взаимодействующих антициклона и циклона (блокирование расщепляющегося типа), или мощного гребня и двух циклонов (омега-блокирование). Блокирование с расщеплением линий тока в основном наблюдается над Атлантикой и Евразией, омега-блокирование наблюдается над океанами, блокирование меридионального типа практически всегда отмечается в районе Уральских и Скалистых гор (см. (*Обухов и др., 1984*)).

Относительно просто диагностировать блокинги по изменению знака градиента геопотенциала между субполярными и субтропическими широтами для достаточно протяженного (в несколько десятков градусов) долготного сектора, при этом в течение достаточно продолжительно времени (обычно не менее 5 сут.). На этом основаны критерии Лежёнаса–Окленда (*Lejenas and Okland, 1983*), Тибальди-Молтени (*Tibaldi and Molteni, 1990*) и их модификации (см., напр., (*Lupo et al., 1997; Wiedenmann et al., 2002*)).

При обычном зональном переносе в тропосфере средних широт Северного полушария меридиональный градиент геопотенциала направлен в сторону более низких широт с большой величиной градиента в широтном поясе 40°N – 60°N. Согласно простейшему критерию Лежёнаса–Окленда [5], если выполняются условия для LO-индекса *I*, определяемого на высоте (*H*) изобарической поверхности 500 гПа,

$$I(\lambda) = H(\lambda)_{40^\circ N} - H(\lambda)_{60^\circ N} < 0,$$
$$[I(\lambda - 10) + I(\lambda) + I(\lambda + 10)] < 0;$$

в течение не менее 5 суток, то в данном широтном поясе и диапазоне долгот (λ) не менее 30° (с центрами 10°-ных ячеек от λ-10 до λ+10) осуществляется блокирование. В (*Lupo et al., 1997; Wiedenmann et al., 2002*) дополнительно предложен индекс интенсивности блокирования *BI*, характеризующий перепад высот геопотенциала на уровне 500 гПа для блокинга.

Структура блокирующего образования расщепляющегося типа с двумя одинаковыми по интенсивности вихрями разного знака завихренности, циклоном и более полярным антициклоном, понятна с точки зрения гидродинамики (*Обухов и др., 1984*). Пара точечных вихрей на расстоянии *d* с равными по величине и противоположными по знаку вихревыми зарядами $\chi_1 = -\chi$, $\chi_2 = \chi$, $\chi > 0$, движется перпендикулярно соединяющей их оси со скоростью

$$U = \chi/2\pi d.$$

При этом вихрь с отрицательной (антициклонической) завихренностью находится справа (полярнее) по направлению движения. Такая пара вихрей (диполь), движущаяся с востока на запад, в ведущем западном потоке со скоростью геострофического ветра, равной по величине, но противоположной по направлению скорости движения вихрей, будет неподвижна относительно Земли.

Омега блокирование, как и блокирование расщепляющегося типа, связывается с неустойчивостью струйного течения в атмосфере. Этот тип блокирования можно представить комбинацией из трех вихрей, расположенных в вершинах правильного треугольника (триполем): более полярного антициклона с вихревым зарядом $\chi_1 = -\chi$ и двух циклонов с вихревыми зарядами $\chi_2 = \chi_3 = \chi/2$. Такой триполь должен двигаться вдоль оси, соединяющей вихри χ_2 и χ_3, со скоростью

$$U = \chi\sqrt{3}/4\pi r,$$

где *r* – сторона треугольника (*Обухов и др., 1984*). При этом антициклонический вихрь χ_1 находится справа по направлению движения. В ведущем потоке, как в тропосфере средних широт (с запада на восток), подобный вихревой триполь, движущийся с востока на запад со скоростью, равной по величине, но противоположной по направлению скорости зонального потока, стационарен относительно Земли.

Существуют значительные различия в характеристиках блокирований, обнаруженных различными методами. В (*Mokhov et al., 2001; Mokhov and Timazhev, 2016*) проведено сравнение характеристик блокирований, детектируемых различными методами, в том числе использовавшимися в (*Pelly and Hoskins, 2003*) и (*Bardin et al., 2005*), наряду с простейшим LO-индексом и его модификациями (*Lupo et al., 1997; Wiedenmann et al., 2002*). Индекс блокирования в (*Pelly and Hoskins, 2003*) основан на анализе меридионального градиента потенциальной

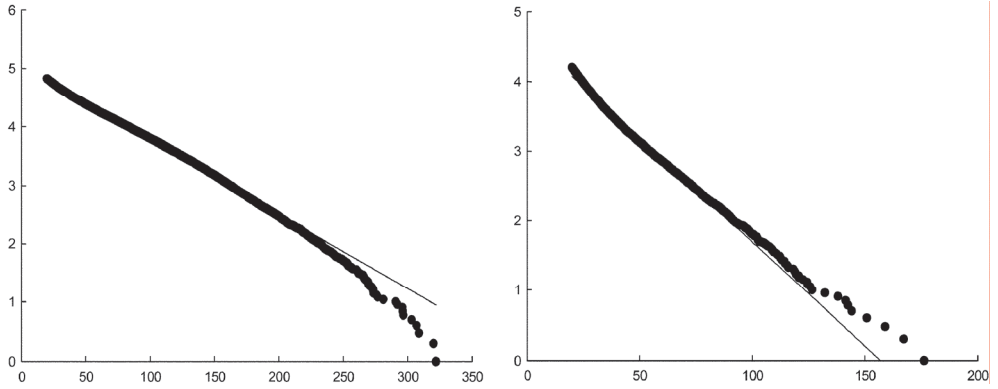


Рис. 2. Кумулятивное число (*lgN*) циклонов (слева) и антициклонов (справа) с кинетической энергией, превышающей $E_k \sim (\Delta p)^2$ [(гПа)^2] (ось абсцисс)

температуры и потенциальной завихренности. Методом детектирования блокирующих антициклонов, использовавшимся в (*Bardin et al., 2005*), определяется область повышенного давления или геопотенциальной высоты и внешний замкнутый контур вокруг локального максимума. К блокирующим относятся антициклоны, для которых выполняются условия квазистационарности, при которых скорость смещения центра антициклона не превышает определённых пороговых значений.

Явления блокирования, характеризуемые сочетанием квазистационарных циклонических и антициклонических региональных режимов, обычно ассоциируются с блокирующими антициклонами. Это связано с тем, что при продолжительных квазистационарных антициклонах без облаков реализуются экстремальные температурные режимы – аномальная жара летом и морозы зимой. Согласно рис. 2 для крупных (за исключением самых мощных) атмосферных вихрей характерно экспоненциальное распределение в зависимости от энергии вихрей, как в статистике Больцмана. Можно считать рассматриваемую систему как канонический ансамбль Гиббса, где океан играет роль термостата, а атмосфера является подсистемой, где вихри – это флуктуации, распределенные по Больцману (*Акперов и др., 2007; Голицын и др., 2007*).

Существенные особенности отмечены на рис. 2 для хвостов распределений: с более быстрым, чем по экспоненте, уменьшением повторяемости наиболее мощных циклонов и более медленным – для повторяемости наиболее мощных антициклонов, к которым относятся блокирующие антициклоны. Это свидетельствует о повышенном риске региональных погодно-климатических аномалий, связанных с блокирующими антициклонами, чем в соответствии с экспоненциальным распределением.

Блокирование зонального переноса в тропосфере средних широт можно объяснить как на вихревом “языке”, так и на волновом – стационированием волн Россби (*Hansen and Sutera, 1993; Агаян и Мохов, 1989*). Волны Россби, связанные с зависимостью силы Кориолиса от широты (при наличии β-эффекта), распространяются с востока на запад со скоростью U_R, которую в простейшей баротропной модели можно представить в виде

$$U_R \sim \beta\, m^{-2},$$

где m – волновое число, $\beta = 2\Omega cos\varphi/R$, R и Ω – радиус и угловая скорость вращения Земли, φ – широта. В тропосфере средних широт с зональным потоком с запада на восток со скоростью U при выполнении условия $U=U_R$ волна Россби стационарна относительно Земли. При этом вдоль широтного пояса чередуются m долготных секторов повышенного давления с антициклоническим режимом и пониженного – с циклоническим. Зимой с бóльшими, чем летом, меридиональным температурным градиентом и геострофической скоростью зонального переноса в среднеширотной тропосфере условия стационирования волн Россби реализуются при меньших значениях m. Характерный пример стационирования волн Россби в тропосфере средних широт с m=4 (или m=5) – явления "бабьего лета" (*Агаян и Мохов, 1989*).

В (*Mokhov et al., 1995; Мохов и Петухов, 1997*) по многолетним данным наблюдений оценено увеличение характерных длительностей блокингов при общем потеплении. Эту связь, подтверждаемую и по многолетним данным реанализа, можно качественно объяснить с использованием модельных оценок. В (*Mokhov et al., 1995; Мохов и Петухов, 1997*), например, параметры чувствительности размера блокинга L и характерной продолжительности τ к изменению температуры T представлены в виде

$$\frac{1}{L}\frac{dL}{dT} \sim \frac{1}{H_m}\frac{dH_m}{dT} - \frac{1}{U}\frac{dU}{dT},$$

$$\frac{1}{\tau}\frac{d\tau}{dT} \sim \frac{1}{L}\frac{dL}{dT} - \frac{1}{U}\frac{dU}{dT},$$

где U – характерная скорость ветра, H_m – интенсивность блокирующего антициклона, характеризуемая положительной аномалией геопотенциала.

При простейшей оценке размера блокингов L масштабом Обухова для баротропной атмосферы $L_O \sim T^{1/2}$ их протяженность должна расти с потеплением ($dL/dT=dL_O/dT>0$). Согласно этим оценкам, в частности, блокинги формируются и живут дольше в более теплой тропосфере при более слабой зональной циркуляции в тропосфере. Это следует ожидать в связи с уменьшением меридионального температурного градиента и геострофической скорости ветра в тропосфере средних широт. При этом блокинги с уменьшающимися, неизменными или слабо увеличивающимися размерами при тропосферном потеплении должны становиться более слабыми, тогда как блокинги с достаточно сильно увеличивающимися при тропосферном потеплении размерами должны интенсифицироваться. Отмеченные тенденции в целом согласуются с оценками (*Lupo et al., 1997*), полученными по расчетам с использованием климатической модели общей циркуляции с увеличением содержания CO_2 в атмосфере. В целом при ослаблении зональной циркуляции в тропосфере средних широт увеличивается риск прорыва холодных масс воздуха из Арктики и теплого воздуха из субтропиков. Это способствует увеличению изменчивости ("нервозности") климата.

Следует отметить, что при общем потеплении зональная циркуляция в тропосфере в отдельных широтных зонах может усиливаться в связи с выхолаживанием стратомезосферы, усилением струйного течения и квазициклическими процессами типа Северо-Атлантического колебания и Эль-Ниньо. Это может способствовать проявлению тенденции уменьшения характерного времени τ и характерного размера L для блокингов или увеличению их интенсивности. В (*Лупо*

и др., 2007) показано, что резкие изменения крупномасштабной структуры атмосферных течений могут приводить к быстрому распаду блокинга. Анализ фазовых траекторий и показателей Ляпунова позволил идентифицировать, когда происходят резкие изменения в общей атмосферной динамике. В частности, согласно (*Лупо и др., 2007*), можно выделить четыре различных сценария распада блокингов: при недостатке синоптической подпитки, при активной роли синоптических процессов или при каждом из отмеченных режимов во взаимодействии с резким изменением характера атмосферных течений планетарного масштаба.

В (*Мохов, 2006*) для оценки интегрального эффекта климатических структурных образований в атмосфере и океане, в частности атмосферных блокингов, было предложено использовать специальную величину – аналог действия S, которое имеет размерность [энергия]×[время] и определяется интегрированием функции Лагранжа по времени. Для отдельных блокирующих антициклонов с интенсивностью I (характеризуемой перепадом давления между центром антициклона и его периферией), размером L (площадью $\sim L^2$) и временем жизни τ действие S можно оценить согласно

$$S \sim \int I(t)L^2(t)dt.$$

Интегрирование производится по времени t от 0 до τ, где τ – время жизни блокинга. Интегральное действие для ансамбля N вихрей определяется суммой значений действия для отдельных вихрей. Оценить интегральное действие N блокирующих антициклонов можно с использованием средних значений для интенсивности (I_a), площади (L_a^2) и времени жизни τ_a блокирующих антициклонов.

Наряду с долгопериодными изменениями климата с учетом антропогенных воздействий заметное влияние на блокинговую активность в атмосфере оказывают более короткопериодные квазициклические глобальные и региональные климатические процессы, включая Эль-Ниньо/Южное колебание, Тихоокеанскую десятилетнюю осцилляцию, Северо-Атлантическое колебание, Атлантическую долгопериодную осцилляцию и др. (*Wiedenmann et al., 2002; Мохов, 2006; Мохов, 2011; Мохов и др., 2013; Мохов и др., 2014б; Lupo et al., 2014; Мохов и Тимажев, 2015б; Мохов, 2017*).

Сильнейшие региональные погодно-климатические аномалии, в том числе летняя засуха 2010 г. на европейской территории России и рекордное наводнение на Амуре в 2013 г., связаны с атмосферными блокингами. На рис. 3 приведено меридиональное распределение повторяемости атмосферных блокирований в Северном полушарии для разных лет с 1969 г. по данным (http://solberg.snr.missouri.edu/gcc). Лето 2013 г. выделяется высокой продолжительностью блокирования в атмосфере над Тихим океаном, а лето 2010 г. – над Европой (см. (*Мохов, 2011; Мохов и др., 2013; Мохов и др., 2014б; Lupo et al., 2014; Мохов и Тимажев, 2015а; Мохов, 2017; Мохов и Семенов, 2016*)).

Насколько редки события с длительным атмосферным блокированием, в частности блокирования над Тихим океаном, инициировавшим рекордное наводнение на Амуре в 2013 г., можно оценить по рис. 4. Он характеризует период (годы) повторяемости двух последовательных лет с длительностью летнего блокирования в атмосфере не менее отмеченного на горизонтальной оси числа блоко-дней (τ_Σ) в западно-тихоокеанском секторе 130^o в.д. – 170^o з.д. средних широт Северного полушария по данным реанализа для периода 1969–2013 гг. Период повто-

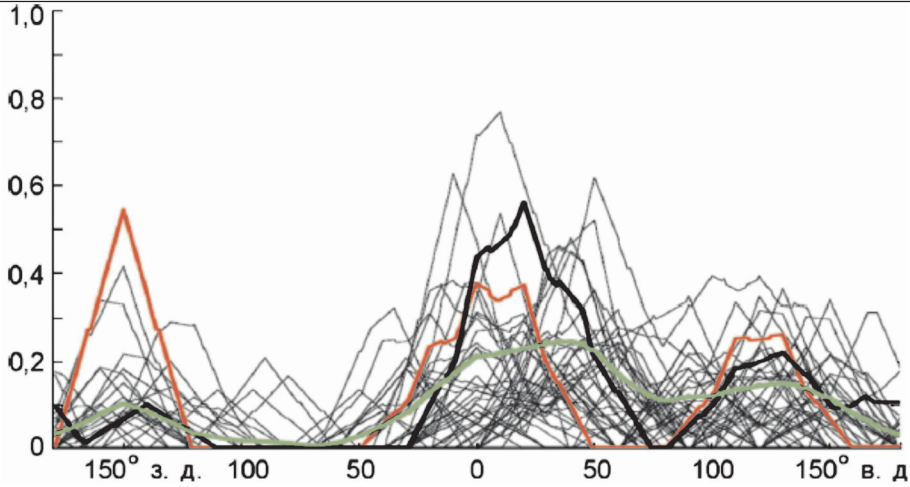


Рис. 3. Меридиональное распределение повторяемости атмосферных блокирований в Северном полушарии по данным для разных лет с 1969 г. (тонкие серые кривые). На фоне распределений для разных лет выделены распределения для лета 2010 г. (черная жирная кривая) и лета 2013 г. (красная толстая кривая с максимумом над тихоокеанскими долготами), а также среднее распределение (жирная зеленая кривая)

ряемости τ_r в западно-тихоокеанском секторе в двух последовательных годах общей длительности летнего блокирования 2013 г. в соответствии с экспоненциальной аппроксимацией на рис. 4 – более 100 лет. На основании этих оценок в [41] возможность подобного длительного блокирования летом 2014 г. была охарактеризована как очень маловероятная.

С атмосферными блокирующими антициклонами связано и формирование аномальных режимов атмосферных примесей, от содержания которых зависит экологическая обстановка. Особое значение имеет проблема образования озоновых “мини-дыр” (ОМД) в атмосфере – региональных особенностей полей озона с пониженным общим содержанием озона (ОСО) в атмосферном столбе (*James, 1998; Barriopedro et al., 2010; Ситнов и Мохов, 2015; Ситнов и Мохов, 2016*). От величины ОСО зависит интенсивность приходящей солнечной ультрафиолетовой радиации.

В областях формирования ОМД могут отмечаться опасные уровни биологически активной солнечной радиации. В (*Ситнов и Мохов, 2015; Ситнов и Мохов, 2016*) отмечено, что во время атмосферного блокирования летом 2010 г. над европейской территорией России отрицательные аномалии ОСО достигали значений около 40 единиц Добсона (е.Д.). В (*Ситнов и др., 2017а, б, в; Sitnov and Mokhov, 2016; Ситнов и Мохов, 2017*) представлены результаты соответствующего анализа аномального содержания в атмосфере российских регионов аэрозоля, угарного газа, формальдегида и двуокиси азота в связи с блокированиями и пожарами в летние сезоны 2004, 2010, 2012 и 2016 гг.

При невозможности точного долгосрочного (климатического) прогноза таких нелинейных процессов и явлений, тем не менее, потенциально возможно повысить предсказуемость режимов блокирования и их последствий при учете эффектов ключевых глобальных и региональных климатических процессов, проявляю-

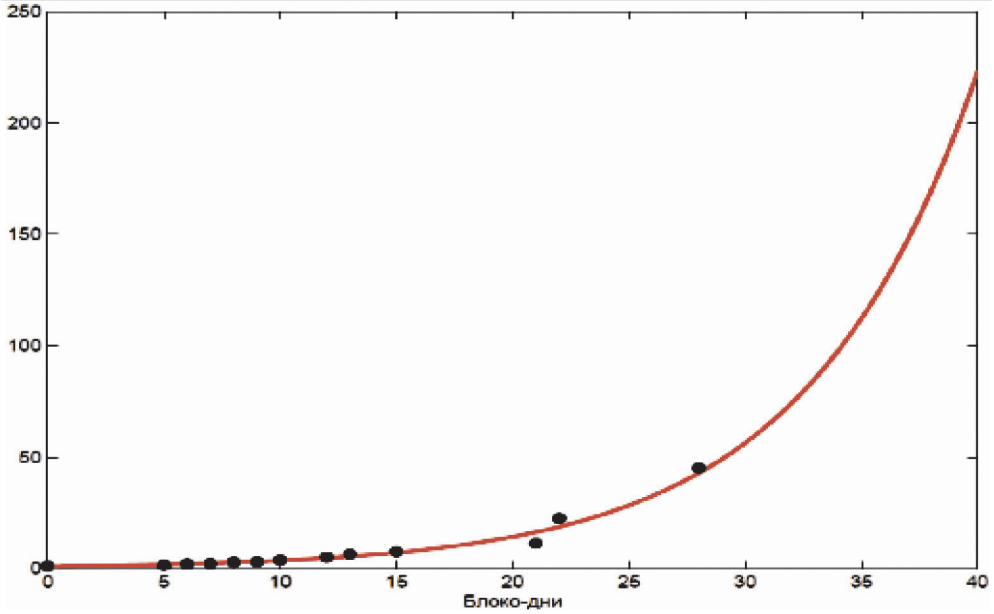


Рис. 4. Период (годы) повторяемости τ_r двух последовательных лет с длительностью летнего блокирования в атмосфере не менее отмеченного на горизонтальной оси числа блоко-дней τ_Σ (сут.) в западно-тихоокеанском секторе Северного полушария по данным реанализа для периода 1969–2013 гг. Кривая – экспоненциальная аппроксимация

щихся в годовом цикле и межгодовой изменчивости. С точки зрения краткосрочного и среднесрочного прогноза есть перспектива более адекватного учета процессов, характеристики которых могут быть предикторами для формирования атмосферных блокингов. Полезными индикаторами при сохранении суммарного углового момента системы Земля–атмосфера являются угловая скорость вращения Земли и суммарный момент импульса атмосферы. В частности, проявляется связь блокирования в тропосфере с вариациями струйного течения выше по потоку относительно области формирования блокинга (*Мохов, 2011*).

Чрезвычайные события последних лет (в частности, аномальная жара и пожары на европейской территории России летом 2010 г. и рекордное наводнение на Амуре в 2013 г.) с особой остротой поднимают вопросы, связанные с климатическими изменениями и их последствиями, в том числе экологическими. Согласно модельным оценкам аномально продолжительные режимы блокирования, с которыми связаны отмеченные аномалии, можно было ожидать (*Мохов и др., 2013; Мохов и др., 2014б*). При оценке возможных изменений блокинговой активности в атмосфере на фоне вековых тенденций необходимо учитывать эффекты, связанные с внутривековыми квазициклическими глобальными и региональными процессами, в том числе явлениями Эль-Ниньо, Северо-Атлантического и Арктического колебаний, Тихоокеанской десятилетней осцилляции, Атлантического и Тихоокеанского долгопериодных колебаний.

1.3. Внетропические циклоны и антициклоны

С атмосферными циклонами, играющими ключевую роль в погодно-климатической изменчивости и атмосферной энергетике, связаны пониженное давление, вращение воздуха против часовой стрелки, восходящие токи, облачность, осадки. С атмосферными антициклонами связаны повышенное давление, вращение воздуха по часовой стрелке, нисходящие токи, отсутствие облаков и осадков или относительно малое их количество. Изменение циклонической/антициклонической активности в атмосфере, смещение характерных путей циклонов/антициклонов и их интенсивности приводит к увеличению вероятности осадков в одних регионах и риску иссушения в других. С наиболее интенсивными циклонами связаны ливневые осадки (или сильные снегопады зимой) и наводнения, а с антициклонами, в частности с блокирующими, – засухи в теплые сезоны и морозы – в холодные.

Сложность идентификации и количественной оценки характеристик внетропических циклонов (антициклонов) и их траекторий связана с процессами их генерации в атмосфере с ключевой ролью бароклинной неустойчивости, с существенным влиянием изменчивости статической устойчивости атмосферы. Особую роль играет при этом водяной пар и фазовые переходы влаги. Внетропические циклоны сильно различаются по размерам (с характерными диаметрами от около 100 до более 1000 км) и по форме. Идентификация индивидуальных атмосферных вихрей и их траекторий осложняется изменением в процессе эволюции их формы, тем, что проявляются эффекты перезамыкания изобар с разделением на отдельные структурные особенности или наоборот – объединением в одну структуру. Существенно различается и вертикальная структура разных внетропических циклонов и антициклонов.

Различаются методы идентификации циклонической активности, используемые данные, а также анализируемые периоды (*Le Treut and Kalnay, 1990*; *Murray and Simmonds, 1991*; *Мохов и др., 1993*; *Лагун и Язев, 1994*; *Serreze, 1995*; *Serreze et al., 1997*; *Blender et al., 1997*; *Sinclair and Watterson, 1999*; *Бардин, 2000*; *Grigoriev et al., 2000*; *Gulev et al., 2001*; *McCabe et al., 2001*; *Hanson et al., 2004*; *Бардин и Полонский, 2005*; *Benestad and Chen, 2006*; *Wang et al., 2006*; *Trigo, 2006*; *Акперов и др., 2007*; *Голицын и др., 2007а*; *Rudeva and Gulev, 2007*; *Raible et al., 2008*; *Inatsu, 2009*; *Акперов и Мохов, 2010*; *Акперов и Мохов, 2013*; *Neu et al., 2013*; *ВОД, 2014)*.

Для сравнительного анализа разных методов идентификации циклонов был организован специальный международный проект IMILAST (*Neu et al., 2013*) с диагностикой внетропических циклонов, определением их ключевых параметров (*Leckebusch et al., 2006*; *Wang et al., 2006*; *Loptien et al., 2008*; *Bengtsson et al., 2009*; *Pinto et al., 2009*; *Raible et al., 2010*; *Schneidereit et al., 2010*).

В (*Акперов и Мохов, 2010*) проведено сравнение трех различных методов идентификации атмосферных циклонов во внетропических широтах (20–80º с.ш.) Северного полушария (СП) с использованием данных реанализа для полей приповерхностного атмосферного давления. Метод I основан на стандартном выделении циклона, как области пониженного давления, ограниченной замкнутыми изобарами (изогипсами при использовании данных для геопотенциала). В (*Акперов и Мохов, 2010*) использовалась модифицированная версия метода I (*Акперов, др., 2007*; *Голицын и др., 2007а*) по сравнению с (*Бардин, 2000*; *Бардин и Полон-*

ский, 2005). В частности, была изменена дискретность шага при определении замкнутых изобар, добавлены условия для траекторного анализа. При временной дискретности данных в 6 часов в единую траекторию объединялись два ближайших циклонических центра, если максимальное расстояние между центрами в последовательные моменты времени не превышало 800 км и изменение давления в центре при этом не должно превышать 20 гПа. Методом II идентификации циклонов и их траекторий (*Grigoriev et al., 2000*; *Gulev et al., 2001*) учитываются лишь те циклоны, значения давления в центре которых не более 1015 гПа и время жизни не менее 24 ч. В траекторию объединяются два ближайших циклона в последовательные моменты времени (при шаге по времени 6 часов) с расстоянием между их центрами менее 10°. Методом III (*Serreze, 1995*; *Serreze et al., 1997*) каждый циклон идентифицируется как область пониженного давления с замкнутыми изобарами с шагом 1 гПа. Траектории определялись при условии, что максимальное расстояние, на которое может переместиться циклон за 6 часов (шаг по времени) не может превышать 800 км (при максимальной скорости циклона 133 км/ч) и изменение давления в центре при этом не превышает 20 гПа. В (*Акперов и Мохов, 2010*) сравнивались детектируемые разными методами внетропические циклоны со временем жизни не менее суток и давлением в центре циклона не более 1015 гПа.

В табл. 1 представлено среднегодовое количество внетропических циклонов СП и для различных регионов и сезонов по данным NCEP/NCAR реанализа для периода 1948–2007 гг., определенное с использованием разных методов детектирования (*Акперов и Мохов, 2010*). В скобках приведены среднеквадратические отклонения (СКО) в межгодовой изменчивости. Согласно табл. 1 общее количество внетропических циклонов СП в среднем за год хорошо согласуется (в пределах СКО) с использованием методов I и II – <N> около 2400 циклонов (в среднем для периода 1948–2007 гг.). Хорошо согласуются и соответствующие среднеквадратические межгодовые отклонения δN – около 60 (различия менее 9%). Существенно меньше внетропических циклонов в СП детектируется в среднем за год методом III (<N> = 1616) и межгодовая изменчивость при этом также существенно меньше (δN = 43). Количество циклонов в целом за год на основе метода I только на 2% меньше, чем на основе метода II и на 32% больше, чем на основе метода III. Следует отметить, что относительная изменчивость, характеризуемая величиной δN/<N>, при использовании всех трех методов получена близкой – 2.6% для метода I, 2.8% для метода II и 2.7% для метода III.

Сравнение для различных сезонов выявило общее, при использовании всех трех анализировавшихся методов, превышение числа летних внетропических циклонов СП над зимними в среднем для 60-летнего периода (*Акперов и Мохов, 2010*). При этом для межсезонных вариаций отмечены существенные количественные отличия результатов использования разных методов детектирования внетропических циклонов, в том числе и методов I и II, для которых в целом за год результаты близки. Количество циклонов, выделяемых методом III, во всех случаях существенно меньше, чем определяется другими двумя методами. Зимой наибольшее количество циклонов выявляется методом I. На основе метода I отмечено на 15% больше циклонов, чем на основе метода II и на 38% больше, чем на основе метода III. Летом на основе метода I выявлено на 18% меньше циклонов, чем с помощью метода II и на 27% больше циклонов, чем с помощью метод

Таблица 1. Среднегодовое количество внетропических циклонов СП и для различных регионов и сезонов по данным NCEP/NCAR реанализа для периода 1948–2007 гг., определенное с использованием разных методов детектирования (*Акперов и Мохов, 2010*). В скобках приведены среднеквадратические отклонения (СКО) в межгодовой изменчивости

Период	Метод	Тихоокеанский сектор	Евро-Атлантический сектор	СП
Зима	I	171 (±12)	193 (±13)	581 (±25)
	II	161 (±15)	284 (±17)	495 (±23)
	III	104 (±10)	141 (±10)	357 (±20)
Лето	I	253 (±14)	257 (±17)	616 (±26)
	II	289 (±20)	350 (±19)	749 (±36)
	III	185 (±12)	186 (±13)	451 (±19)
Год	I	713 (±27)	1027 (±36)	2392 (±61)
	II	856 (±37)	1265 (±42)	2445 (±68)
	III	484 (±22)	750 (±22)	1616 (±43)

метода III. Средний диапазон внутригодовых вариаций ΔN числа внетропических циклонов СП между зимой и летом при использовании метода I равен 35 ($\Delta N/N$ = 6%), метода II – 254 (40%), метода III – 94 (23%). При этом величина ΔN только в 1.4 раза превышает величину δN при использовании метода I, тогда как при использовании других методов соотношение $\Delta N/\delta N$ существенно более значимо: около 10 для метода II и около 5 для метода III.

На рис. 1 представлены межгодовые вариации общего количества внетропических циклонов СП N за год, нормированные на среднее значение <N> для периода 1948–2007 гг., по данным NCEP/NCAR реанализа над Евро-Атлантическим (а) и Тихоокеанским (б) секторами и в целом для СП (в) с использованием различных методов (I, II, III) идентификации циклонов. В таблице 2 приведено количество внетропических циклонов в среднем за год <N> для периода 1948–2007 гг., а также для зимнего и летнего сезонов. Приведены также соответствующие значения СКО для количества циклонов δN в межгодовой изменчивости.

Межгодовая изменчивость количества внетропических циклонов, детектированных разными методами, сравнивалась также для разных регионов, в частности для Евро-Атлантического сектора (30–75ºN, 100ºW–60ºE) (рис. 1а) и Тихоокеанского сектора (30º–75ºN, 90ºE–110ºW) (рис. 1б), в том числе и для разных сезонов (рис. 2-1, 2-2).

Для Евро-Атлантического сектора наибольшее число циклонов выявлено методом II как для СП в целом, так и для зимы и лета (*Акперов и Мохов, 2010*). На основе метода I для зимы выявляется на 32% меньше циклонов, чем на основе метода II и на 27% больше циклонов, чем на основе метода III. Для лета на основе метода I выявляется на 26% меньше циклонов, чем на основе метода II и на 28% больше циклонов, чем на основе метода III. Для Евро-Атлантического сектора на основе метода I идентифицируется на 19% меньше циклонов, чем на основе метода II и на 27% больше, чем на основе метода III. Средний диапазон вариаций ΔN числа внетропических циклонов СП для Евро-Атлантического сектора между зимой и летом на основе метода I равен 64 ($\Delta N/N$ = 28%), на основе метода II – 66

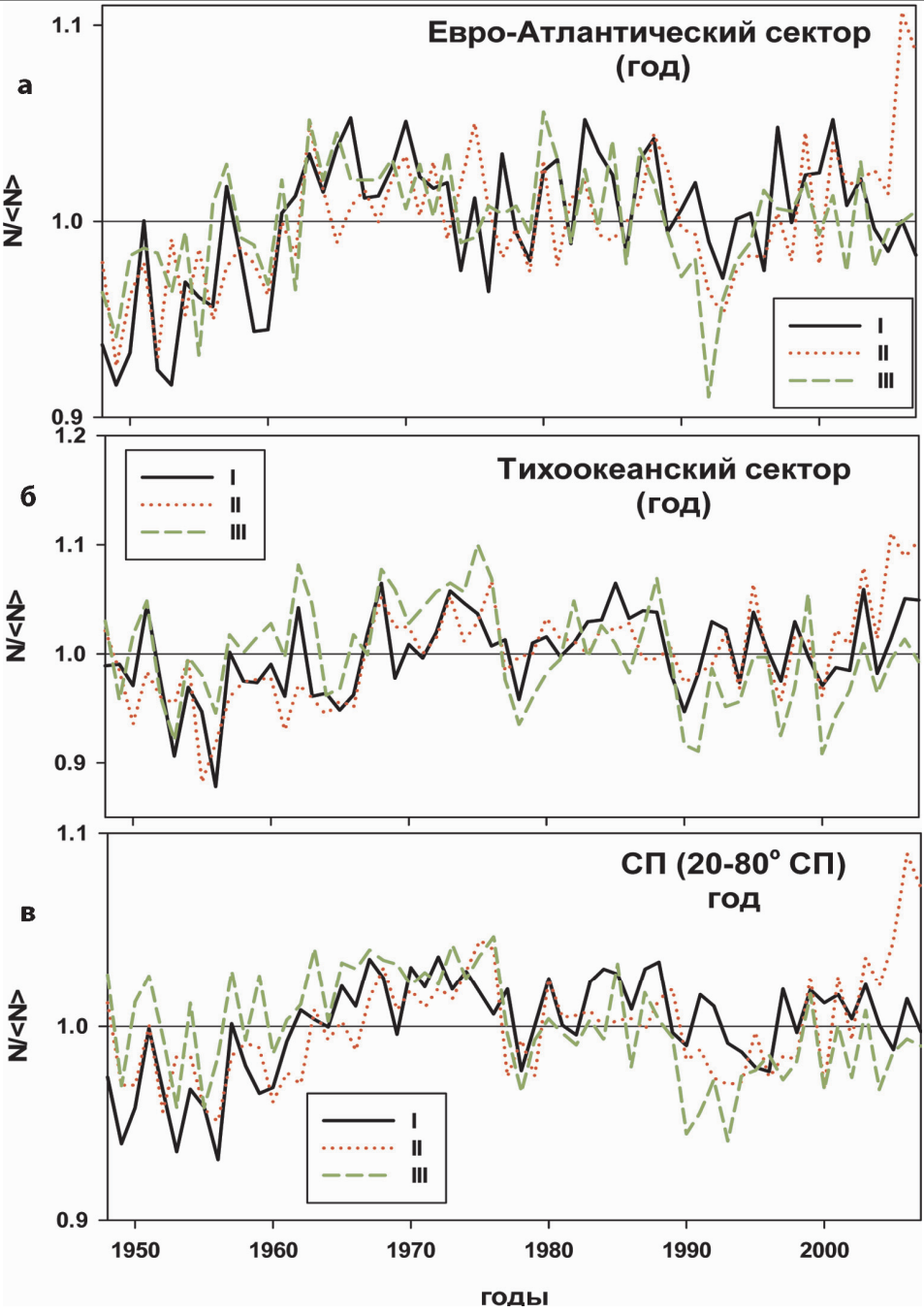


Рис. 1. Межгодовые вариации общего количества внетропических циклонов СП N за год, нормированные на среднее значение <N> для периода 1948–2007 гг., по данным NCEP/NCAR реанализа над Евро-Атлантическим (а) и Тихоокеанским (б) секторами и в целом для СП (в) с использованием различных методов (I, II, III) идентификации циклонов

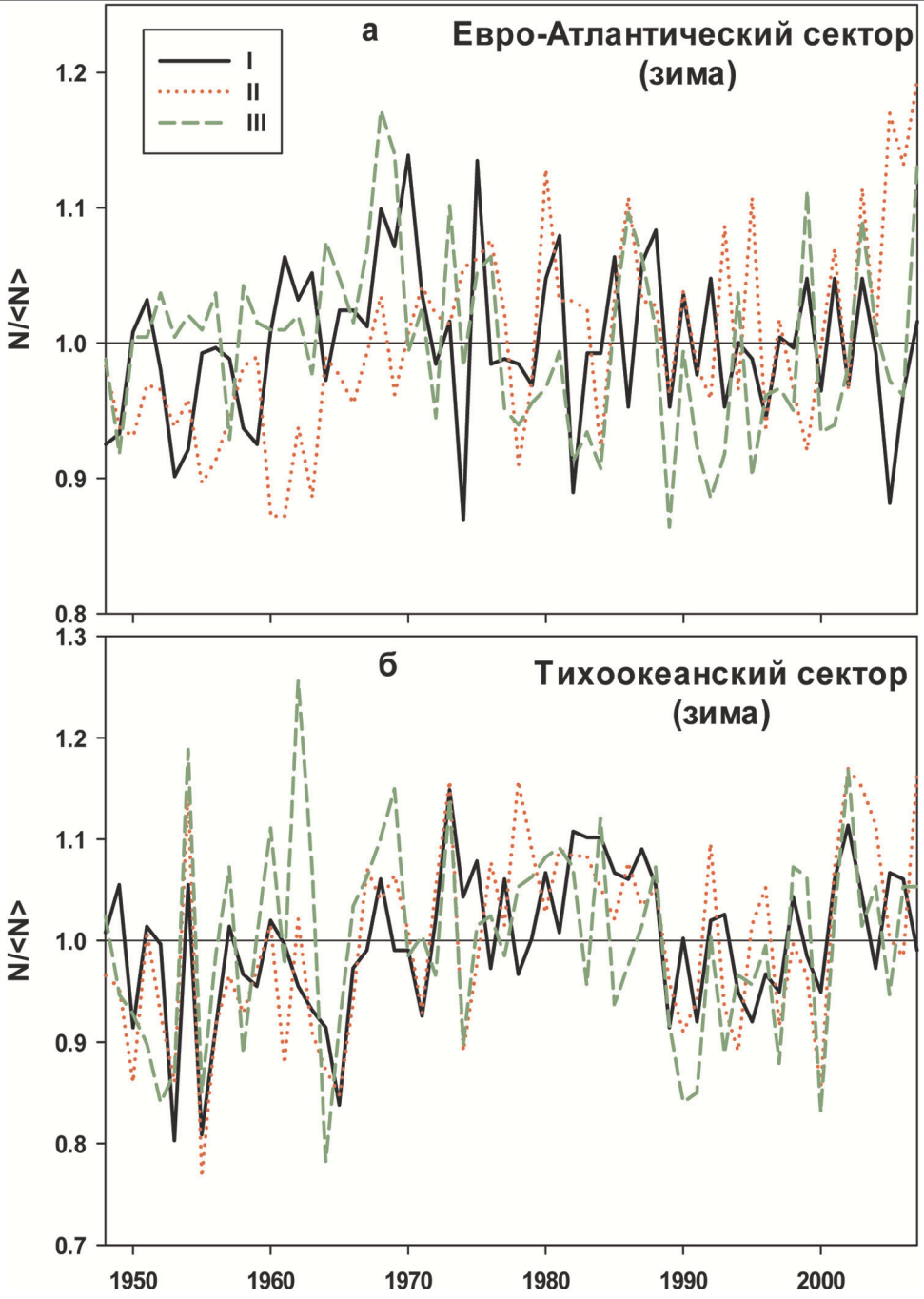


Рис. 2-1. Межгодовые вариации общего количества зимних (а, б) внетропических циклонов СП N, нормированные на среднее значение <N> для периода 1948–2007 гг., по данным NCEP/NCAR над Евро-Атлантическим (а, в) и Тихоокеанским (б, г) секторами

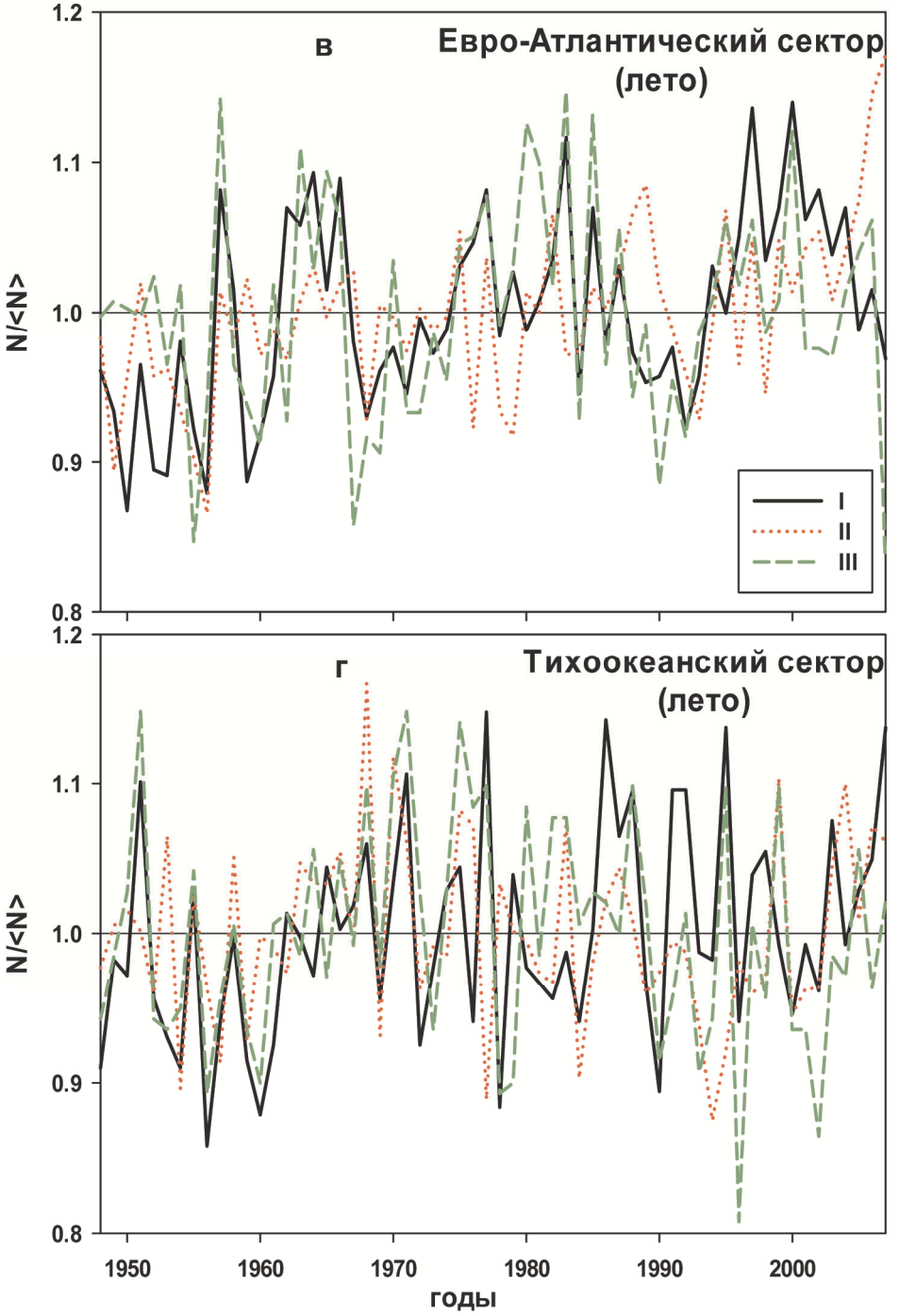


Рис. 2-2. Межгодовые вариации общего количества летних (в, г) внетропических циклонов СП N, нормированные на среднее значение <N> для периода 1948–2007 гг., по данным NCEP/NCAR над Евро-Атлантическим (а, в) и Тихоокеанским (б, г) секторами

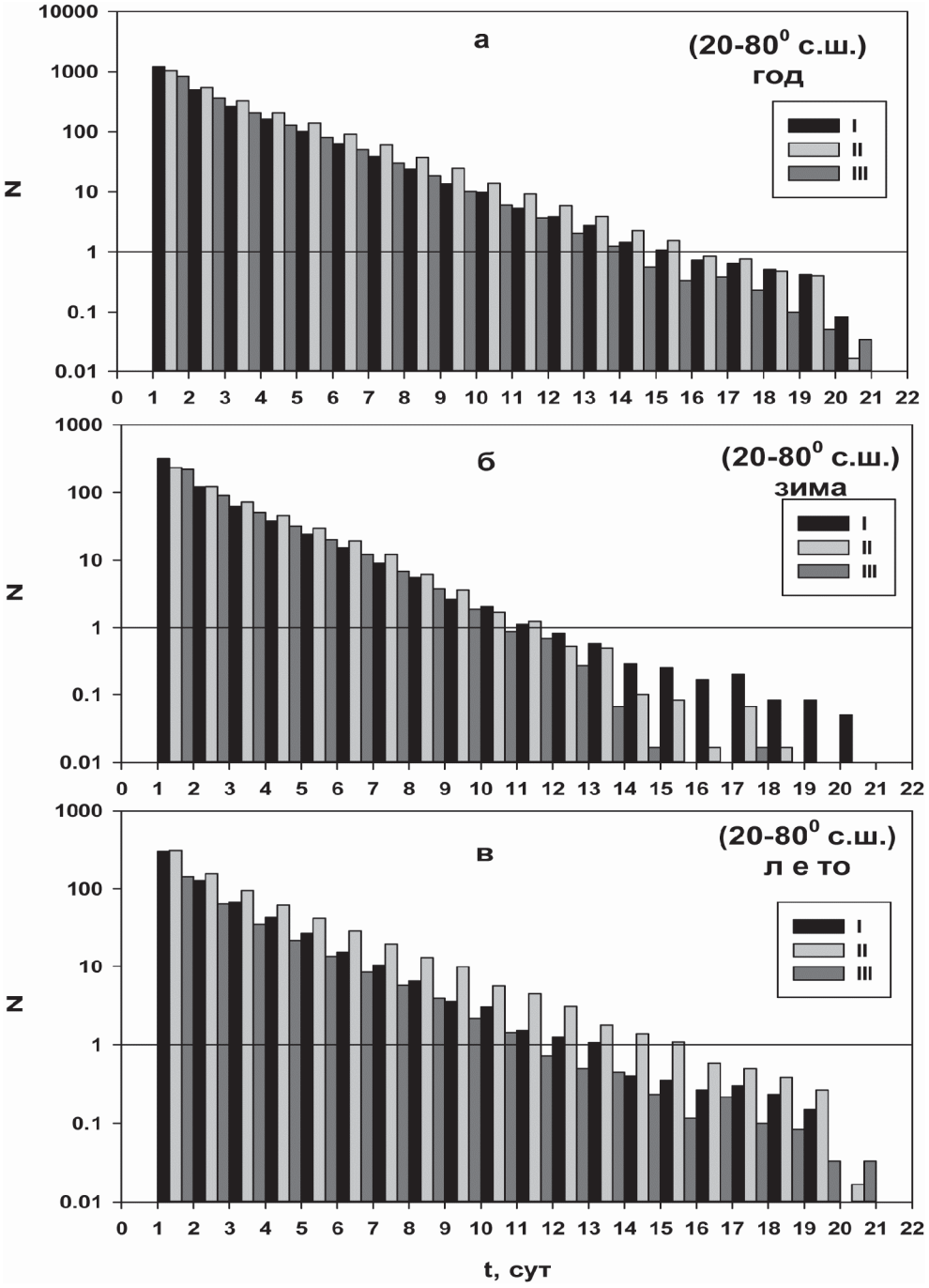


Рис. 3. Распределение количества внетропических циклонов СП в зависимости от времени жизни в целом за год (а) и для сезонов (б, в) с использованием различных методов (I, II, III) идентификации циклонов по данным NCEP/NCAR реанализа для 1948–2007 гг.

(21%), а на основе метода III – 45 (27%). При этом соотношение ΔN/δN около 10 на основе метода I, около 5 на основе метода II и около 6 на основе метода III.

Для Тихоокеанского сектора зимой наибольшее число циклонов выявлено в (*Акперов и Мохов, 2010*) методом I (на 6% циклонов больше, чем на основе метода II и на 40% больше, чем на основе метода III), а для лета – методом II (на 12% циклонов больше, чем на основе метода I). Методом III для лета выявляется на 27% меньше циклонов, чем на основе метода I. В целом для Тихоокеанского сектора на основе метода I выявляется на 17% меньше циклонов, чем на основе метода II и 32% больше циклонов, чем на основе методов III. Средний диапазон вариаций δN числа внетропических циклонов СП для Евро-Атлантического сектора между зимой и летом на основе метода I равен 82 (ΔN/N = 39%), на основе метода II – 128 (57%), а на основе метода III – 81 (56%). При этом соотношение ΔN/δN существенно – около 11 на основе метода I, около 15 на основе метода II и около 17 на основе метода III.

Коэффициент корреляции межгодовых вариаций числа внетропических циклонов СП, идентифицированных с помощью методов I и II, оценен в (*Акперов и Мохов, 2010*) равным 0.62, при использовании методов I и III – 0.41, а на основе методов II–III – 0.55. Во всех этих случаях корреляция значима на уровне 99%.

На рис. 3 приведены функции распределения количества внетропических циклонов СП в зависимости от их времени жизни для года в целом и для разных сезонов (*Акперов и Мохов, 2010*). Распределения имеют экспоненциальный характер. Около 70% циклонов, полученных на основе всех трех методов, имеют время жизни до 3 дней. Методом I для внетропических широт СП в целом идентифицируется на 7% больше короткоживущих вихрей (до 3 дней), чем на основе метода II и на 29% больше, чем с помощью метода III. Зимой методом I выявляется на 19% больше циклонов, чем методом II и на 30% больше, чем методом III. Летом с помощью метода I идентифицируется на 8% меньше циклонов, чем методом II и почти на 50% больше, чем методом III.

На рис. 4 приведены функции распределения количества внетропических циклонов в целом за год и для зимы и лета в зависимости от средней интенсивности $\delta P_ц$ – модуля разности давлений между центром циклона ($P_ц$) и последней замкнутой изобарой ($P_п$) (*Акперов и Мохов, 2010*). Минимальное давление в центре внетропических циклонов для года в целом и для зимы, полученное с использованием трех методов идентификации, получено равным около 940 гПа, при максимальном значении 1015 гПа. Для летнего сезона минимальное давление для циклонов, полученных с помощью трех методов, соответствует 970 гПа.

Доля циклонов со средней за время жизни интенсивностью не более 5 гПа составляет около 70% от общего количества, определенного на основе метода I, а на основе метода II – 62%. Для зимы – 66% и 50% на основе метода I и II, соответственно, а для лета – 80% и 77%. Интенсивные циклоны, характеризующиеся интенсивностью не менее 30 гПа, идентифицированные на основе методов I и II, составляют не более 1% от общего количества, как в целом, так и для отдельных сезонов.

При этом в целом для СП количество циклонов с интенсивностью не более 5 гПа, выявляемых с использованием метода I, всего на 4% меньше, чем с использованием метода II. Для диапазона интенсивностей не более 5 гПа с помощью метода I идентифицируется на 16% больше циклонов, чем на основе метода II, зимой и на 19% меньше летом.

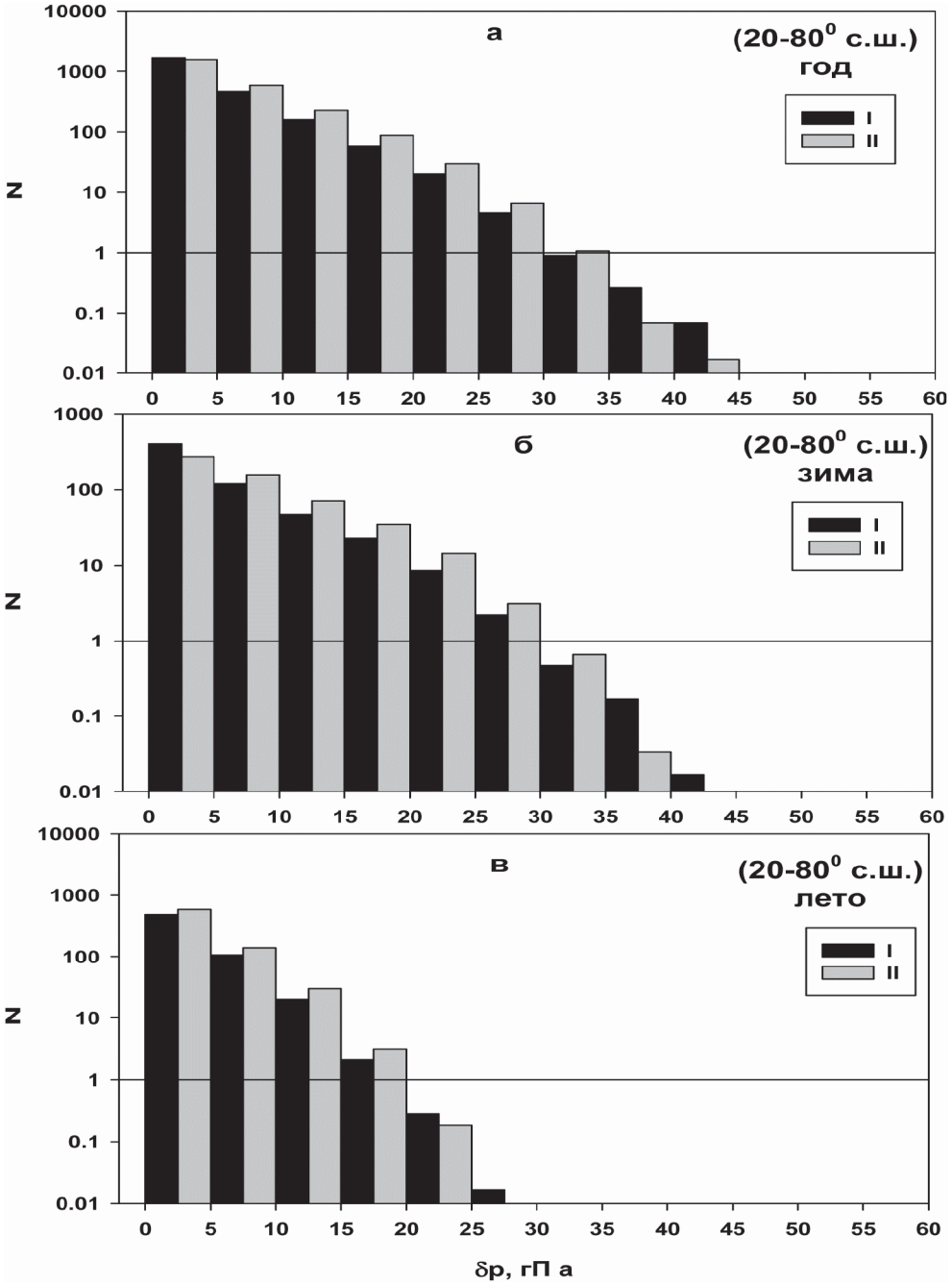


Рис. 4. Распределение числа внетропических циклонов в зависимости от средней интенсивности в целом за год (а) и для сезонов (б, в) с использованием различных методов (I, II) идентификации циклонов для 1948–2007 гг. по данным NCEP/NCAR реанализа

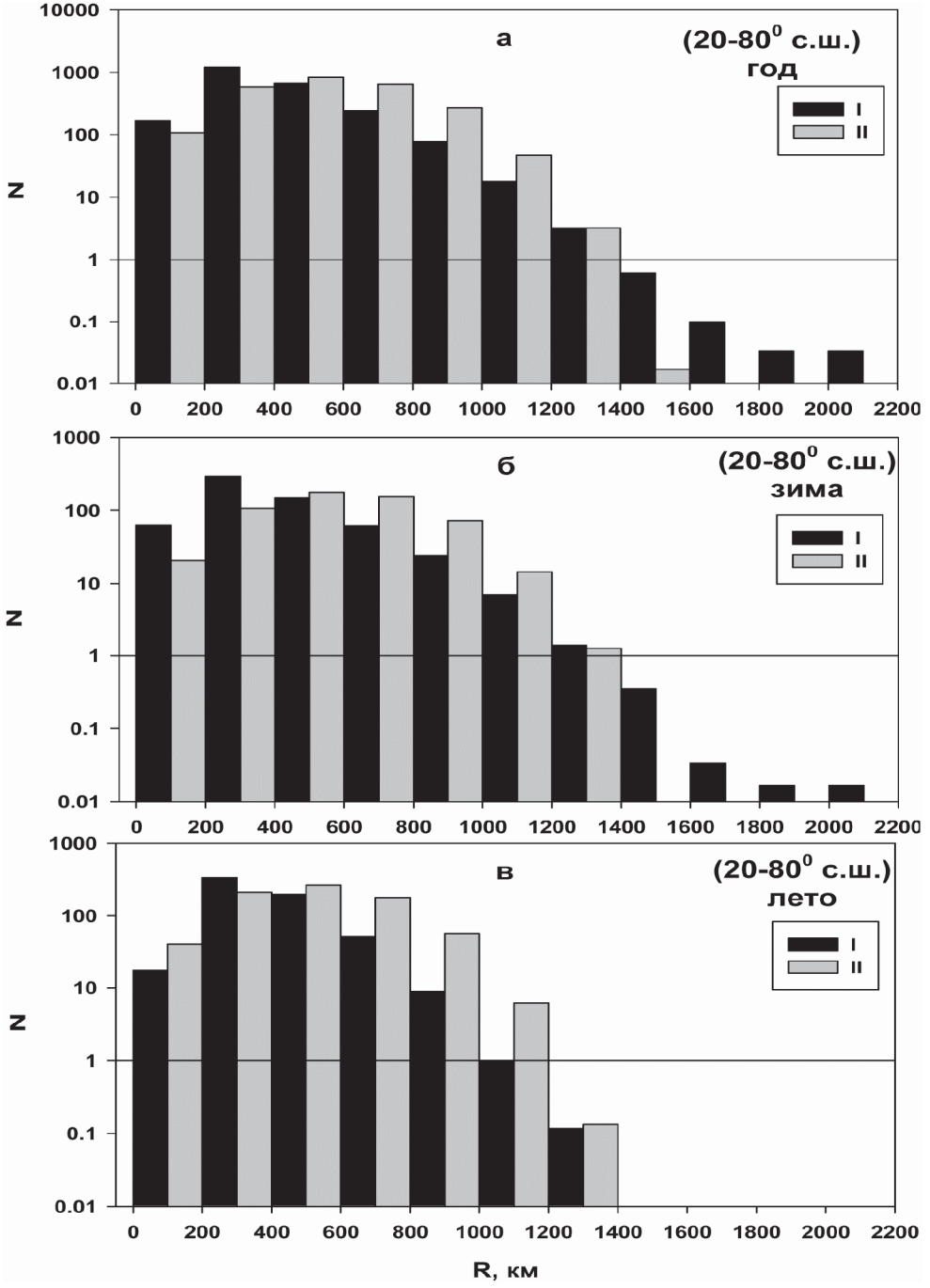


Рис. 5. Распределение числа внетропических циклонов в зависимости от средних размеров в целом за год (а) и для сезонов (б, в) с использованием различных методов (I, II) идентификации циклонов для 1948–2007 гг. по данным NCEP/NCAR реанализа

Функции распределения количества циклонов в зависимости от их характерного размера (радиуса) в целом за год и для отдельных сезонов представлены на рис. 5. Максимальный размер циклонов, идентифицированных с помощью метода I, равен 2000 км, а с помощью метода II – 1500 км. Около 85% циклонов, полученных на основе метода I, соответствуют средним размерам циклонов до 600 км, в то время как на основе метода II – это соответствует лишь 60%. При этом в целом для СП количество циклонов с размером до 600 км, идентифицируемых с использованием метода I, на 4% меньше, чем с использованием метода II. При этом зимой в диапазоне размеров не более 600 км с помощью метода I идентифицируется на 9% больше циклонов, чем на основе метода II, а летом на 19% меньше.

Одним из факторов, влияющих на количество идентифицируемых циклонов, является орография (см. напр. (*Tsukernik, 2007*). В табл. 2 представлены оценки количества внетропических циклонов СП с учетом областей с влиянием орографических эффектов и без их учета.

Таблица 2. Среднее количество внетропических циклонов СП за год по данным NCEP/NCAR реанализа для периода 1948–2007 гг. с учетом и без учета орографии. В скобках приведены среднеквадратические отклонения для межгодовой изменчивости

Метод	Количество циклонов	
	С учетом областей с существенным влиянием орографии	Без учета областей с существенным влиянием орографии
I	2392 (±61)	2270 (±56)
II	2445 (±68)	2289 (±63)
III	1616 (±43)	1516 (±40)

В целом за год с учетом областей с существенным влиянием орографических эффектов идентифицируется на 6% больше циклонов, чем без их учета (табл. 2). Следует отметить, что в ряде работ циклоны, детектированные в этих областях, исключаются из анализа (например, в областях с высотой земной поверхности более 1000 м (см. напр. (*Pinto et al., 2007*). Это, в частности, центральная часть Гренландии, Тибетское нагорье, Атласские горы, Кордильеры и др.

В таблице 3 сравниваются траектории конкретного циклона и изменения его характеристик с использованием трех методов идентификации. Согласно табл. 3 27 декабря 2007 г. с помощью метода II идентифицировался циклон в 00:00 часов, методом I – через 6 часов, а методом III – через 12 часов.

Было проведено также сравнение характеристик внетропических циклонов, определенных по трем разным данным реанализа (NCEP/NCAR, ERA-40, ERA-Interim), с использованием метода I. Для сравнения разных данных было выбрано два периода: 1989–1998 гг. и 1999–2008 гг.

Согласно табл. 4 для периода с 1989 г. по 1998 г. для отдельных сезонов и в целом за год количество циклонов, детектируемых с использованием ERA-Interim реанализа, больше, чем с использованием других данных (NCEP/NCAR и ERA-40) с более грубым пространственным разрешением. Зимой на основе данных NCEP/NCAR реанализа идентифицируется на 15% меньше циклонов, чем на основе данных ERA-Interim реанализа и всего на 4% больше, чем по данным

Таблица 3. Сравнение характеристик конкретного внетропического циклона, определявшихся разными методами

Дата/время (GMT)	Широта СП, град.			Долгота, град. (В.Д.)			Давление в центре, гПа			Интенсивность, гПа			Характерный размер, км		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
27.12.07 00:00		35.5			141.1			1001.9			7.4			926.0	
27.12.07 06:00	37.3	37.5		142.4	143.0		996.6	996.5		2.5	10.8		352.4	1147.0	
27.12.07 12:00	40.0	40.4	39.9	145.0	146.3	144.5	992.8	992.6	994.5	5.0	15.6		343.3	1165.5	
27.12.07 18:00	42.5	42.3	41.4	147.5	147.3	146.7	986.0	985.8	987.7	8.9	20.5		455.0	1222.4	
28.12.07 00:00	42.5	44.1	42.7	149.9	148.3	149.0	981.6	979.3	982.2	11.5	26.9		529.4	1245.7	
28.12.07 06:00	45.0	45.8	44.7	150.0	149.3	147.5	977.7	977.6	980.1	30.5	23.1		1473.8	1155.9	
28.12.07 12:00	47.5	47.7	47.2	150.0	149.2	152.7	977.7	977.9	980.3	32.1	23.3		1525.8	1193.3	
28.12.07 18:00	47.5	48.2	48.1	150.0	150.0	148.5	977.2	976.7	978.6	31.4	24.4		1546.5	1297.2	
29.12.07 00:00	49.6	49.3	49.3	146.9	150.4	151.3	979.1	977.4	979.5	31.6	23.0		1634.6	1309.0	
29.12.07 06:00	50.0	50.1	49.3	152.4	152.1	151.3	979.7	979.8	980.8	28.6	16.8		1601.2	1218.3	
29.12.07 12:00	50.0	50.9	50.4	152.7	153.9	154.2	976.2	975.2	977.0	10.1	23.2		607.8	1285.5	
29.12.07 18:00	52.5	51.6	52.5	154.2	153.4	152.7	973.4	972.8	974.5	5.2	23.8		352.4	1240.8	

ERA-40 реанализа. Летом по данным NCEP/NCAR реанализа идентифицируется на 15% меньше циклонов, чем на основе данных ERA-Interim реанализа и на 11% меньше, чем по данным ERA-40 реанализа. В целом за год различия в количестве циклонов, идентифицируемых на основе NCEP/NCAR реанализа, на 15% меньше, чем по данным ERA-Interim реанализа и всего на 2% меньше, чем по данным ERA-40 реанализа.

Для периода с 1999 г. по 2008 г. на основе данных NCEP/NCAR реанализа идентифицируется на 24% меньше циклонов, чем по данным ERA-Interim реанализа для зимы и на 21% меньше для лета. В целом за год количество циклонов, идентифицируемых на основе NCEP/NCAR реанализа для этого периода, на 25% меньше, чем на основе ERA-Interim реанализа. При этом различие количества циклонов между двумя периодами (1999–2008 гг. и 1989–1998 гг.) на основе данных NCEP/NCAR реанализа около 1% для отдельных сезонов и в целом за год, а для циклонов на основе ERA-Interim реанализа существенно больше – около 12%.

На рис. 6 представлены функции распределения количества внетропических циклонов СП, полученных с использованием метода I по разным данным для двух периодов (1999–2008 гг. и 1989–1998 гг.) в зависимости от времени жизни циклонов для разных сезонов и в целом за год. По более детальным данным ERA-Interim реанализа отмечено наибольшее количество внетропических циклонов со временем жизни до 2 дней. По данным NCEP/NCAR и ERA-40 около 70% циклонов имеют время жизни до 3 дней для обоих периодов. При этом для ERA-Interim реанализа количество короткоживущих циклонов достигает 90%.

Таблица 4. Среднее количество внетропических циклонов СП в году и для различных сезонов по данным NCEP/NCAR, ERA-40 и ERA-INTERIM реанализов для периода 1989–2008 гг., определенное с использованием метода I. В скобках приведены среднеквадратические отклонения в межгодовой изменчивости

Период	Реанализ	СП (1989-1998)	СП (1999-2008)
Зима	NCEP/NCAR	593 (±13)	600 (±19)
	ERA-40	570 (±26)	
	ERA-INTERIM	696 (±18)	792 (±34)
Лето	NCEP/NCAR	621 (±18)	637 (±11)
	ERA-40	696 (±30)	
	ERA-INTERIM	719 (±10)	810 (±37)
Год	NCEP/NCAR	2383 (±35)	2417 (±30)
	ERA-40	2434 (±82)	
	ERA-INTERIM	2814 (±45)	3209 (±77)

Для 10-летнего периода с 1989 г. по 1998 г. на основе данных NCEP/NCAR реанализа отмечено на 5% меньше циклонов (в целом за год) со временем жизни не более 3 дней, чем по данным ERA-40 и на 36% меньше, чем по данным ERA-Interim. Зимой по данным NCEP/NCAR идентифицируется всего на 2% больше циклонов, чем по данным ERA-40 и на 33% меньше, чем по данным ERA-Interim. Для лета – соответственно на 13% меньше, чем по данным ERA-40 и на 35% меньше, чем по данным ERA-Interim. Для периода с 1999 г. по 2008 г. на основе

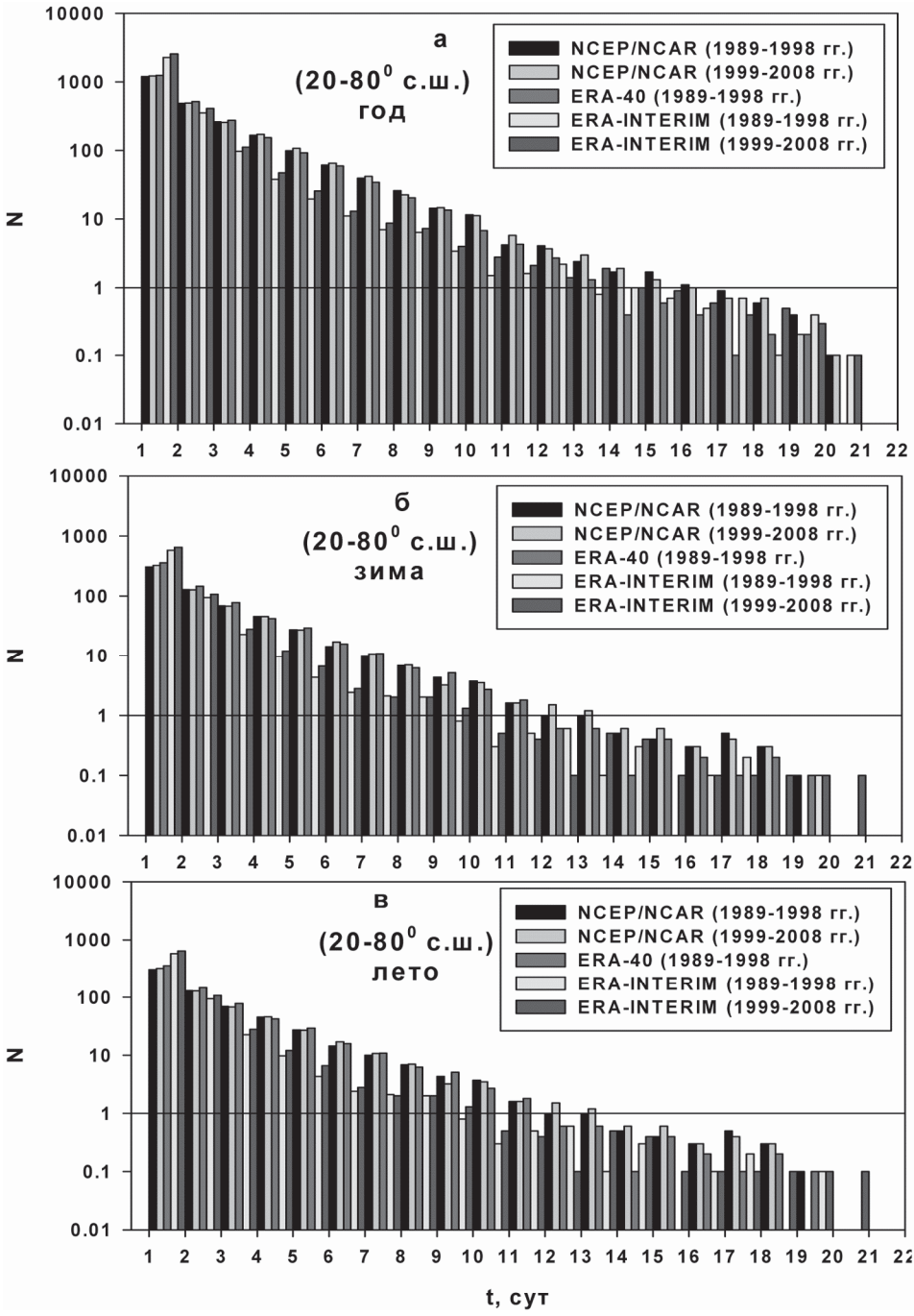


Рис. 6. Распределение числа внетропических циклонов СП в зависимости от времени жизни (сут.) в целом за год (а), для зимы (б) и лета (в) по разным данным реанализа для 1989–1998 гг. и для 1999–2008 гг. с использованием метода I

данных NCEP/NCAR выявляется на 41% меньше циклонов, чем по данным ERA-Interim для зимы и на 40% меньше для лета, а в целом за год разница около 43%.

Количество циклонов, идентифицированных на основе данных NCEP/NCAR реанализа для периода 1999–2008 гг. на 1% больше, чем для периода 1989–1998 гг. в целом за год. Соответственно зимой отмечено на 1% меньше циклонов, а летом – на 3% больше. При этом количество циклонов на основе данных ERA-Interim реанализа для второго периода (1999–2008 гг.) больше, чем для первого (1989–1998 гг.) и составляет около 12%, как в целом за год, так и для отдельных сезонов.

На рис. 7 приведены функции распределения количества внетропических циклонов СП для отдельных сезонов и в целом за год в зависимости от их интенсивности δPц (с использованием метода I) по разным данным (NCEP/NCAR, ERA-40 и ERA-Interim) для периодов 1989–1998 гг. и 1999–2008 гг.

В целом за год и для зимнего сезона по данным NCEP/NCAR и ERA-40 реанализа минимальное давление в центре циклонов получено равным около 940 гПа для обоих анализировавшихся периодов. Для летнего сезона минимальное давление в центре циклонов повышается до 970 гПа для периода 1989–1998 гг. и до 980 гПа для периода 1999–2008 гг. Для циклонов, идентифицированным на основе ERA-Interim реанализа для периода 1989–1998 гг., минимальное давление в центре циклонов для года в целом, так и для зимы, составляет 930 гПа. А летом – 940 гПа. Для второго периода 1999–2008 гг. циклоны с минимальным давлением в центре 930 гПа характерны как для зимы, так и для лета. При этом количество таких циклонов на 50% больше зимой, чем летом.

Циклоны, выделенные на основе данных ERA-Interim реанализа, характеризуются большими значениями интенсивности, чем по данным с более грубым пространственным разрешением (NCEP/NCAR, ERA-40) (рис. 7) – выявлены циклоны с интенсивностью до 65 гПа. Такие циклоны были отмечены как для холодного, так и для теплого сезона. Для циклонов, полученных на основе данных NCEP/NCAR реанализа, максимальные значения интенсивности достигают 50 гПа для периода 1989–1998 гг. и 40 гПа для периода 1999–2008 гг., 35 гПа для зимнего сезона и 20 гПа для летнего сезона для обоих периодов. Для циклонов, идентифицированных на основе данных ERA-40 реанализа, интенсивность находится в диапазоне от 1 гПа до 45 гПа в целом за год и для зимы и до 25 гПа для лета. В целом за год и для отдельных сезонов по разным данным доля циклонов со средней интенсивностью не более 5 гПа около 70%.

Для первого периода (1989–1998 гг.) для циклонов с интенсивностью не более 5 гПа на основе данных NCEP/NCAR реанализа идентифицируется на 4% меньше циклонов, чем по данным ERA-40 и на 26% меньше, чем по данным ERA-Interim в целом за год. Зимой – соответственно выявляется на 4% больше циклонов, чем по данным ERA-40 и на 30% меньше, чем по данным ERA-Interim. Летом – на 15% меньше, чем по данным ERA-40 и ERA-Interim. Для второго периода (1999–2008 гг.), на основе данных NCEP/NCAR реанализа идентифицируется на 19% меньше циклонов, чем по данным ERA-Interim для зимы и только на 1% больше для лета, а в целом за год разница около 13%.

Для периода 1999□2008 гг. количество циклонов с интенсивностью не более 5 гПа, идентифицированных на основе данных NCEP/NCAR реанализа, только на 2% больше, чем для периода 1989–1998 гг. в целом за год и для отдельных сезонов. При этом различия в количестве циклонов на основе данных ERA-Interim реана-

лиза для второго (1999–2008 гг.) и первого (1989–1998 гг.) периодов около 13% (1999–2008 гг. – 1989–1998 гг.), как в целом за год, так и для отдельных сезонов.

Функции распределения количества циклонов, полученных с использованием метода I, в зависимости от их характерного размера (радиуса) в целом за год и для отдельных сезонов по разным данным для двух анализируемых периодов представлены на рис. 8. При этом около 80% циклонов соответствуют размерам до 600 км. Для первого периода (1989–1998 гг.) для циклонов с размерами до 600 км по данным NCEP/NCAR реанализа идентифицируется только на 4% меньше циклонов, чем на основе данных ERA-40 и на 18% меньше, чем на основе данных ERA-Interim в целом за год. Для зимы по данным NCEP/NCAR реанализа идентифицируется лишь на 3% меньше циклонов, чем на основе ERA-40 и на 19% меньше, чем на основе ERA-Interim. Для лета на 3% меньше, чем на основе данных ERA-40 и на 13% меньше, чем на основе ERA-Interim. Для второго периода (1999–2008 гг.) по данным NCEP/NCAR реанализа идентифицируется на 29% меньше циклонов, чем на основе данных ERA-Interim для зимы и на 21% меньше для лета, а в целом за год разница около 28%.

Количество циклонов с размерами до 600 км, идентифицированных на основе данных NCEP/NCAR реанализа для периода 1999–2008 гг., только на 2% больше, чем для периода 1989–1998 гг. в целом за год и для отдельных сезонов. При этом различия в количестве циклонов на основе данных ERA-Interim реанализа для второго (1999–2008 гг.) и первого (1989–1998 гг.) периодов около 14%, как в целом за год, так и для отдельных сезонов.

На примере экстремального внетропического циклона “Дарья” (23.02.1990 12:00 – 28.02.1990 18:00) рассмотрены изменения его параметров на основе трех разных данных реанализа с разным спектральным и пространственным разрешением (NCEP/NCAR, ERA-Interim1, ERA-Interim2[1]) (рис. 9).

На рис. 10 представлены кумулятивные распределения количества внетропических циклонов и антициклонов в зависимости от квадрата их интенсивности δp^2) (энергии) по данным реанализа, а также по расчетам с КМОЦ ИВМ РАН (*Акперов и др., 2007; Голицын и др., 2007а*). Существенно, что для достаточно широкого диапазона интенсивностей на рис. 10 характерна линейная связь lgN с δp^2. Это свидетельствует об экспоненциальном характере зависимости количества внетропических циклонов и антициклонов от их интенсивности как по данным реанализа, так и по модельным расчетам (*Акперов и др., 2007; Голицын и др., 2007а*). При этом для экстремальных циклонов их повторяемость уменьшается быстрее экспоненты, а для экстремальных антициклонов – наоборот – медленнее экспоненты. Дефицит экстремальных циклонов уменьшает риск их неблагоприятных последствий с сильными ветрами и аномальными осадками, тогда как повышенная вероятность экстремальных антициклонов увеличивает риск таких неблагоприятных последствий как засухи летом и экстремальные морозы зимой. Экспоненциальными распределениями также аппроксимировались распределения торнадо, конвективных термиков по размерам и интенсивных полярных мезоциклонов (*Голицын, 1997*; *Вульфсон, 1997*; *Голицын и др., 1999а, б*; *Курганский, 2000*; *Mokhov, 2000*; *Mokhov and Priputnev*, 2001; *Mokhov and Akperov, 2003*; *Dotzek et al., 2005*; *Мохов и др., 2007*; *Рудева, 2008*).

[1] Для анализа также были использованы данные ERA-INTERIM с пространственным разрешением 0.75×0.75 (ERA-INTERIM), в то время как ERA-INTERIM1= ERA-INTERIM.

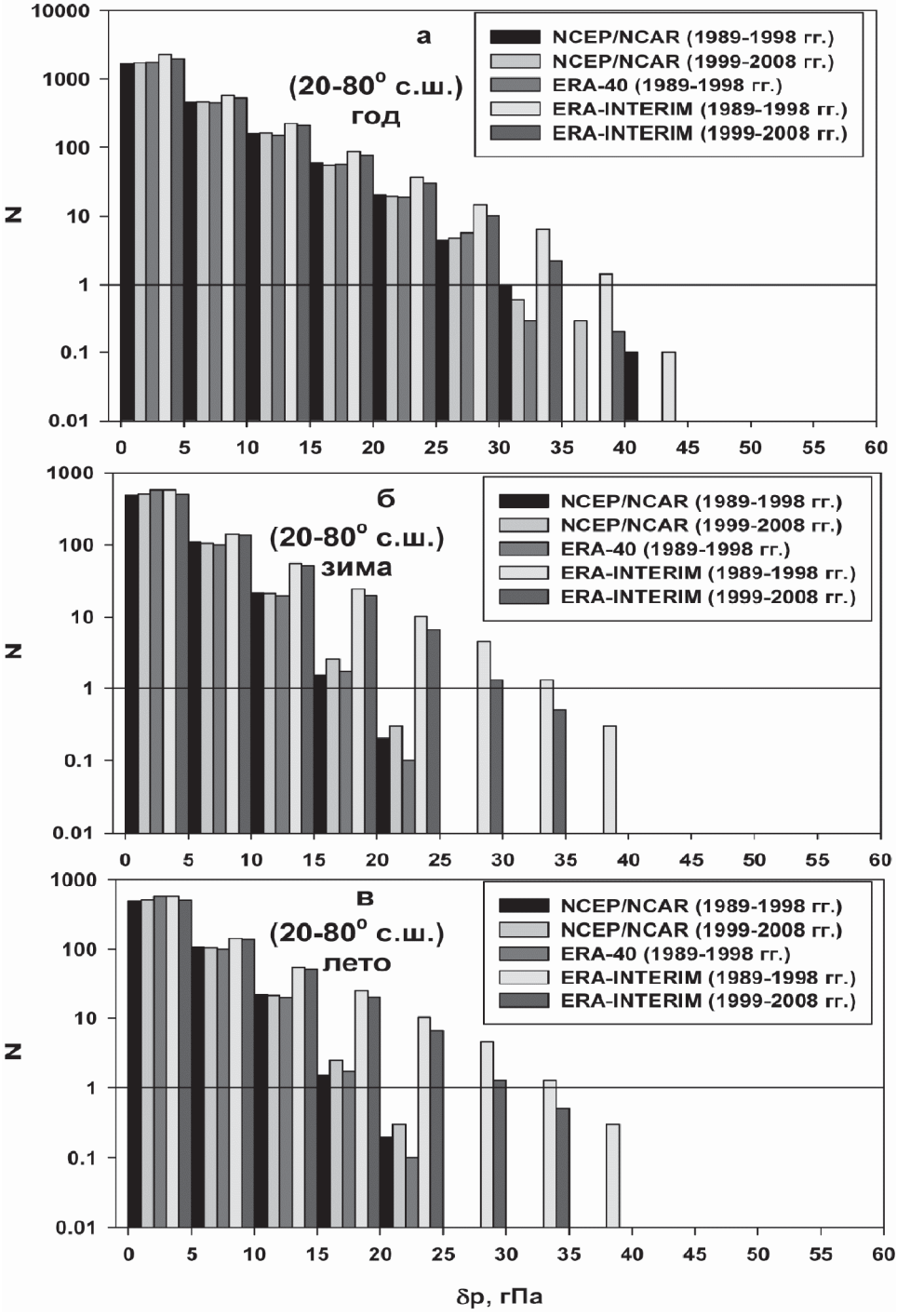


Рис. 7. Распределение числа внетропических циклонов СП в зависимости от их средней интенсивности (гПа) в целом за год (а), для зимы (б) и лета (в) по разным данным реанализа для 1989–1998 гг. и для 1999–2008 гг. с использованием метода I

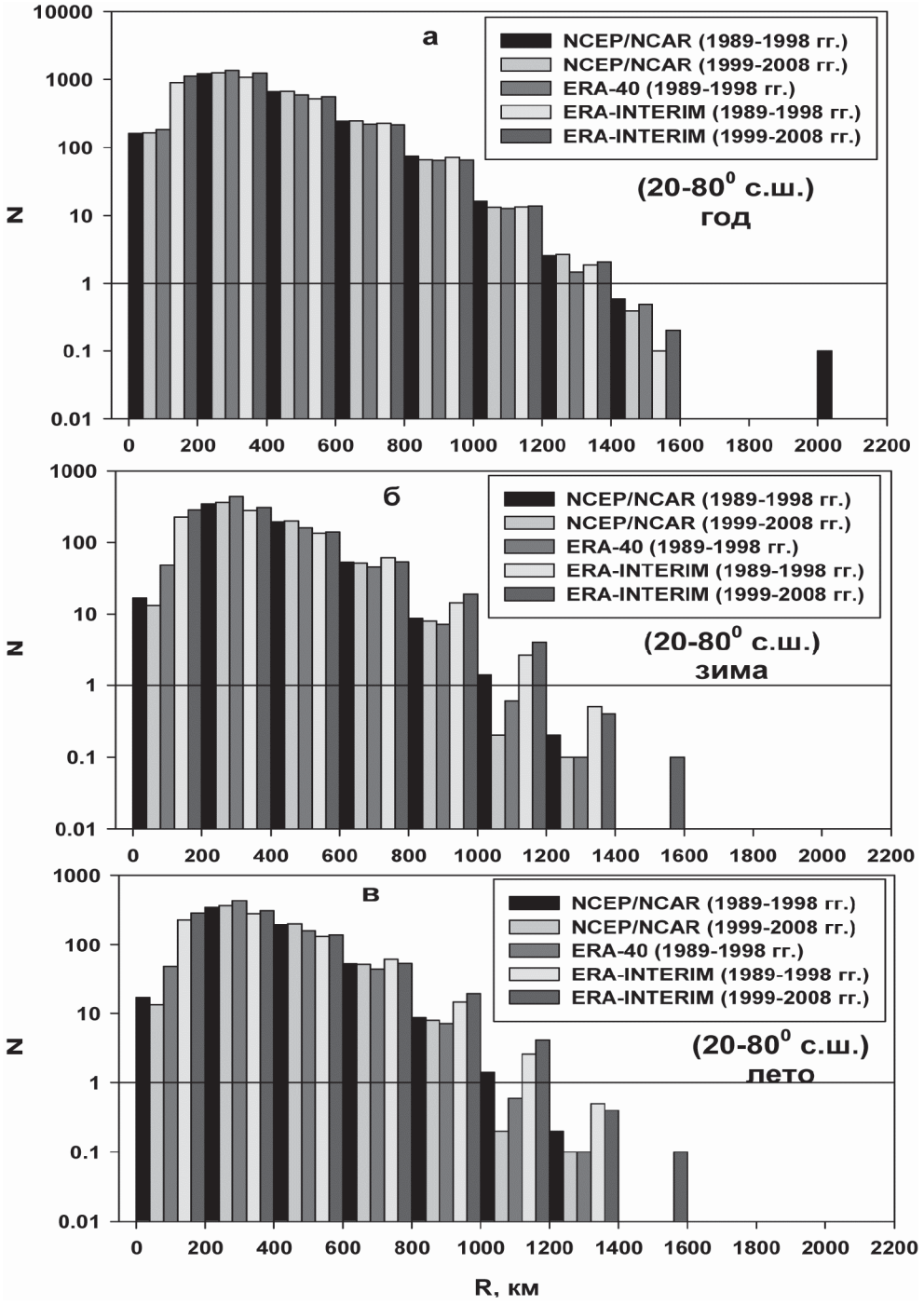


Рис. 8. Распределение числа внетропических циклонов СП в зависимости от характерного размера (радиуса) (км) в целом за год (а), для зимы (б) и лета (в) по разным данным реанализа для 1989–1998 гг. и для 1999–2008 гг. с использованием метода I

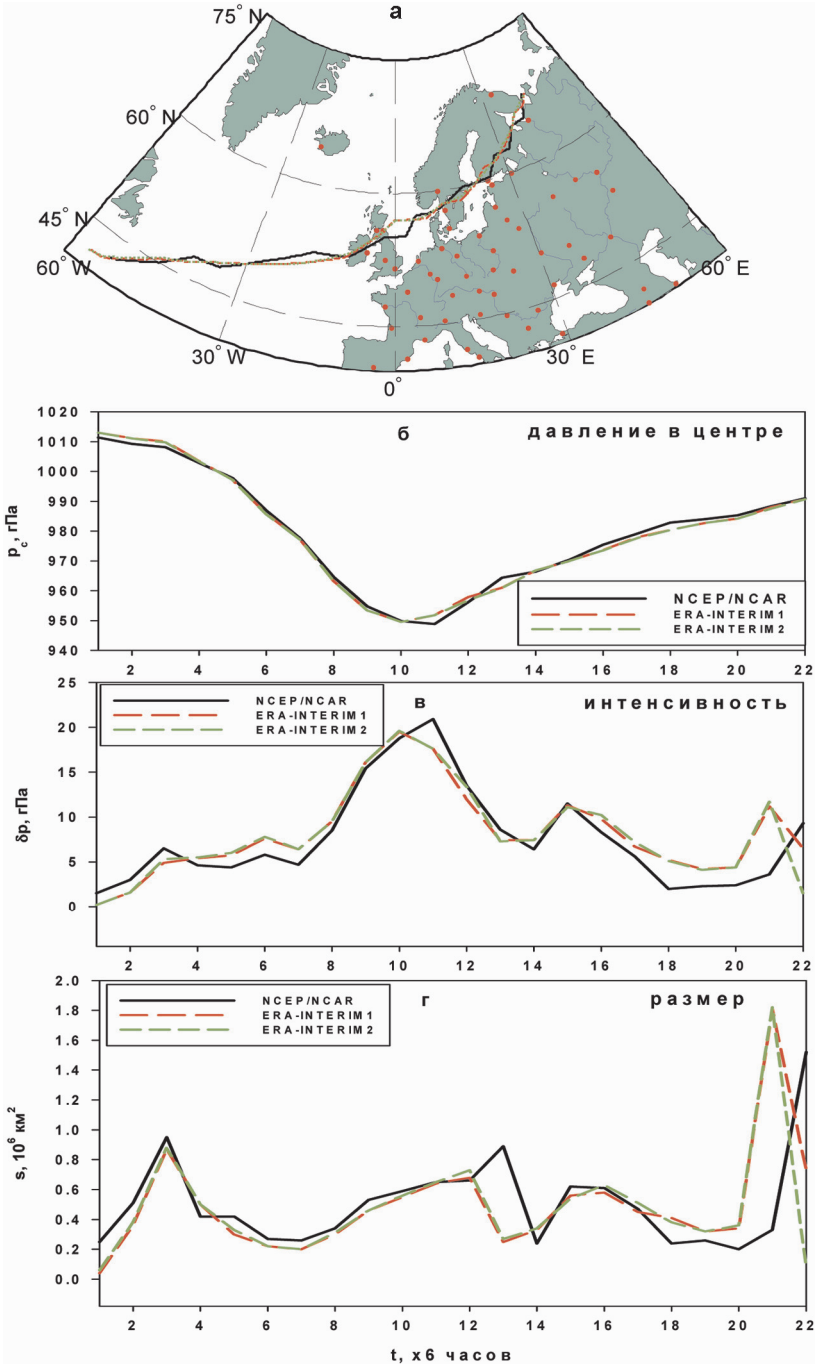


Рис. 9. Характеристики циклона “Дарья” (23.02.1990 12:00 – 28.02.1990 18:00): трек (а), давление в центре (б), интенсивность (в) и размер (г) на основе трех типов реанализа (NCEP/NCAR, ERA-INTERIM1, ERA-INTERIM2) в зависимости от времени жизни (t × 6 часов)

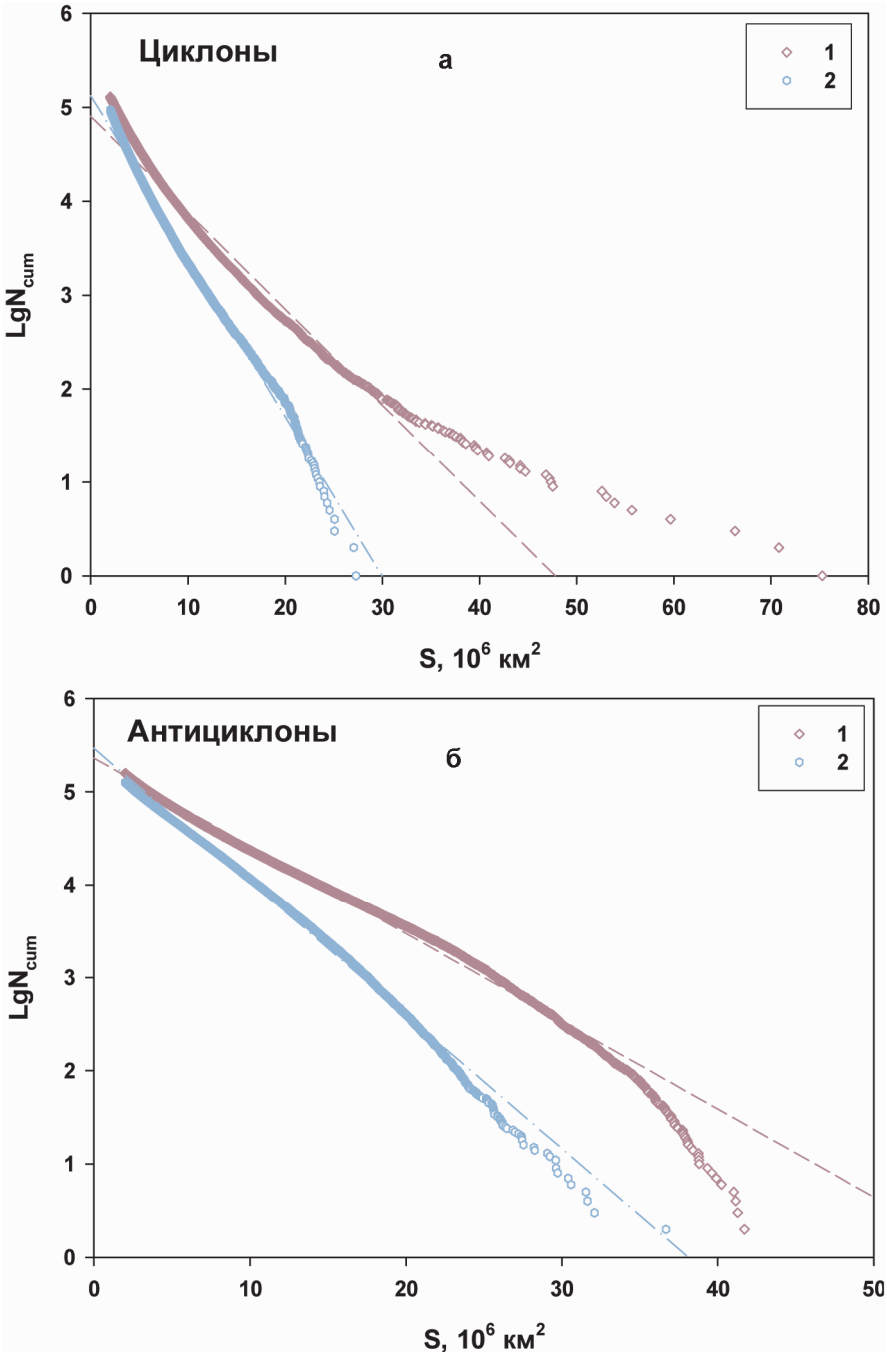


Рис. 10. Кумулятивные распределения числа внетропических атмосферных вихрей в зависимости от величины $(\delta\tilde{p})^2$, характеризующей энергию вихря, по данным реанализа NCEP/NCAR (1) и расчетам с КМОЦ ИВМ РАН (2) для периода 1952–2100 гг. (при сценарии SRES-A2 для 21 века), а) для циклонов, б) для антициклонов

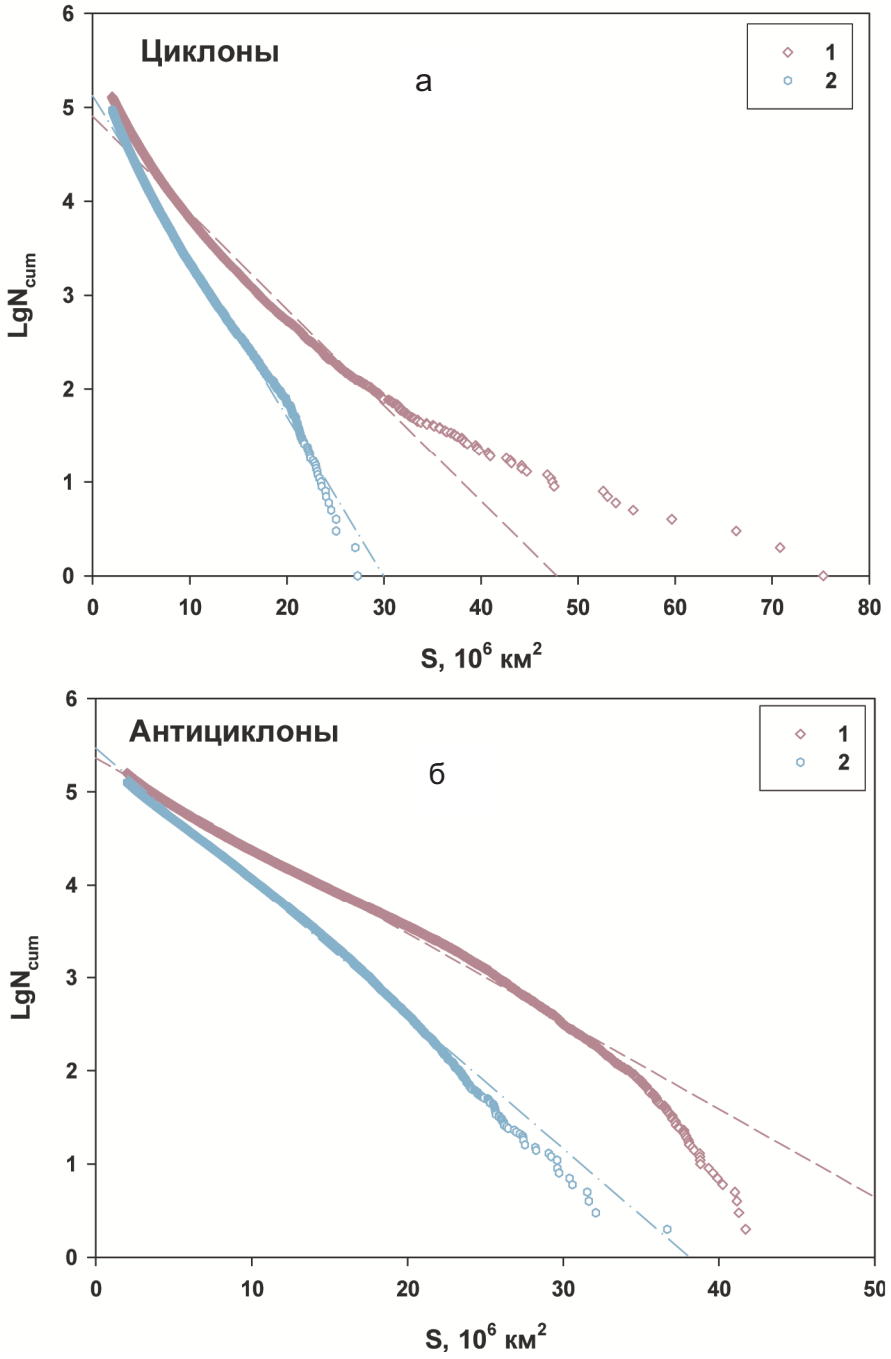


Рис. 11. Кумулятивные распределения числа внетропических атмосферных вихрей в зависимости от их площади *S* по данным реанализа NCEP/NCAR (1) и расчетам с КМОЦ ИВМ РАН (2) для периода 1952–2100 гг. (при сценарии SRES-A2 для 21 века), а) для циклонов, б) для антициклонов

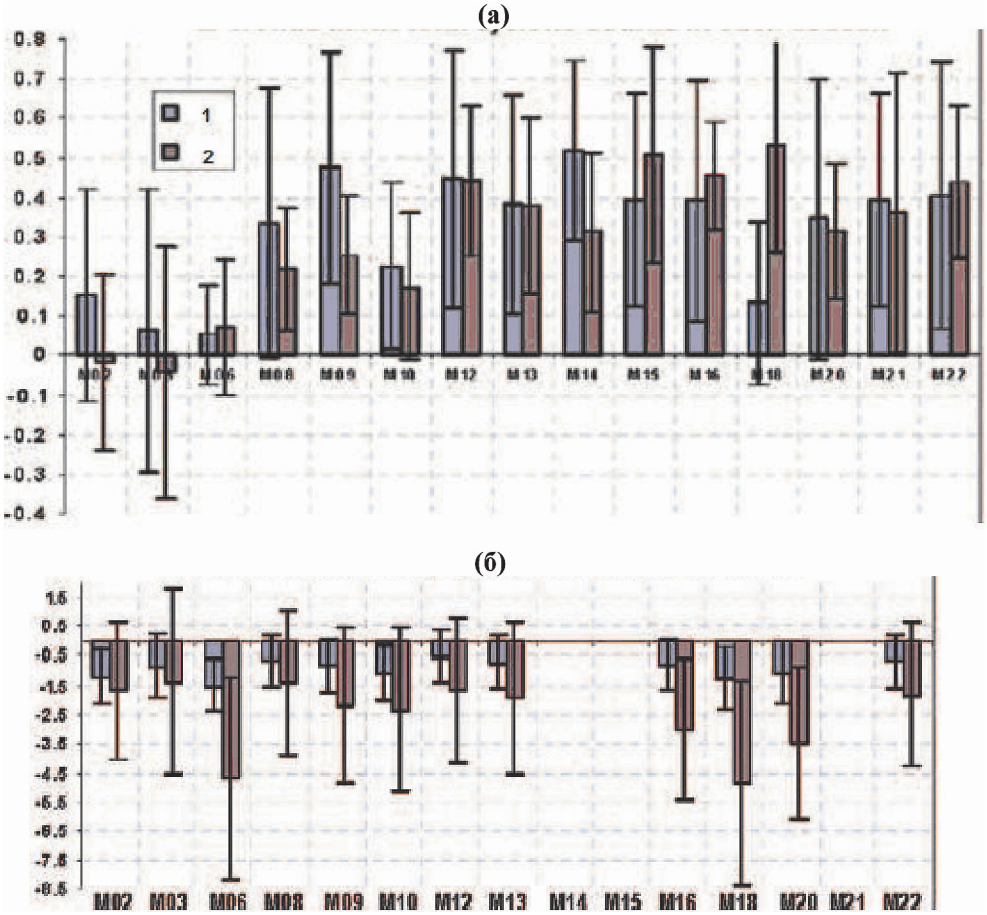


Рис. 12. Тренды изменений общего числа циклонов (а) и числа глубоких циклонов (давление в центре < 980 гПа) (б) для зимы (1) и лета (2) в Северном полушарии в 1989–2009 гг. (*Neu et al., 2013*). Отмечены доверительные интервалы оценки трендов со значимостью 95%

На рис. 11а, б представлены аналогичные кумулятивные распределения количества внетропических циклонов (а) и антициклонов (б) в зависимости от их площади S по данным реанализа, а также по расчетам с КМОЦ ИВМ РАН. Как и на рис. 10, на рис. 11 проявляется экспоненциальный характер зависимости количества внетропических циклонов и антициклонов от их площади для достаточно широкого диапазона S как по данным реанализа, так и по модельным расчетам. При этом зависимости по модельным расчетам для обоих типов внетропических вихрей (циклонов и антициклонов) заметно отличаются от соответствующих зависимостей по данным реанализа.

В рамках международного проекта IMILAST проведен анализ трендов изменений циклонической активности во внетропических широтах Северного полушария зимой (декабрь–февраль) и летом (июнь–август) с использованием и данных реанализа ERA-Interim для периода 1989–2009 гг. Полученные результаты

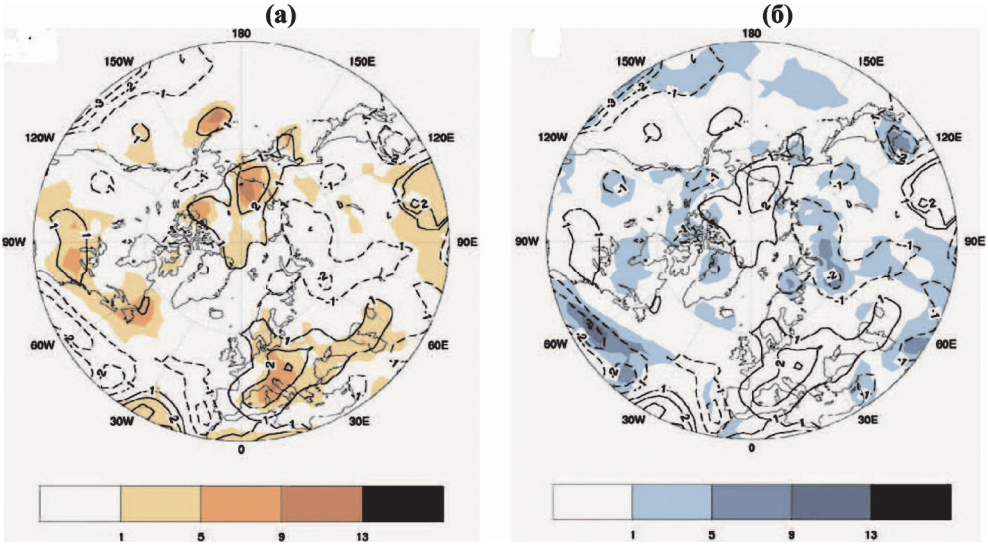


Рис. 13. Пространственные распределения для тренда общего числа циклонов в Северном полушарии в 1989–2009 гг. (*Neu et al., 2013*). Шкалы характеризуют количество моделей, для которых отмечены положительные (а) или отрицательные (б) тренды

свидетельствуют об увеличении общего числа циклонов в Северном полушарии при использовании большинства методов. При этом отмечены заметные различия результатов использования разных методов (рис. 12 а). Для глубоких циклонов на основе практически всех методов отмечено уменьшение их числа (хотя и незначительное) (рис. 12 б).

На рис. 13 представлены пространственные распределения для тренда числа внетропических циклонов в Северном полушарии зимой (рис. 13). Шкала на рис. 13 характеризует число методов, выявляющих статистически значимые положительные (рис. 13а) и отрицательные тренды (рис. 13б). Отмечены обширные области с положительным трендом, в том числе, над Атлантикой, над центральной Европой и над северо-восточной частью Тихого океана.

На рис. 14 представлены изменения повторяемости (в день) циклонических (а) и антициклонических вихрей (б) во внетропических широтах Северного полушария для периода 1980–2015 гг. по данным NCEP/NCAR реанализа для года в целом, а также для сезонов.

Повторяемость циклонов в исследуемом поясе широт Северного полушария варьируется в пределах от 18 до 20 циклонов в день, а также в пределах от 14 до 17 циклонов в день для зимы, и от 22 до 25 циклонов для лета. В среднем величина повторяемости соответствует 19.1(±0.5) циклонам в день. Для зимы и лета, 15.4(±0.7) и 23.5(±0.7), соответственно (табл. 5).

Повторяемость антициклонов намного меньше циклонов, и в среднем составляет 9.2(±0.3) циклона в день. Для зимы и лета, 11.1(±0.5) и 6.7(±0.4), соответственно. Повторяемость антициклонов варьируется незначительно, в пределах от 9 до 10 циклонов в день, а также в пределах от 10 до 12 циклонов в день для зимы, и 6–8 циклонов для лета.

Таблица 5. Средние значения характеристик циклонов и антициклонов по данным NCEP/NCAR реанализа для периода 1980–2015 гг.

повторяемость			
	Год	зима	лето
циклоны	19.1	15.4	23.5
антициклоны	9.2	11.1	6.7

плотность упаковки			
	год	зима	лето
циклоны	0.15	0.13	0.16
антициклоны	0.21	0.21	0.20

В среднем за год по данным для периода 1980–2015 гг. отмечено увеличение повторяемости циклонов и антициклонов (табл. 6). Аналогичная тенденция характерна также для зимы. Статистически значимых изменений в повторяемости антициклонов летом не выявлено, для циклонов отмечено увеличение повторяемости (табл. 6).

Таблица 6. Тренды (%/10 лет) повторяемости и плотности упаковки циклонов и антициклонов по данным NCEP/NCAR реанализа для периода 1980–2015 гг.

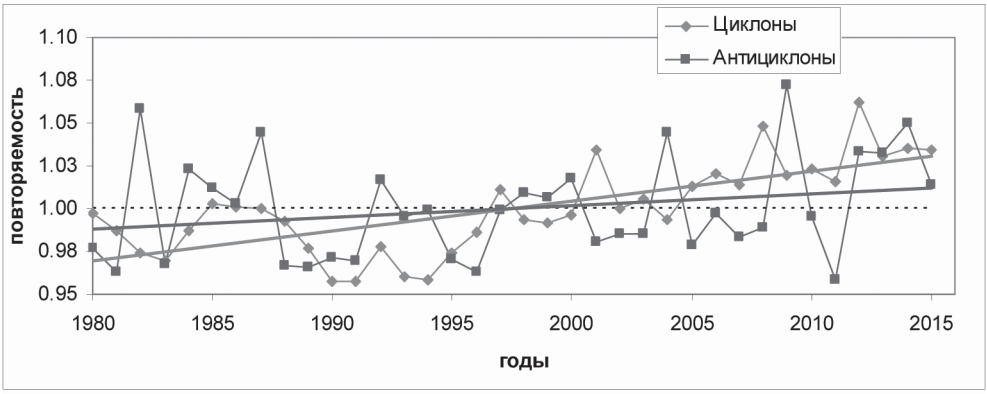
Тренд		год	зима	лето
повторяемость	циклоны	1.8	1.6	2.1
	антициклоны	0.7	2.0	0.1
плотность упаковки	циклоны	0	-0.1	0.4
	антициклоны	-1.5	-1.7	-2.0

В (Мохов и др., 1992а, б) была определена плотность упаковки циклонов и антициклонов в атмосфере, характеризующая долю площади небосвода полушария, занимаемого вихрями. На рис. 15 представлены результаты анализа межгодовой изменчивости плотности упаковки циклонов и антициклонов во внетропических широтах Северного полушария по данным реанализа NCEP/NCAR для периода 1980–2015 гг. Отмечено, что в среднем за год около 15% площади занимают циклоны, а антициклоны – 20%. Зимой плотность упаковки циклонов на полусфере составляет около 13%, а летом – 16%. Более высокую плотность упаковки циклонов летом можно связать с достаточно большой повторяемостью мелких циклонов летом. Зимой и летом плотность упаковки антициклонов составляет около 20%.

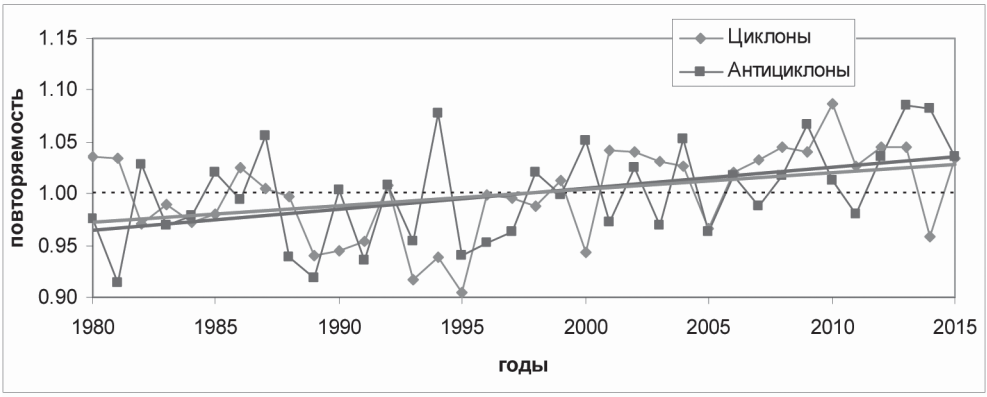
Следует отметить, что при меньшей повторяемости антициклоны в целом крупнее в размерах, чем циклоны.

Для плотности упаковки циклонов в среднем за год не отмечено значимых изменений, тогда как для антициклонов проявляется статистически значимое уменьшение. Зимой отмечено уменьшение плотности упаковки для циклонов и антициклонов. При этом изменения для циклонов статистически незначимы. Летом плотность упаковки антициклонов значимо уменьшается, а для циклонов статистически значимые изменения не выявлены (табл. 6).

а) в среднем за год



б) зима



в) лето

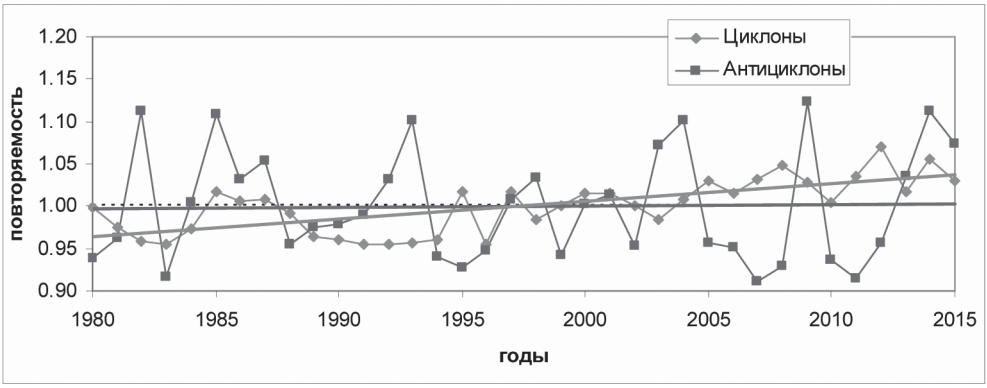


Рис. 14. Повторяемость циклонов и антициклонов, нормированная на среднее значение для периода 1980–2015 гг., по данным реанализа NCEP/NCAR в среднем за год (а) и для разных сезонов: зима (б) и лето (в)

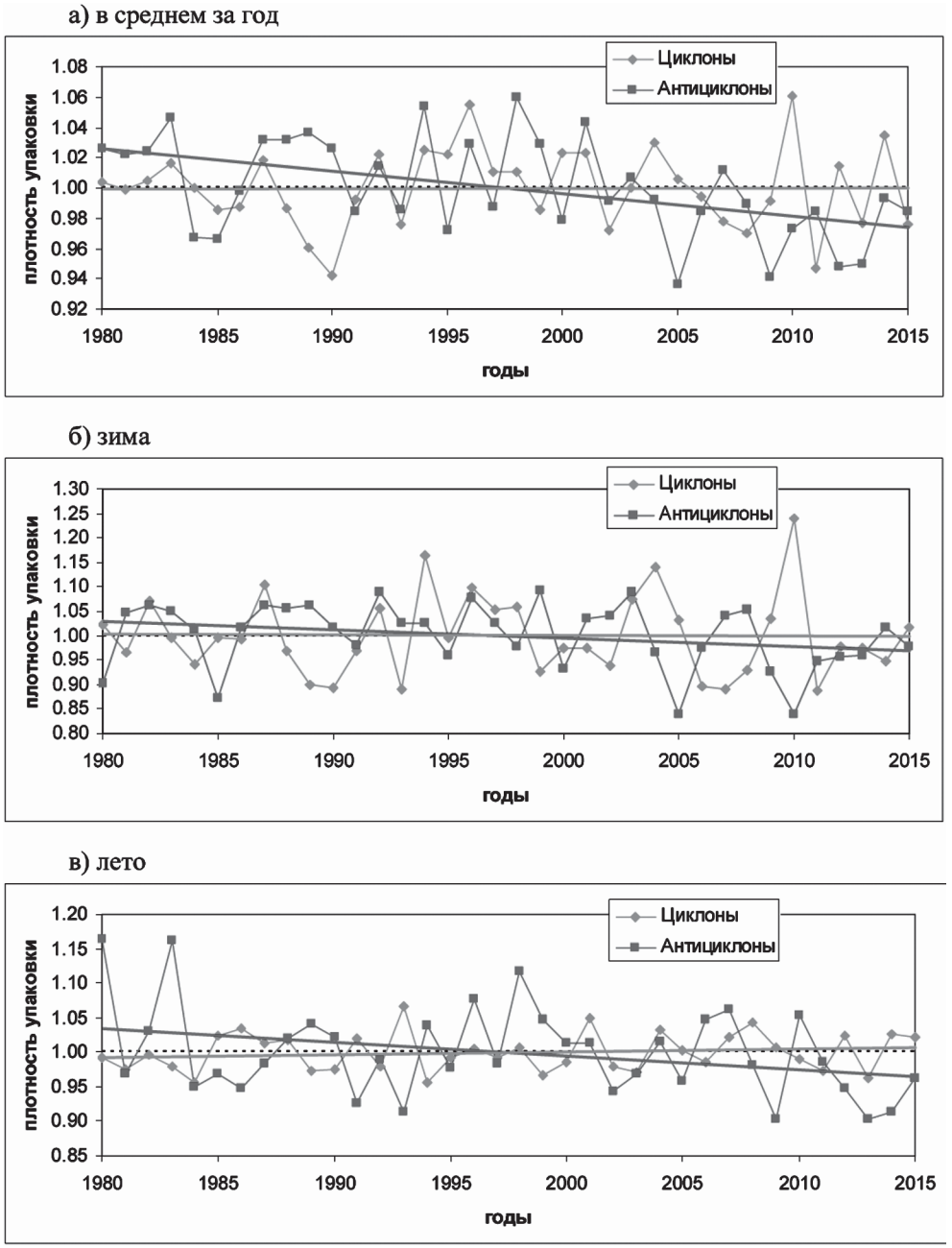


Рис. 15. Плотность упаковки циклонов и антициклонов, нормированная на среднее значение для периода 1980–2015 гг., по данным реанализа NCEP/NCAR в среднем за год (а) и для разных сезонов: зима (б) и лето (в)

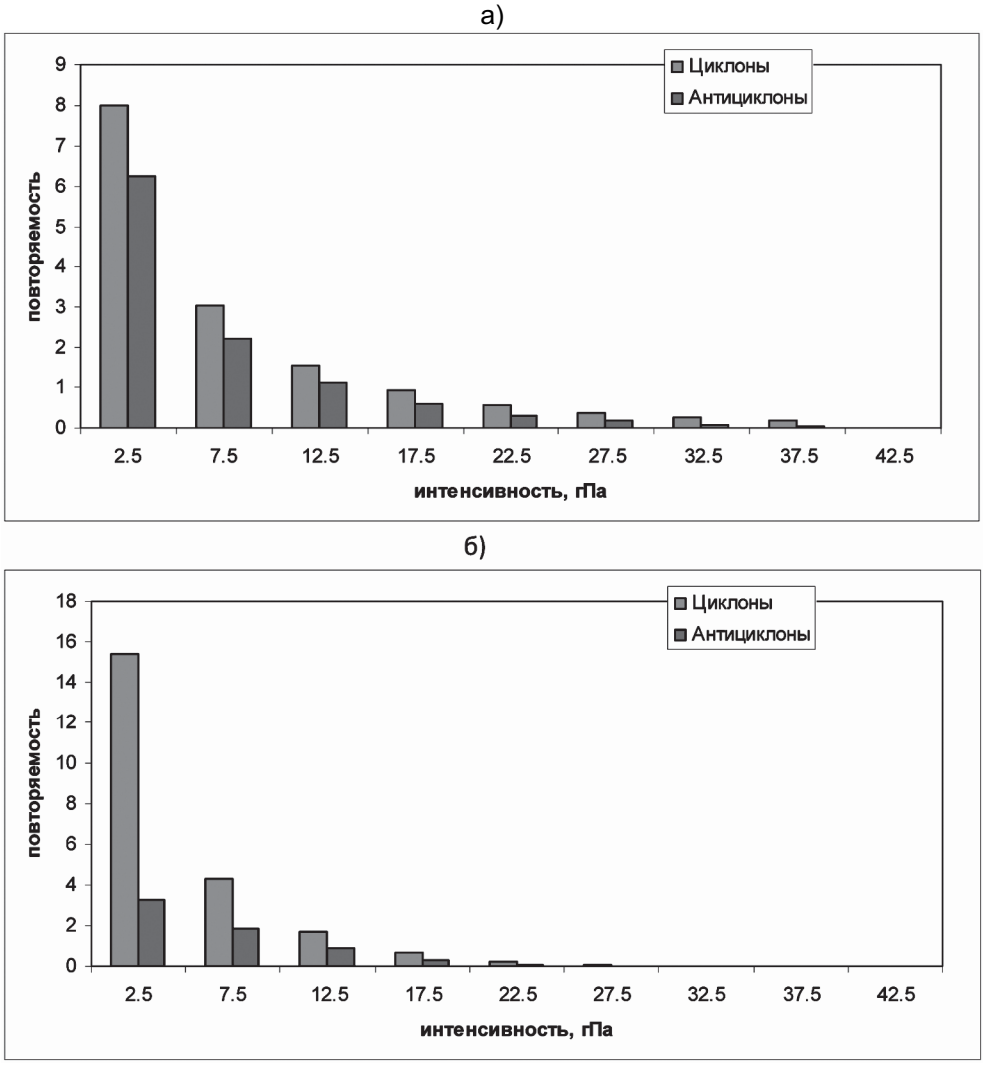


Рис. 16. Сезонная повторяемость циклонов и антициклонов в зависимости от их интенсивности по данным NCEP/NCAR для периода 1951–2015 гг.: зима (а) и лето (б)

На рис. 16 представлены распределения повторяемости циклонов и антициклонов в зависимости от их интенсивности по данным NCEP/NCAR реанализа для периода 1980–2015 гг. для разных сезонов: зима (а) и лето (б). Для обоих сезонов более половины повторяемости циклонов и антициклонов являются слабыми (до 5 гПа). Наиболее интенсивные циклоны и антициклоны характерны для зимы. Интенсивность циклонов при этом может достигать 45 гПа.

1.4. Циклон-антициклонная асимметрия в атмосфере внетропических широт

В атмосферных и океанических процессах, в лабораторных экспериментах и численных расчетах отмечается эффект циклон-антициклонной асимметрии (см., напр. (*Незлин и Снежкин Е.Н., 1990; Мохов и др., 1992; Козлов и Гурулев, 1992; Valcke and Verron, 1996; Чефранов, 2001; Акперов и др., 2007; Голицын и др., 2007; Пономарев и др., 2009; Акперов и Мохов, 2010; Калашник, 2011; Espa et al., 2012; Калашник и Чхетиани, 2014*)). Это проявляется, в частности, в разной повторяемости внетропических циклонов и антициклонов.

В (*Мохов и др., 2015*) проведен анализ эффектов циклон-антициклонной асимметрии в атмосфере внетропических широт Северного полушария (СП) для разных сезонов в зависимости от размеров атмосферных вихрей и их времени жизни. В том числе получены результаты сравнительного анализа для внетропических циклонов и антициклонов с характерным радиусом не более 1500 км (меньше радиуса Обухова для баротропной атмосферы) и длительностью не более 2 недель. Использовались данные реанализа для давления на уровне моря для периода 1948–2013 гг. (*Kistler et al., 2001*). Внетропические циклоны и антициклоны в тропосфере СП детектировались в поясе широт 20–80^o с.ш. по данным реанализа с шагом по времени 6 час. и с пространственным разрешением 2.5^o по широте и долготе на основе метода, использовавшегося в (*Акперов и др., 2007; Голицын, др., 2007; Акперов и Мохов, 2010*). В частности, анализировались внетропические циклоны и антициклоны с характерным радиусом не менее 100 км и минимальной абсолютной величиной перепада давления между центром вихря и его периферией (последней замкнутой изобарой) не менее 1 гПа. Данный метод детектирования атмосферных вихрей проходил проверку в рамках сравнений разных методов, в частности в рамках международного проекта IMILAST по сравнению методов определения параметров среднеширотных циклонов в атмосфере Северного и Южного полушарий (*Акперов и Мохов, 2010; Neu et al., 2013; Ulbrich et al., 2013*).

На рис. 1 представлены межгодовые вариации соотношения повторяемости (общей длительности) циклонов p_c и антициклонов p_{ac} с радиусом не более 1500 км и длительностью не более 2 недель для периода 1948–2013 гг.: для лета, зимы и в целом за год (*Мохов и др., 2015*). Приведены также среднеквадратические отклонения (СКО). Согласно рис. 1, в целом повторяемость циклонов получена примерно вдвое большей, чем антициклонов. При этом общее соотношение повторяемости циклонов и антициклонов летом больше, чем в среднем за год и тем более, чем зимой. В целом, отмеченные различия значимы на уровне СКО: зимой p_c/p_{ac} = 1.7(±0.1), летом p_c/p_{ac} = 2.5(±0.2), в среднем за год p_c/p_{ac} = 2.0(±0.1). Для внетропических широт СП соотношение p_c/p_{ac} летом в среднем получено примерно в полтора раза большим, чем зимой, а СКО – примерно вдвое большим. Подобные соотношения характерны как для повторяемости (общей длительности) циклонов и антициклонов, так и для их количества (N).

Следует отметить, что на рис. 1 приведены соотношения для циклонической и антициклонической активности в тропосфере внетропических широт в целом – без выделения особенностей вихрей разных пространственных и временных масштабов и интенсивности.

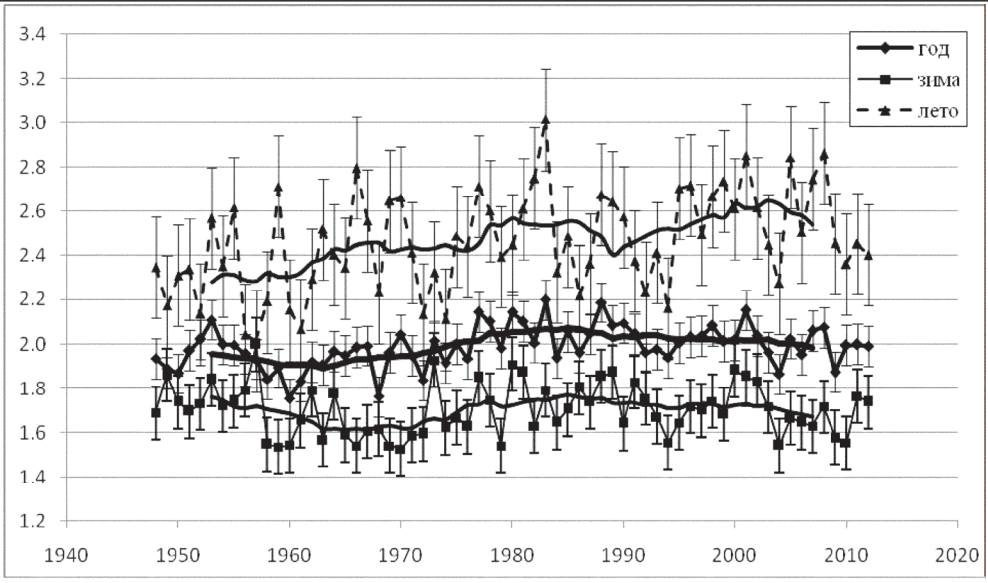


Рис. 1. Межгодовые вариации соотношения повторяемости (общей длительности) внетропических циклонов и антициклонов в атмосфере Северного полушария с радиусом не более 1500 км и временем жизни не более 2 недель, оцененные по данным реанализа для зимнего и летнего сезонов, а также в целом за год. Приведены также среднеквадратические отклонения и 11-летние скользящие средние

На рис. 2 представлено среднее (за 66 лет) количество зимних (а) и летних (б) внетропических циклонов и антициклонов в атмосфере Северного полушария со временем жизни не более 2 недель в зависимости от их радиуса R (*Мохов и др., 2015*). Отмечено, что при R меньше некоторого критического радиуса $R_{cr} \sim 800$ км циклонов больше, чем антициклонов, а при $R > R_{cr}$ – наоборот. Согласно рис. 2, эффекты циклон-антициклонной асимметрии более значимо проявляются летом, чем зимой. Значимость на уровне СКО летом отмечена при $R < 500$ км и становится более значимой при $R > 1000$ км.

При более жестком ограничении максимальной продолжительности анализируемых циклонов и антициклонов – не более недели, величина R_{cr} получена меньшей – ближе к 700 км.

На рис. 3 представлено количество зимних внетропических циклонов и антициклонов в атмосфере Северного полушария в зависимости от их времени жизни τ при разных ограничениях на размер (радиус) вихрей (*Мохов и др., 2015*). Рис. 3 характеризует распределения для внетропических циклонов и антициклонов с радиусом не менее 200 км (а), не менее 400 км (б) и не менее 600 км (в). При наименьших ограничениях на размер вихрей, т.е. при их радиусе не менее 200 км, зимних циклонов больше, чем антициклонов, при временах жизни от суток до 10 суток. Для долгоживущих внетропических вихрей с временем жизни около 2 недель зимой при всех ограничениях на размеры вихрей проявляется доминирование антициклонов.

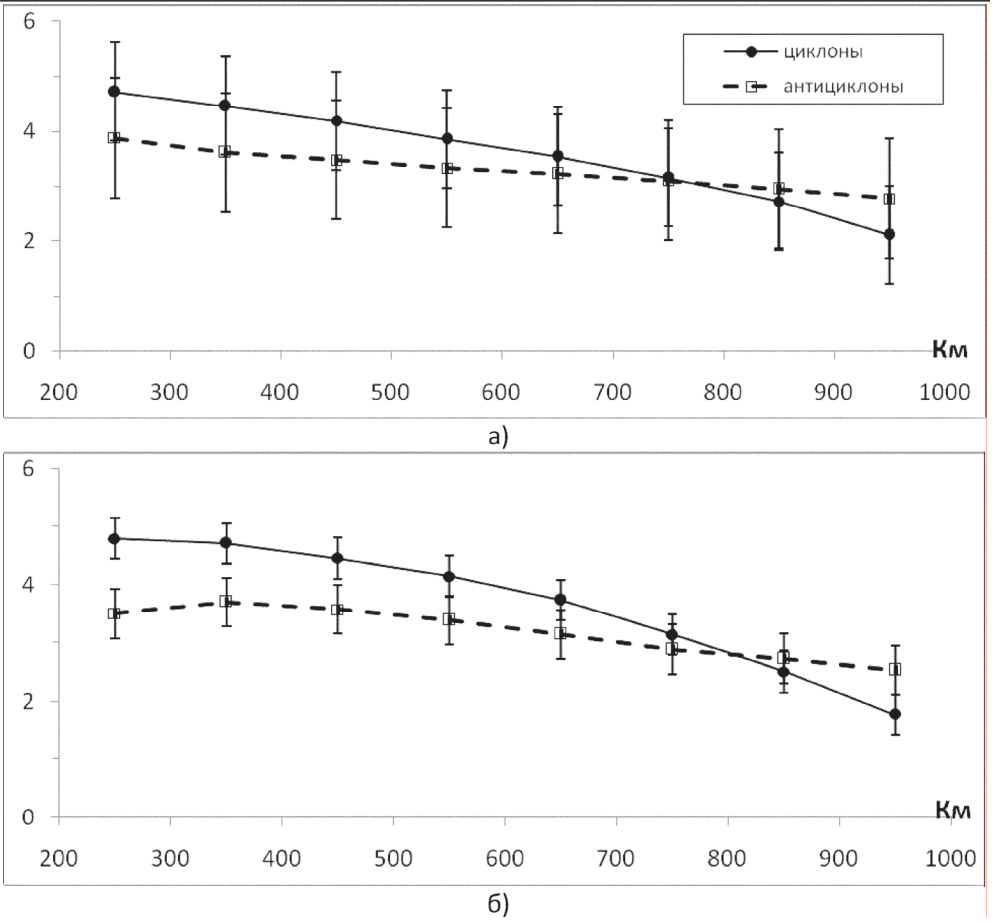
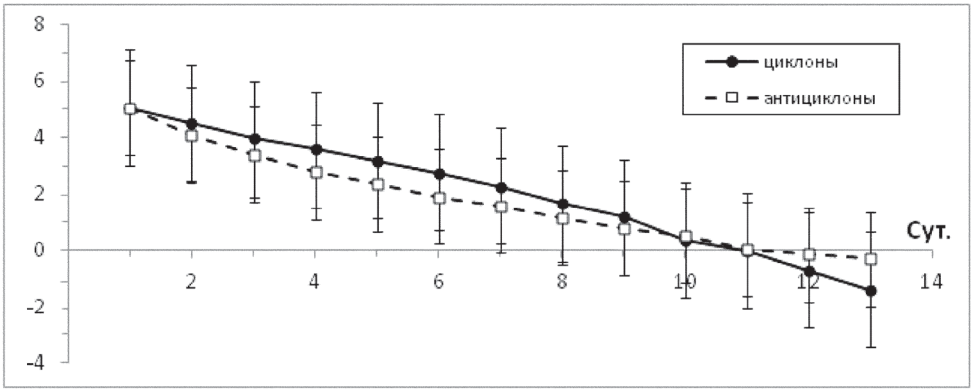


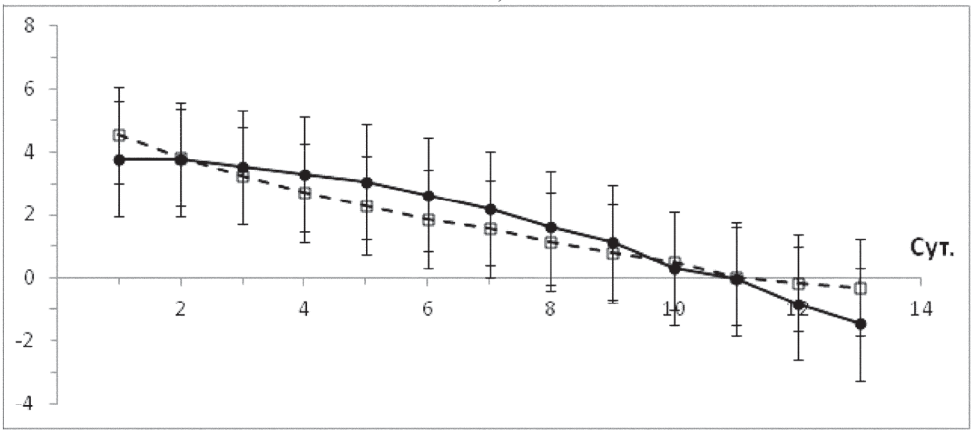
Рис. 2. Среднесезонное количество (lnN) зимних (а) и летних (б) внетропических циклонов и антициклонов (пунктир) в атмосфере Северного полушария со временем жизни не более 2 недель в зависимости от их радиуса. Приведены также среднеквадратические отклонения

Что касается короткоживущих вихрей, то с усилением ограничений на их размеры нижняя граница диапазона времен жизни вихрей, в котором доминируют циклоны, смещается в сторону больших времен. При этом временной диапазон с доминированием циклонов сужается. В частности для вихрей с радиусами не менее 400 км, циклонов больше при временах жизни более 2 суток (но менее 10 суток), а для вихрей с радиусами не менее 600 км – при временах жизни от 4 суток и более (но менее 10 суток). Следует отметить, что выявленные эффекты не значимы на уровне СКО.

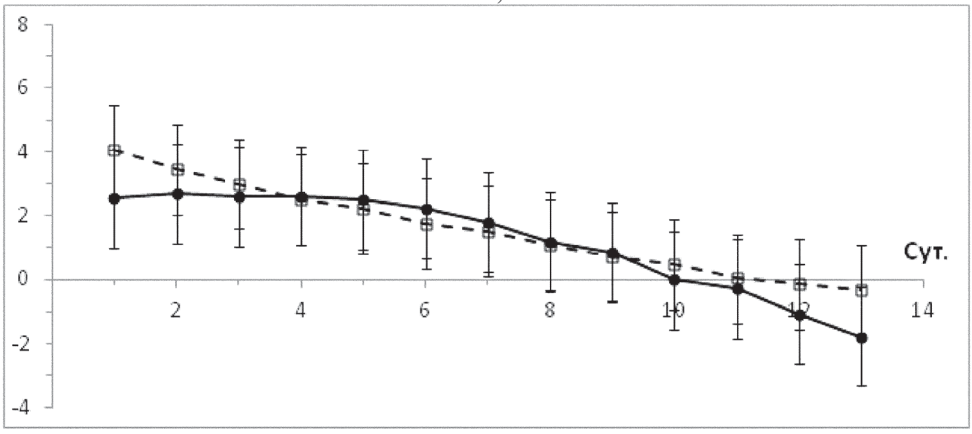
Результаты аналогичного анализа для летнего сезона представлены на рис. 4 (*Мохов и др., 2015*). По сравнению с рис. 3 для зимнего сезона есть заметные отличия. При наименьших ограничениях на размер вихрей, в частности при их радиусе не менее 200 км, летних циклонов больше, чем антициклонов, при временах жизни в пределах 2 недель. Для вихрей с радиусами не менее 400 км цикло-



а)

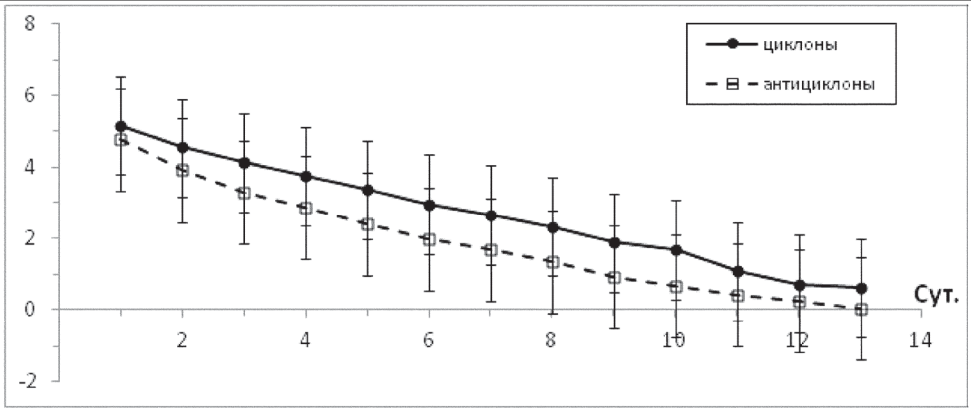


б)

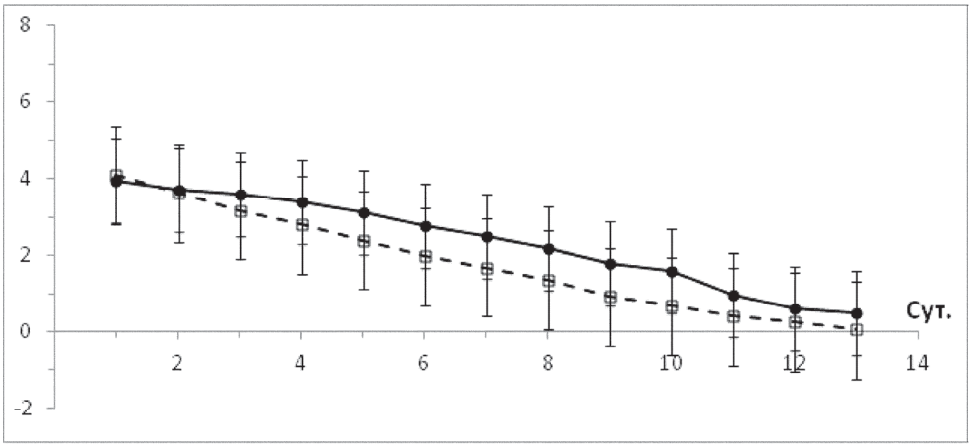


в)

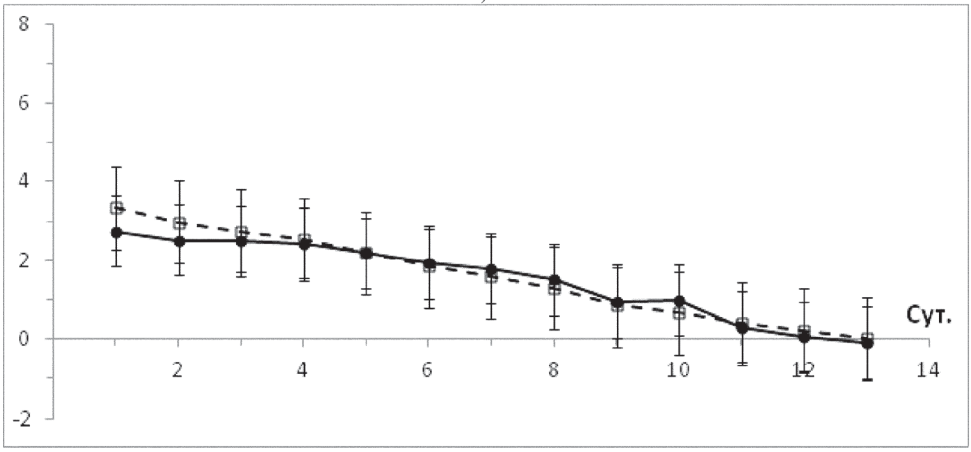
Рис. 3. Среднесезонное количество (lnN) зимних внетропических циклонов и антициклонов (пунктир) в атмосфере Северного полушария в зависимости от их времени жизни при разных ограничениях на радиус: а) не менее 200 км; б) не менее 400 км; в) не менее 600 км. Приведены также среднеквадратические отклонения



а)



б)



в)

Рис. 4. Среднесезонное количество (lnN) летних внетропических циклонов и антициклонов (пунктир) в атмосфере Северного полушария в зависимости от их времени жизни при разных ограничениях на радиус: а) не менее 200 км; б) не менее 400 км; в) не менее 600 км. Приведены также среднеквадратические отклонения

нов больше при временах жизни более суток, а для вихрей с радиусами не менее 600 км – при временах жизни более 4 суток. Как и для зимнего сезона отмеченные эффекты для летнего сезона не значимы на уровне СКО.

Проявление циклон-антициклонной асимметрии, более значимо отмеченное для относительно мелкомасштабных вихрей, зависит от числа Россби $Ro=U/(\Omega L)$, где U и L – характерные скорость и размер для атмосферных вихрей, Ω – угловая скорость вращения Земли. Условие $Ro<<1$ соответствует геострофическому режиму. С уменьшением характерных размеров вихрей степень применимости геострофического приближения уменьшается. Согласно полученным результатам, циклон-антициклонная симметрия в наибольшей степени проявляется при характерных радиусах циклонов и антициклонов около 700–800 км. Для вихрей с меньшими размерами доминируют циклоны, при этом степень циклон-антициклонной асимметрии увеличивается с уменьшением характерного радиуса внетропических вихрей. При больших размерах проявляется доминирование антициклонов.

1.5. Тропические циклоны и их транформирование в нетропические

С тропическими циклонами (ТЦ), особенно с самыми мощными – тайфунами (ураганами), связаны значительные погодно-климатические аномалии и социально-экономические последствия (*Climate Change, 2013*). Особенности режимов тропических циклонов в разных океанических бассейнов представлены, например, в (*Неушкин и др., 2012*) по данным для последних десятилетий (1970–2011 гг.). При этом использовалось традиционное деление Мирового океана на регионы зарождения ТЦ: СЗТО (северо-западная акватория Тихого океана), СВТО (северо-восточная акватория Тихого океана), САО (северная часть Атлантического океана) и СИО (северная часть Индийского океана) в Северном полушарии (СП), а также ЮИО (южная часть Индийского океана), ЮТО (южная часть Тихого океана) и ЮАО (южная часть Атлантического океана) – в Южном полушарии (ЮП). В (*Неушкин и др., 2012*) использовалось общепринятое разделение ТЦ по стадиям развития: тропическая депрессия – при скорости ветра 15–17 м/с, тропический шторм – при скорости ветра 18–23 м/с, сильный тропический шторм – при скорости ветра 24–32 м/с, тайфун или ураган – при скорости ветра более 32 м/с.

В (*Неушкин и др., 2012*) отмечены значимые изменения в количестве ТЦ в последние годы во всех бассейнах Северного полушария – СЗТО, СВТО, САО и СИО. При этом отмечено уменьшение числа ТЦ в Тихом океане, особенно в СЗТО. Некоторое уменьшение количества ТЦ отмечено в СИО. В то же время в САО выявлено значительное увеличение количества ТЦ.

Согласно (*Неушкин и др., 2012*) средняя многолетняя (1970–2009 гг.) повторяемость ТЦ в СП (57.2) более чем вдвое превышает повторяемость ТЦ в ЮП (26.1). При этом количество ТЦ за год наибольшее в СЗТО (25.6), наименьшее – в СИО (4.6), для СВТО – 16.2, для ЮИО – 17.2, для САО – 10.8, для ЮТО – 8.8. Среднегодовое количество ТЦ для Земли в целом получено равным 83.2 при значительной межгодовой изменчивости – в 1971 г. было выявлено 103 ТЦ, тогда как в 1977 г. и 1999 г. – только 65.

По данным для последних десятилетий проявляется тенденция все более частого проявления во внетропических широтах интенсивных циклонов, трансформировавшихся из тропических (*Мохов и др., 2014а*). При тенденции глобального потепления следует ожидать увеличения числа интенсивных циклонов в более теплой и влагоемкой тропосфере. В (*Мохов и др., 2014а*) получены оценки тенденций изменения процессов трансформации тропических циклонов во внетропические для разных океанических бассейнов Северного и Южного полушарий по данным для последних десятилетий (1970–2012 гг.). При анализе использовались данные, представленные в (*Неушкин и др., 2012*), с некоторыми уточнениями и добавлением новых данных.

В табл. 1 по данным для 1970–2012 гг. представлены среднегодовые значения количества тропических циклонов N_{tc} и трансформировавшихся во внетропические N_{etc}, а также их соотношения N_{etc}/N_{tc} для разных океанических бассейнов: СЗТО, СВТО, САО и СИО в СП, ЮИО, ЮТО и ЮАО – в ЮП (см. (*Мохов и др., 2014а*)).

Таблица 1. Среднее за год количество тропических циклонов N_{tc}, количество тропических циклонов, трансформировавшихся во внетропические, N_{etc} и их отношение N_{etc}/N_{tc} в разных океанических бассейнах Северного и Южного полушарий и для Земли в целом по данным за период 1970–2012 гг. В скобках отмечены среднеквадратические отклонения от средних значений

Бассейн	N_{tc}	N_{etc}	N_{etc}/N_{tc}
СЗТО	25.2 (±4.4)	10.3 (±3.1)	0.41 (±0.11)
САО	11.3 (±4.8)	5.0 (±2.3)	0.45 (±0.16)
СВТО	15.9 (±4.4)	0.3 (±0.6)	0.02 (±0.04)
СИО	4.5 (±1.7)	0.02(±0.2)	0.01(±0.04)
Северное полушарие	56.9 (±7.3)	15.5 (±4.0)	0.27 (±0.06)
ЮИО	16.9 (±3.5)	4.3 (±2.5)	0.25 (±0.13)
ЮТО	8.7 (±3.0)	4.6 (±1.9)	0.56 (±0.20)
ЮАО	0.1 (±0.4)	0.1(±0.3)	0.07(±0.26)
Южное полушарие	25.7 (±3.9)	9.0 (±2.6)	0.36 (±0.11)
Глобально	81.8 (±8.2)	24.5 (±5.1)	0.30 (±0.06)

Приведены также полушарно и глобально осредненные величины. В скобках отмечены среднеквадратические межгодовые отклонения от средних значений.

Наибольшая частота трансформации тропических циклонов во внетропические характерна для СЗТО – в среднем более 10 событий в год при максимальном числе 17 (в 2004 г.), а минимальном – 2 (в 1973 г.). По сравнению с СЗТО средняя повторяемость соответствующих событий в САО (5), ЮИО (менее 5) и ЮТО (менее 5) более, чем вдвое меньше. В отдельные годы число тропических циклонов, трансформировавшихся во внетропические, в САО может достигать 8–10, а в 2012 г. были отмечены рекордные 12 случаев – почти 2/3 из 19 тропических циклонов в Атлантике трансформировалось в циклоны умеренных широт. Минимальное число тропических циклонов, трансформировавшихся во внетропические, в САО (1) было в 1983 г. В ЮИО максимальная частота трансформации достигала 9 событий в год (в том числе в 2012 г.), для пяти лет было отмечено только по одному такому событию, а в 1983 г. событий трансформации тропических циклонов во внетропические для ЮИО не было выявлено. В ЮТО число трансформаций достигало 10 событий в год в 1992 г. при минимальном числе (1) в 1984 г.

Мала повторяемость трансформации тропических циклонов во внетропические для СВТО (около 2%) – в отдельные годы отмечается максимально одно событие, за исключением 2002 г. с тремя случаями. В СИО при низкоширотной континентальной границе азиатского континента затруднена возможность выхода тропических циклонов во внетропические. К подобным событиям можно отнести только одно – в 2007 г.

Особый режим характерен для ЮАО, что связано с низкой температурой поверхности океана в этом регионе. Тем более знаковыми представляются первые пять тропических циклонов, отмеченные в ЮАО в последние годы: два в 2004 г.

и по одному – в 2006, 2010, 2011 гг. Первый (по крайней мере, для четырех десятков лет спутниковых наблюдений) случай формирования циклона типа тропического в Южной Атлантике был отмечен в марте 2004 г. Для 3 из 5 ТЦ в ЮАО выявлено их трансформирование в циклоны умеренных широт – в 2006, 2010, 2011 гг.

Максимальная вероятность превращения тропических циклонов во внетропические характерна для ЮТО – в среднем 56%, при этом в 1992 г. все 10 тропических циклонов в ЮТО трансформировались во внетропические, а в 2005 г. – 8 из 9. Минимальная вероятность трансформации в ЮТО была отмечена в 1984 г. – 1 внетропический циклон при 9 тропических. Сравнительно высокая вероятность перехода характерна для САО – в среднем 45% и для СЗТО – в среднем 41%. В ЮИО в циклон умеренных широт трансформируется в среднем каждый четвертый тропический циклон. В Южном полушарии в целом вероятность подобных событий в 1.5 раза больше, чем для Северного. Это связано с различием распределений океанов и континентов в ЮП и СП.

На рис. 1 приведены межгодовые вариации количества N_{etc} для полушарий и для Земли в целом, а на рис. 2 – межгодовые вариации количества N_{etc} в СЗТО и САО (см. (*Мохов и др., 2014а*)). Прямые линии характеризуют соответствующие линейные тренды. Количество N_{etc} для Земли в целом менялось в 2.5 раза (от 14 в 1983 г. до 35 в 2012 г.), в Северном полушарии – в 4 раза (от 6 в 1973 г. и 1983 г. до 24 в 2004 г.), в Южном – в 3 раза (от 5 в 1984 г. до 15 в 2003 г.). При этом вероятность перехода тропического циклона во внетропический, характеризуемая соотношением N_{etc}/N_{tc} , для Земли в целом также менялась в 2.5 раза (от 17% в 1983 г. до 43% в 2011 г.), в Северном полушарии – в 3.4 раза (от 12% в 1983 г. до 40% в 1997 г.), в Южном – в 4 раза (от 16% в 1996 г. до 64% в 2005 г.).

На рис. 3 представлены межгодовые вариации и линейные тренды N_{etc}/N_{tc} – доли количества тропических циклонов (N_{tc}), транформировавшихся во внетропические (N_{etc}): для полушарий и для Земли в целом. Рис. 4 характеризует соответствующие вариации и тренды N_{etc}/N_{tc} в СЗТО и САО (см. (*Мохов и др., 2014а*)).

Анализ 43-летних данных выявил (см. табл. 2) статистически значимые (не менее, чем на уровне 95%) положительные тренды числа внетропических циклонов N_{etc}, трансформировавшихся из тропических, для Северного полушария и Земли в целом (*Мохов и др., 2014а*). Значимый положительный тренд для N_{etc} отмечен в САО – с увеличением числа событий трансформации на 1 циклон за 10–11 лет. Для Северного полушария увеличение – на 1 циклон за 8 лет, а для Земли в целом – за 6 лет.

Статистически значимые тренды получены также для N_{etc}/N_{tc} в Северном (более 2% за десятилетие) и Южном (около 4% за десятилетие) полушариях, а также для Земли в целом (около 3% за десятилетие). В Северном полушарии значимый тренд роста вероятности событий трансформации выявлен для СЗТО – около 3% за десятилетие. При этом отсутствует статистически значимый тренд N_{etc}/N_{tc} в САО для периода 1970–2012 гг.

В табл. 3 приведены среднегодовые значения N_{tc}, N_{etc} и N_{etc}/N_{tc} в СЗТО для разных десятилетий. Согласно табл. 3 проявляется общее уменьшение N_{tc} в СЗТО от десятилетия к десятилетию – с 1990-х гг. величина N_{tc} ниже средней (25.2) (*Мохов и др., 2014а*). При этом с 1990-х гг. средняя величина N_{etc} больше 10, а соотношение N_{etc}/N_{tc} более 0.4. В результате вероятность трансформации тропиче-

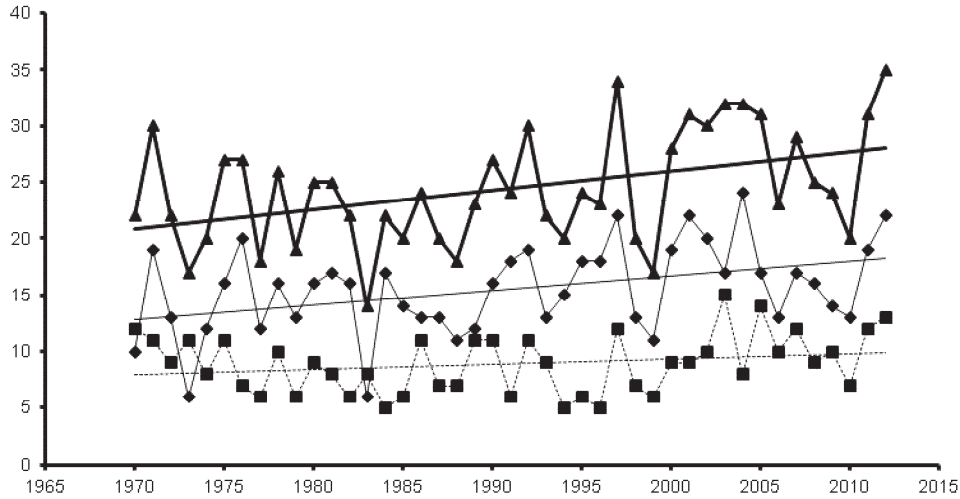


Рис. 1. Межгодовые вариации количества тропических циклонов, трансформировавшихся во внетропические, N_{etc} в Северном (ромбы и тонкая линия) и Южном (квадраты и пунктир) полушариях и для Земли в целом (треугольники и жирная линия). Прямыми линиями отмечены соответствующие линейные регрессии (тренды)

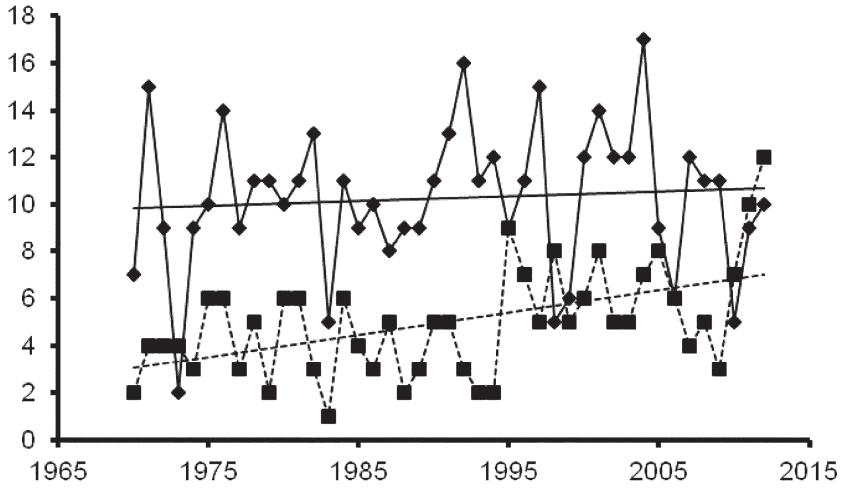


Рис. 2. Межгодовые вариации количества тропических циклонов, трансформировавшихся во внетропические, N_{etc} в СЗТО (ромбы и тонкая линия) и САО (квадраты и штрих–пунктир). Прямыми линиями отмечены соответствующие линейные регрессии (тренды)

ских циклонов во внетропические в первое десятилетие XXI века достигла почти 50%. Для последнего десятилетия 2003–2012 гг. вероятность таких событий немного меньше, но также близка к 1/2.

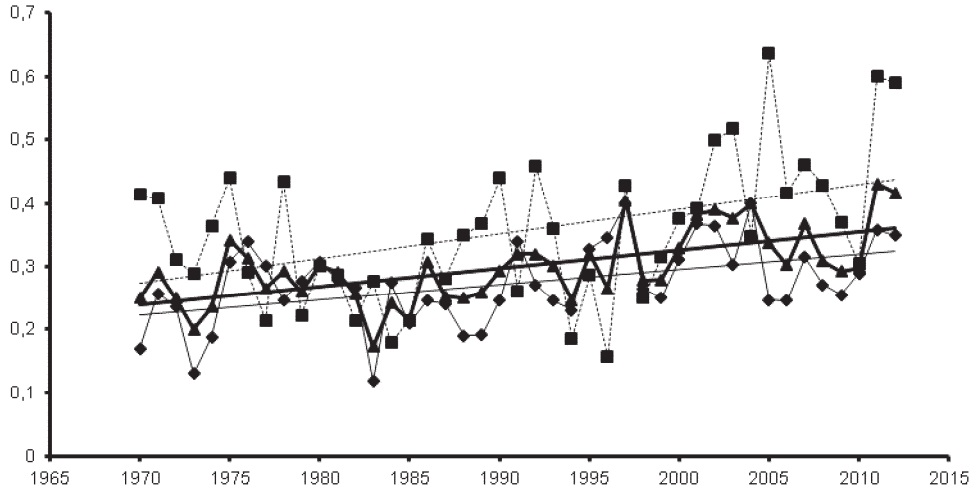


Рис. 3. Межгодовые вариации N_{etc}/N_{tc} – доли количества тропических циклонов (N_{tc}), трансформировавшихся во внетропические (N_{etc}): в Северном (ромбы и тонкая линия) и Южном (квадраты и пунктир) полушариях и для Земли в целом (треугольники и жирная линия). Прямыми линиями отмечены соответствующие линейные регрессии (тренды)

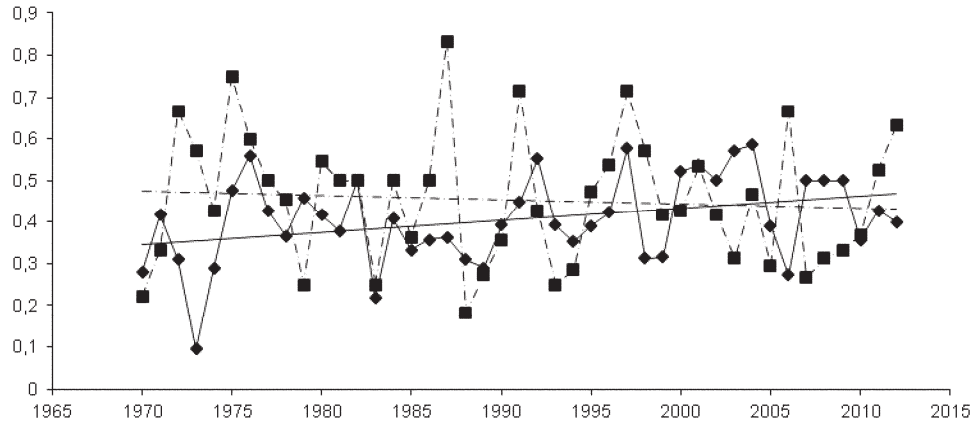


Рис. 4. Межгодовые вариации N_{etc}/N_{tc} – доли количества тропических циклонов (N_{tc}), трансформировавшихся во внетропические (N_{etc}): в СЗТО (ромбы и тонкая линия) и САО (квадраты и штрих–пунктир). Прямыми линиями отмечены соответствующие линейные регрессии (тренды)

В табл. 4 представлены среднегодовые значения N_{tc}, N_{etc} и N_{etc}/N_{tc} в САО для разных десятилетий. Сравнение табл. 4 с табл. 3 свидетельствует о существенном различии изменений активности тропических циклонов в СЗТО и САО. В САО отмечается быстрый общий рост N_{tc} с почти двухкратным увеличением количества тропических циклонов в первое десятилетие XXI века по сравнению с 1970-ми гг. (*Мохов и др., 2014а*). При этом, несмотря на общий существенный рост N_{etc}

Таблица 2. Оценки линейных трендов dN_{etc}/dt и $d(N_{etc}/N_{tc})/dt$ для полушарий и Земли в целом, а также для СЗТО и САО для периода 1970–2012 гг. Выделены оценки, значимые не менее, чем на уровне 95%, скобках отмечены среднеквадратические отклонения

Тренды / Бассейн	dN_{etc}/dt ((10 лет)$^{-1}$)	$d(N_{etc}/N_{tc})/dt$ (% / 10 лет)
СЗТО	0.2 (±0.4)	**2.9 (±1.2)**
САО	**0.9 (±0.2)**	–1.0 (±1.9)
Северное полушарие	**1.3 (±0.5)**	**2.4 (±0.7)**
Южное полушарие	0.4 (±0.3)	**3.9 (±1.3)**
Глобально	**1.7 (±0.6)**	**2.9 (±0.6)**

Таблица 3. Среднее за год количество тропических циклонов N_{tc}, количество тропических циклонов, трансформировавшихся во внетропические, N_{etc} и их отношение N_{etc}/N_{tc} в СЗТО по данным для разных десятилетий. В скобках отмечены среднеквадратические отклонения

СЗТО	N_{tc}	N_{etc}	N_{etc}/N_{tc}
1970–1979 гг.	26.3 (±5.1)	9.7 (±3.6)	0.37 (±0.13)
1980–1989 гг.	26.6 (±2.9)	9.5 (±2.1)	0.36 (±0.08)
1990–1999 гг.	25.8 (±5.2)	10.9 (±3.5)	0.42 (±0.09)
2000–2009 гг.	23.6 (±2.4)	11.6 (±2.9)	0.49 (±0.09)
2003–2012 гг.	22.3 (±3.8)	10.2 (±3.4)	0.45 (±0.10)

Таблица 4. Среднее за год количество тропических циклонов N_{tc}, количество тропических циклонов, трансформировавшихся во внетропические, N_{etc} и их отношение N_{etc}/N_{tc} в САО по данным для разных десятилетий. В скобках отмечены среднеквадратические отклонения

САО	N_{tc}	N_{etc}	N_{etc}/N_{tc}
1970–1979 гг.	8.4 (±2.1)	3.9 (±1.4)	0.48 (±0.17)
1980–1989 гг.	9.0 (±3.1)	3.9 (±1.8)	0.44 (±0.19)
1990–1999 гг.	10.8 (±4.2)	5.1 (±2.4)	0.48 (±0.16)
2000–2009 гг.	14.8 (±5.0)	5.7 (±1.6)	0.40 (±0.13)
2003–2012 гг.	16.4 (±5.2)	6.7 (±2.8)	0.42 (±0.15)

в САО для последних десятилетий, значительная величина N_{etc}/N_{tc} в этой акватории (со средним значением 0.45) в начале в XXI века несколько уменьшилась.

Отмечена связь перехода тропических циклонов во внетропические с температурными изменениями в тропических и внетропических широтах (*Мохов и др., 2014*). В частности, выявлена значимая на уровне 95% положительная корреляция N_{etc}/N_{tc} с изменениями приповерхностной температуры T_{tr} в тропиках Северного полушария. Соответствующая положительная корреляция N_{etc} и T_{tr} оценена менее значимой. При этом отмечена отрицательная корреляция вероятности трансформации тропических циклонов в циклоны умеренных широт в Северном

полушарии с температурным градиентом у поверхности между тропическими и внетропическими широтами. Отмеченные тенденции взаимосвязаны. При общем полушарном и глобальном тропосферном потеплении с более сильным потеплением в высоких широтах по сравнению с низкими широтами перепад приповерхностной температуры между тропическими и внетропическими широтами уменьшается.

Отмечена значимая когерентность процессов трансформации с проявляющимися в тропических широтах Тихого океана квазициклическими явлениями Эль-Ниньо/Ла-Нинья (со средней периодичностью около 4–5 лет) (*Мохов и др., 2014а*). От интенсивности этих явлений зависит активность самих тропических циклонов, в частности в СЗТО. В качестве индекса явлений Эль-Ниньо/Ла-Нинья I_E использовались аномалии температуры поверхности океана (ТПО) в области Nino3,4 (5°S–5°N, 170°W–120°W) в Тихом океане по данным (http://www.esrl.noaa.gov/). В том числе отмечена значимая (на уровне более 99%) положительная корреляция N_{etc} в СЗТО с I_E летом, осенью и особенно зимой в конце года и в начале следующего – в сезон максимальных положительных аномалий ТПО (в области Nino3,4) в фазе Эль-Ниньо и экстремальных отрицательных аномалий – в противоположной фазе – Ла-Нинья. При этом отмечена отрицательная корреляция N_{etc} с I_E весной (незначимая) и зимой в начале года (значимая на уровне 95%).

Отмеченные особенности характеризуются, в частности, на рис. 2 минимальными значениями N_{etc} для СЗТО в годы, начинающиеся в фазе максимального проявления Эль-Ниньо – 1973, 1983, 1998, 2010 гг. В связи с этим следует отметить, что за весь анализируемый 43-летний период было всего несколько лет, когда величина N_{etc} для СЗТО была меньше, чем для САО, в том числе в 1973, 1998 и 2010 гг. Существенно, что в целом для Северного полушария число тропических циклонов, трансформировавшихся во внетропические, было меньше, чем для Южного в целом, только в 1973 г. и 1983 г. – в годы с началом в фазе максимального развития Эль-Ниньо.

1.6. Полярные мезоциклоны

Интенсивные полярные циклонические вихри (Polar Lows) обычно формируются в холодный период года над свободной ото льда морской поверхностью (*Rasmussen and Turner, 2003*). Диаметр полярных мезоциклонов (ПМЦ) составляет от нескольких десятков до нескольких сотен километров. На рис. 1 представлены характерные области формирования полярных мезоциклонов (см. (*Луценко и Лагун, 2010*)). В Арктике, в частности, активный мезомасштабный циклогенез проявляется на акватории к западу от Шпицбергена. Большие межширотные температурные контрасты в приводном слое при проникновении теплых атлантических вод на север в сочетании с интенсивным тропосферным переносом создают зимой условия для развития бароклинной неустойчивости. Обычно ПМЦ, формирующиеся над высокоширотным Северо-Европейским бассейном, смещаются на юг к побережью Скандинавии или в юго-восточном направлении и могут достигать акватории Карского моря. Характерная скорость перемещения циклонических мезовихрей достигает 50 км/час. С приближением к суше они быстро диссипируют. Типичное время существования ПМЦ порядка суток. С интенсивными ПМЦ связаны экстремальные погодные условия, штормовые волнение и ветер, обледенение судов и сооружений, снежные заряды.

Данные о полярных мезоциклонах доступны со второй половины 20 века (*Harley, 1960*). Более обширные и детальные данные об интенсивных мезоциклонах в полярных широтах стали доступными при использовании спутниковых изображений облачного покрова. Еще Т. Бержерон (*Bergeron, 1954*) первым отметил особенности циклогенеза над относительно теплой водой зимой. Формирование полярных мезоциклонов традиционно приписывалось термической неустойчивости (*Rasmussen, 1981*). Однако, как отмечено в (*Harrold and Browning, 1969*), для их образования существенны бароклинные возмущения.

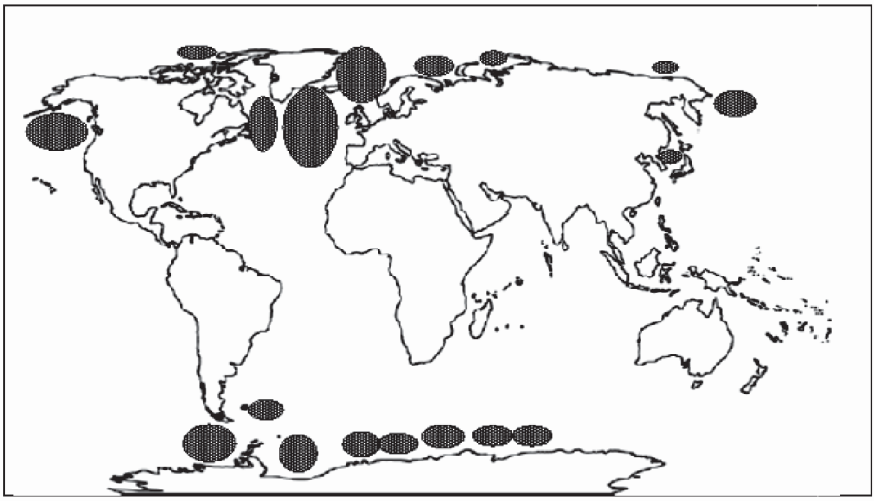


Рис. 1. Характерные области формирования полярных мезоциклонов (см. (*Луценко и Лагун, 2010*))

Наряду с бароклинной неустойчивостью для формирования полярных мезоциклонов существенными являются условия для проявления конвективных процессов (*Rasmussen, 1981*; *Reed, 1979*; *Mullen, 1079*; *Emanuel and Rotunno, 1989*). Согласно (*Reed, 1979*; *Mullen, 1979*) ПМЦ формируются в результате бароклинной неустойчивости при слабой статической устойчивости в нижней тропосфере, когда холодный воздух нагревается, втекая вокруг крупномасштабного циклона в область с теплой океанической поверхностью.

В разных полярных (арктических и антарктических) регионах различна относительная роль разных факторов в формировании ПМЦ, том числе конвекции, бароклинности, адвекции циклонической завихренности, орографического форсинга, (*Turner et al., 1993*). Для развития вихрей, генерируемых в бароклинной атмосфере, важны и другие процессы. Конвекция играет ключевую роль в Северном полушарии, где турбулентные потоки явного и скрытого тепла могут отличаться на порядок в различных регионах, например в Баренцевом море, в районе полярного фронта. В Южной полярной области потоки у поверхности относительно малы. Перепад температуры на морской поверхности и приповерхностного воздуха в антарктических широтах никогда не достигает величин, проявляющихся в Арктике. Мезовихри над Южным океаном имеют много общих черт с мезоциклонами, отмеченными в северной части Тихого океана, где конвекция играет ограниченную роль. В свою очередь в Арктике орография играет относительно слабую роль по сравнению с прибрежными районами в Антарктике, за исключением окрестности Гренландии.

В отличие от геострофического режима с балансом градиента давления ($\rho^{-1}(\partial P/\partial r)$) и силы Кориолиса ($fV$) для интенсивных полярных мезоциклонов существенна роль центробежной силы (V^2/r) в уравнении

$$V^2/r + fV = \rho^{-1}(\partial P/\partial r),$$

где $f = 2\omega sin\varphi$ – параметр Кориолиса, ω– угловая частота вращения Земли, φ – широта, ρ – плотность, V – скорость, P – давление, r – радиус. Для геострофических вихрей в пренебрежении центробежной силой

$$fV = \rho^{-1}(\partial P/\partial r).$$

Для другого асимптотического режима, когда несущественна сила Кориолиса, – для циклострофических вихрей

$$V^2/r = \rho^{-1}(\partial P/\partial r).$$

Для циклострофических вихрей характерна пропорциональность перепада давления между периферией и центром циклона ΔP и квадрата скорости V^2 (соотношение градиентного ветра):

$$\Delta P \sim V^2.$$

Для промежуточного режима при условии сопоставимости силы Кориолиса и центробежной силы

$$V^2/r \sim fV$$

или

$$V \sim r.$$

В приполярных широтах с $sin\varphi \sim 1$ характерный радиус циклона r с характерной скоростью V порядка $V/2\omega$ При скоростях порядка 15–30 м/с характерный диаметр полярных мезоциклонов порядка 150–600 км.

Выделяют разные типы ПМЦ, в том числе в форме спирали и запятой. Полярных мезоциклонов спиралевидной формы (ПМЦ-С) меньше, чем ПМЦ типа запя-

тых (ПМЦ-З). ПМЦ-С имеют подобно тропическим циклонам (тайфунам) “глаз”. Но ни один из известных ПМЦ не имел столь большие скорости ветра или столь низкое давление в центре, как у тропических циклонов (*Turner et al., 1993*).

Исследованию режимов ПМЦ и их изменчивости посвящено много работ (см., напр., (*Businger, 1985*; *Forbes and Lottes, 1985*; *Turner et al., 1993*; *Луценко, 1999*; *Mokhov, 2000*; *Mokhov and Priputnev, 2001*; *Mokhov and Akperov, 2003*; *Condron et al., 2006*; *Мохов и др., 2007*; *Гурвич и др., 2008*; *Zahn et al., 2008*; *Луценко и Лагун, 2010*; *Kolstad E., 2011*; *Noer et al., 2011*; *Chen et al., 2012*; *Лагун и Луценко, 2013*; *Laffineur et al., 2014*; *Заболотских и др., 2015*; *Rojo et al., 2015*; *Смирнова и др., 2016*; *Акперов и др., 2017*).

В (*Мохов и др., 2007*) проведен анализ характеристик полярных мезомасштабных циклонов (ПМЦ) в атмосфере над высокоширотным Северо-Европейским бассейном Арктики по данным для двух последних десятилетий 20 века (1981–1995 гг.) (см. (*Луценко, 1999*; *Лагун и Луценко, 2013*)). Отмечены особенности годового хода и межгодовые изменения параметров арктических мезоциклонов, имеющих форму спирали и запятой. При существенных межгодовых вариациях значимых трендов характеристик арктических мезоциклонов над Северо-Европейским бассейном Арктики в конце 20 века не выявлено. Кумулятивное распределение для повторяемости ПМЦ достаточно хорошо аппроксимируется экспоненциальной функцией в диапазоне размеров арктических мезоциклонов от 50 до 400 км. В (*Мохов и др., 2007*) оценена степень применимости различных аппроксимаций повторяемости ПМЦ в зависимости от размеров ПМЦ (в том числе распределения Вейбулла, логнормального распределения и гамма-распределения). Отмечено, что в 1990-х гг. соответствие реального распределения распределению Вейбулла анализировавшихся ПМЦ ухудшилось по сравнению с 1980-ми гг., особенно по сравнению с первой половиной 1980-х гг. Это связано, в частности, с увеличением в 1990-х гг. локального максимума повторяемости ПМЦ с размерами (диаметрами) около 400 км. Этот локальный максимум был выявлен для всех типов мезомасштабных вихревых образований и для всех анализировавшихся 5-летних подпериодов в течение 1981–1995 гг. Отмечено существенное различие функций распределения повторяемости ПМЦ в зависимости от их размеров для разных типов арктических мезоциклонов.

В табл. 1 приведены среднемесячные значения повторяемости (число циклоно-дней) интенсивных вихревых образований разного типа и их суммарной повторяемости в атмосфере высокоширотного Северо-Европейского бассейна для периода 1981–1995 гг.

Таблица 1. Среднемесячная повторяемость (число циклоно-дней) интенсивных вихревых образований разного типа над высокоширотным Северо-Европейским бассейном для всего периода 1981–1995 гг.

месяцы / вид циклонов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Год
запятые	1.8	1.1	1.9	2.3	0.3			0.1	0.1	0.8	1.1	2.8	12.4
спирали	1.1	0.4	0.7	0.5	0.6				0.4	0.3	0.5	1.1	5.7
сумма	2.9	1.5	2.6	2.8	0.9			0.1	0.5	1.1	1.6	3.9	18.1

Согласно табл. 1 над Северо-Европейским бассейном среднегодовая повторяемость ПМЦ-З более чем вдвое превышает повторяемость ПМЦ-С. Максимальная повторяемость (до 4 циклоно-дней в декабре, в том числе до 3 дней с интенсивными ПМЦ типа запятых) отмечена зимой и весной. Летом ПМЦ обоих типов, имеющих на спутниковых фотографиях вид запятых или спиралей, практически не отмечались. В среднем за год интенсивные арктические мезоциклоны (арктические ураганы) проявляются над Северо-Европейским бассейном в течение одного дня в месяц в виде ПМЦ-З и вдвое реже в виде ПМЦ-С.

В табл. 2 приведены соответствующие среднемесячные повторяемости для общего числа интенсивных вихревых образований в атмосфере Северо-Европейского бассейна для разных периодов в течение 1981–1995 гг. Проявляются существенные изменения годового хода повторяемости интенсивных арктических мезоциклонов для разных 5-летних подпериодов. Так в 1990-е годы отмечено общее уменьшение частоты формирования ПМЦ с ноября по март (за исключением февраля), особенно в январе. При этом для более теплых весенних (май) и осенних (октябрь) месяцев выявлено существенное увеличение количества циклоно-дней в 1990-е годы.

Таблица 2. Среднемесячная повторяемость (число циклоно-дней) интенсивных вихревых образований в атмосфере высокоширотного Северо-Европейского бассейна для разных периодов в течение 1981–1995 гг.

месяцы период	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Год
1981–1985 гг.	4.8		4.3	2.3	0.3						1.0	3.5	16.0
1986–1990 гг.	3.2	2.0	2.2	3.2				0.4	1.4		3.0	5.6	21.0
1991–1995 гг.	1.0	2.2	1.8	2.6	2.4				0.2	3.0	0.8	2.6	16.6

В табл. 3 и 4 приведены среднемесячные значения повторяемости (число дней) интенсивных вихревых образований типа запятых (ПМЦ-З) и спиралей (ПМЦ-С), соответственно, над высокоширотным Северо-Европейским бассейном для разных пятилетий в течение 1981–1995 гг.

Таблица 3. Среднемесячные значения повторяемости (число циклоно-дней) интенсивных вихревых образований типа запятых (ПМЦ-З) над Северо-Европейским бассейном для разных периодов в течение 1981–1995 гг.

ПМЦ-З месяцы период	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Год
1981–1985 гг.	2.5		4.0	1.8							0.5	2.3	11.0
1986–1990 гг.	2.4	1.6	1.4	3.0				0.4	0.2		2.2	4.2	15.4
1991–1995 гг.	0.6	1.4	0.8	2.0	0.8				0.2	2.2	0.6	1.8	10.4

Согласно табл. 4 существенное увеличение повторяемости ПМЦ над Северо-Европейским бассейном в 1990-х гг. в мае и октябре, отмеченное при сравнении данных таблицы 2 для разных 5-летних подпериодов, проявляется и для ПМЦ-С, и для ПМЦ-З. В целом же для первой половины 1990-х гг. по сравнению с двумя предыдущими 5-летними подпериодами повторяемость ПМЦ-С была наибольшей,

Таблица 4. Среднемесячные значения повторяемости (число циклоно-дней) интенсивных вихревых образований типа спиралей (ПМЦ-С) над высокоширотным Северо-Европейским бассейном для разных периодов в течение 1981–1995 гг.

ПМЦ-С месяцы период	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Год
1981–1985 гг.	2.3		0.3	0.5	0.3						0.5	1.3	5.0
1986–1990 гг.	0.8	0.4	0.8	0.2					1.2		0.8	1.4	5.6
1991–1995 гг.	0.4	0.8	1.0	0.8	1.6					0.8	0.2	0.8	6.4

Рис. 2. Межгодовые вариации повторяемости (количества дней в году) арктических мезоциклонов над акваторией Северо-Европейского бассейна для периода 1981–1995 гг. (см. (Мохов и др., 2007))

тогда как повторяемость ПМЦ-З – наименьшей. Увеличение среднегодовой повторяемости ПМЦ-С связано не только с соответствующим увеличением в мае и октябре, но и для всех весенних месяцев, а также для последнего зимнего месяца. При этом для других зимних месяцев проявилось заметное уменьшение повторяемости ПМЦ-С над Северо-Европейским бассейном. В отличие от ПМЦ-С увеличение повторяемости ПМЦ-З для первой половины 1990-х гг. по сравнению с другими 5-летними подпериодами отмечено только в мае и октябре.

При анализе в (*Мохов и др., 2007*) межгодовой изменчивости числа интенсивных вихревых образований над акваторией высокоширотного Северо-Европейского бассейна, в частности для периода 1981–1995 гг., на фоне достаточно больших (от 10 до 40) межгодовых вариаций числа циклоно-дней (с интервалами между максимумами около 5–6 лет) общих тенденций изменения не выявлено (см. рис. 2). Наибольшая повторяемость ПМЦ отмечена в 1988 г. с максимумами также в 1982 г. и в 1993 г., что согласуется с максимумами повторяемости внетропических циклонов в Северном полушарии (*Лагун и Язев, 1994*). Минимальные значения получены для 1983 г. и 1989 г. При этом годы повышенной и пониженной повторяемости ПМЦ разных типов не всегда соответствуют друг другу. Следует отметить, что отмеченные региональные изменения могут быть связаны как локальными ус-

ловиями бароклинной неустойчивости тропосферы, так и со смещением областей формирования ПМЦ из-за неоднородности подстилающей поверхности.

В (*Мохов и др., 2007*) при анализе ПМЦ над Северо-Европейским бассейном в 1981–1995 гг. отмечено, что кумулятивное распределение числа циклоно-дней хорошо аппроксимируется экспоненциальной функцией в диапазоне размеров от 50 до 400 км (*Mokhov and Priputnev, 2001*; *Mokhov and Akperov, 2003*). Подобная аппроксимация практически совпадает с кумулятивным распределением числа тропических циклонов по их интенсивности (*Mokhov and Akperov, 2003*; *Голицын и др., 1999*). (Анализ данных (*Wilhelmsen, 1985*) для 33 ПМЦ в Баренцевом и Норвежском морях 1978–1982 гг. выявил не столь хорошее соответствие экспоненциальной аппроксимации для кумулятивного распределения числа ПМЦ в зависимости от их максимальной скорости (*Mokhov, Priputnev, 2001*)). Следует отметить, что общие характеристики статистических режимов полярных и тропических ураганов не могут служить даже косвенной поддержкой подобия ключевых механизмов развития полярных и тропических ураганов. Экспоненциальный характер кумулятивных распределений является достаточно общим для различных атмосферных вихрей и может проявляться при разных механизмах их генерации (*Mokhov, 2000*) (см. также (*Акперов и др., 2007*; *Голицын и др., 2007*)).

В (*Мохов и др., 2007*) отмечено, что вид функций распределения для ПМЦ зависит не только от объема статистических данных, но и от дискретности данных для вихревых образований и проблемы оценивания ПМЦ (спиралевидных и в виде запятой) одним пространственным масштабом.

Для аппроксимации распределения повторяемости арктических мезоциклонов в зависимости от их размера использовалось, в частности, распределение Вейбулла. Это распределение может характеризовать до 80% и более дисперсии реального распределения числа циклоно-дней в зависимости от размеров арктических мезоциклонов.

Несмотря на сравнительно хорошее соответствие зависимости повторяемости арктических мезоциклонов от их размеров распределению с одним характерным максимумом (распределению Вейбулла, в частности) применимость подобной аппроксимации ограничена. Так в 1990-х гг. соответствие реального распределения распределению Вейбулла ухудшилось по сравнению с 1980-ми гг., особенно по сравнению с первой половиной 1980-х гг. В значительной мере это связано с увеличением в 1990-х гг. локального максимума в распределении для полярных циклонов с размерами d (диаметрами) около 400 км. Этот локальный максимум был отмечен для всех типов анализировавшихся вихревых образований и для всех трех 5-летних подпериодов в течение 1981–1995 гг. (*Mokhov and Akperov, 2003*). Существенно также, что распределения для разных типов ПМЦ различаются. Кроме основного максимума (при d около 100 км для ПМЦ-З и около 250 км для ПМЦ-С) и максимума для размеров около 400 км проявляется еще один максимум (для d около 100 км для ПМЦ-З и около 200 км для ПМЦ-С). ПМЦ-З в целом более мелкомасштабные образования по сравнению со ПМЦ-С. Средний диаметр ПМЦ-З оценен равным 177 км (при среднеквадратическом отклонении ± 8 км), а средний диаметр ПМЦ-С более чем на 100 км больше и составляет 283 км (при среднеквадратическом отклонении ± 15 км).

Аппроксимации функций распределения типа распределения Вейбулла, характерные для ПМЦ, используются, в частности, при определении времени без-

отказной работы различных систем. Применительно к ПМЦ для их генерации и поддержания кроме бароклинного форсинга необходима безотказная подпитка за счет конвекции (*Mokhov, 2000*). При нескольких ключевых факторах, влияющих на развитие ПМЦ (в том числе при нескольких механизмах развития ПМЦ) несмотря на сравнительно хорошее соответствие зависимости повторяемости арктических мезоциклонов от их размеров распределению с одним характерным максимумом применимость подобной аппроксимации ограничена. Это связано также с различием типов ПМЦ и соответствующих распределений. Кроме того, при климатических изменениях меняется относительная роль различных факторов в развитии ПМЦ с соответствующими изменениями масштабов характерных образований и функций распределения (*Мохов и др., 2007*).

В (*Акперов и др., 2017*) получены оценки возможности выявления арктических мезоциклонов над европейским сектором Арктики на основе различных современных данных реанализа с разным пространственным разрешением, а также расчетов с арктической региональной климатической моделью. Использовались данные глобальных атмосферных реанализов NASA-MERRA (*Rienecker et al., 2011*) (далее MERRA), ERA-Interim (*Dee et al., 2011*) (далее ERA), арктического реанализа ASR (*Bromwich et al., 2009*) и совместного («океан−лед−атмосфера») реанализа NCEP-CFSR (*Saha et al., 2010*) (далее CFSR). Анализировались также циклоны по расчетам с региональной климатической моделью HIRHAM5 (далее РКМ HIRHAM) для арктического региона (*Dethloff et al., 1996*) со «спектральным притягиванием» (spectral nudging) (*von Storch et al., 2000*). В качестве граничных условий для РКМ HIRHAM использовались данные реанализа ERA-Interim. Для сравнения использовались спутниковые данные проекта STARS (Sea Surface Temperature and Altimeter Synergy for Improved Forecasting of Polar Lows) для полярных мезоциклонов (*Noer et al., 2011*). Данные STARS (версия 3) характеризуют параметры мезоциклонов над акваторией Норвежского и Баренцева морей с часовым разрешением для периода 2002–2011 гг. При формировании этого архива данных наряду со спутниковыми данными использовались результаты модельных расчетов и результаты экспертного анализа синоптических карт. При этом основным источником данных для ПМЦ были ИК-изображения со спутника NOAA (AVHRR). Арктические мезоциклоны, полученные по данным реанализа и по расчетам с РКМ HIRHAM, сопоставлялись с конкретными мезоциклонами, выявленными по спутниковым данным. Анализировались данные для холодных периодов года (октябрь–апрель) в 2002–2008 гг.

На рис. 3 приведено пространственное распределение повторяемости полярных мезоциклонов на основе спутниковых данных (*Noer et al., 2011*), а также по данным реанализа и по расчетам с региональной климатической моделью над европейским сектором арктического бассейна в 2002–2008 гг. для холодного периода года с октября по апрель (*Акперов и др., 2017*). Наибольшая повторяемость полярных мезоциклонов отмечается над акваторией вдоль Скандинавского полуострова от Норвежского моря до Баренцева. Согласно (*Акперов и др., 2017*) по разным данным реанализа подтверждается от 60% (NASA-MERRA) до 65% (ASR) конкретных ПМЦ, выявленных по спутниковым данным STARS. Наиболее сильные различия повторяемости ПМЦ по спутниковым данным и по данным реанализа отмечены для января, а наилучшее соответствие – для октября (рис. 4).

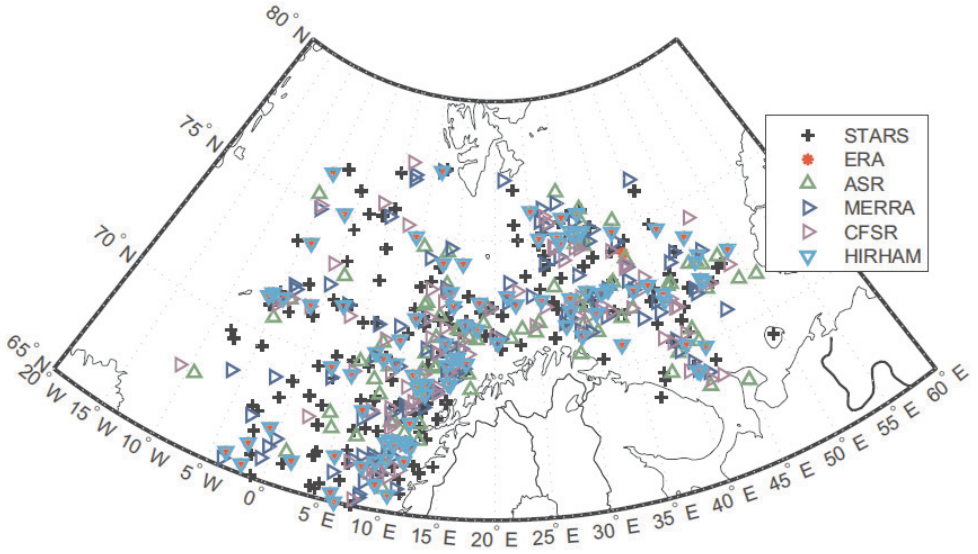


Рис. 3. Пространственное распределение ПМЦ над европейским сектором Арктики по разным данным для 2002–2008 гг. (см. (*Акперов и др., 2017*))

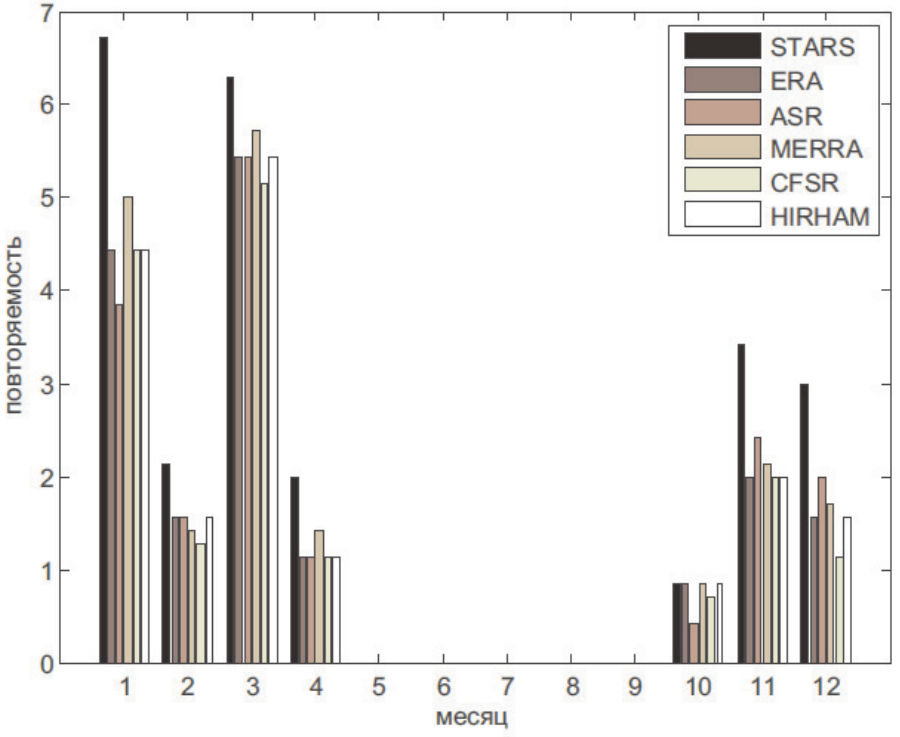


Рис. 4. Повторяемость полярных мезоциклонов в годовом ходе по спутниковым данным (STARS) и по разным данным реанализа для 2002–2008 гг. (см. (*Акперов и др., 2017*))

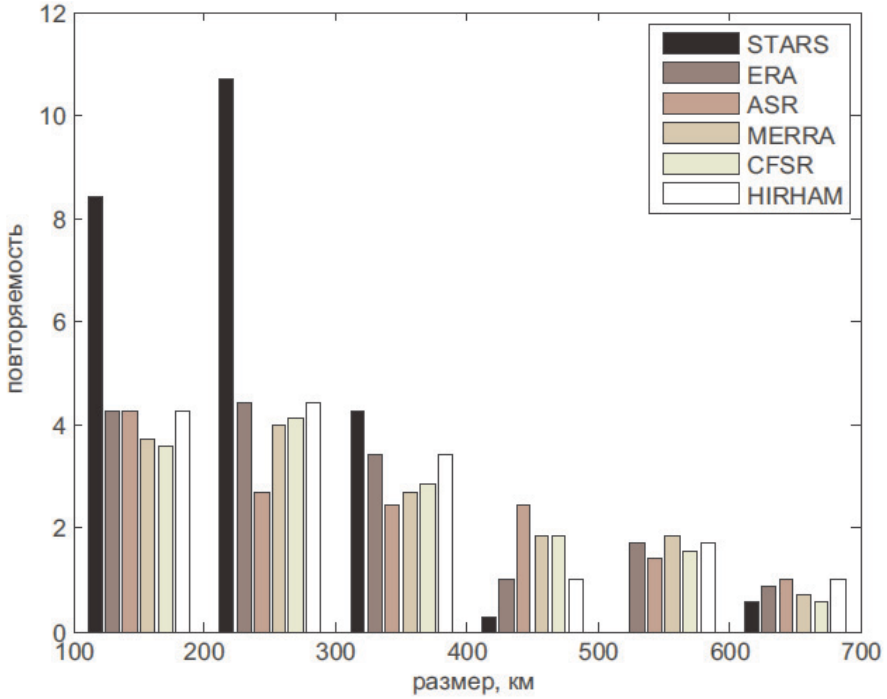


Рис. 5. Повторяемость (в год) полярных мезоциклонов в зависимости от их размеров по спутниковым данным (STARS) и по данным реанализа для 2002–2008 гг. (см. (*Акперов и др., 2017*))

Согласно рис. 5 по разным данным реанализа различия в повторяемости арктических мезоциклонов в сравнении со спутниковыми данными STARS отмечаются не только для наиболее мелкомасштабных вихрей (*Акперов и др., 2017*). При этом оценки повторяемости ПМЦ по разным данным реанализа в целом достаточно близки. В (*Акперов и др., 2017*) проведен также анализ полярных циклонов, полученных по расчетам с РКМ HIRHAM (со «спектральным притягиванием»). При достаточно высоком разрешении РКМ HIRHAM (25 км) повторяемость модельных ПМЦ сопоставима с повторяемостью по данным арктического реанализа ASR с высоким пространственным разрешением (30 км).

По современным данным реанализа и расчетам с региональной климатической моделью воспроизводятся не все полярные мезоциклоны, выявленные по спутниковым данным STARS для европейского сектора Арктики. Наиболее близкое соответствие со спутниковыми данными в (*Акперов и др., 2017*) отмечено по данным арктического реанализа ASR с высоким пространственным разрешением. Следует отметить, что различия в повторяемости ПМЦ между разными данными реанализа при выявлении ПМЦ являются незначительными. Различия в характеристиках полярных мезоциклонов, идентифицированных по разным данным реанализа, можно связать как с особенностями моделей, используемых для получения данных реанализа, так и с особенностями ассимиляции данных. Повторяемость ПМЦ по расчетам с РКМ HIRHAM с разрешением 25 км сопостави-

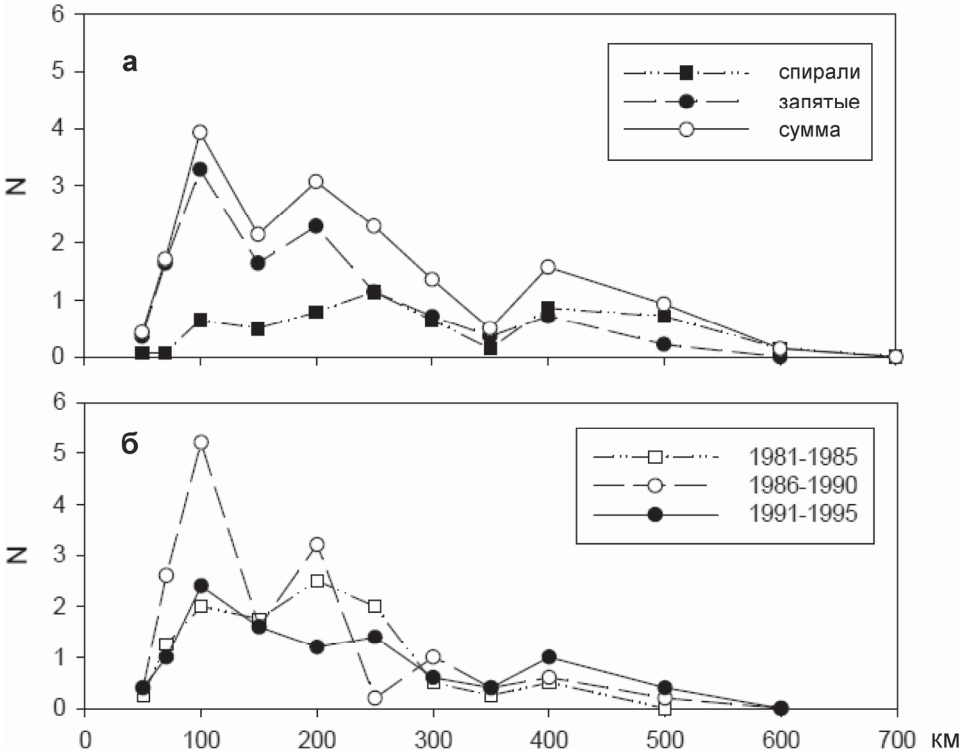


Рис. 6. Среднегодовые распределения повторяемости арктических мезоциклонов (числа циклоно-дней) в бассейне между 20º з.д. и 70º в.д.) в зависимости от их размера (диаметра): (а) для арктических мезоциклонов разного типа (типа спирали (spiral), типа запятой (comma)) и их суммы (total) для периода 1981–1995 гг.; (б) для разных 5-летних периодов в течение 1981–1995 гг. (см. (*Mokhov and Akperov, 2003*))

ма с полученной по данным арктического реанализа ASR с разрешением 30 км. Меньшее число ПМЦ в модели можно связать с описанием в модели мезомасштабных арктических процессов (их параметризацией) (*Акперов и др., 2017*).

Сравнительный анализ арктических и антарктических мезоциклонов выявляет их существенные различия (*Turner et al., 1993*; *Mokhov and Akperov, 2003*). В частности, согласно (*Mokhov and Akperov, 2003*) антарктические мезоциклоны в целом заметно больше – с диаметром до 800 км и даже больше, а для арктических широт характерны ПМЦ с диаметром не более 600 км.

На рис. 6 и рис. 7 представлены распределения повторяемости ПМЦ в зависимости от их размеров для арктической и антарктической областей, соответственно (*Mokhov and Akperov, 2003*). В отличие от арктических мезоциклонов распределения повторяемости антарктических мезоциклонов в зависимости от их размера (диаметра) выявляют только один максимум (около 300 км для ПМЦ-З и около 400 км для ПМЦ-С), в частности в бассейне Южного океана (0–90º в.д.) антарктических широт для периода 1984–1995 гг. (рис. 7) с проявлением особенностей для разных подпериодов (*Mokhov and Akperov, 2003*). При этом существенно различаются распределения для разных типов ПМЦ. Проявление особенностей

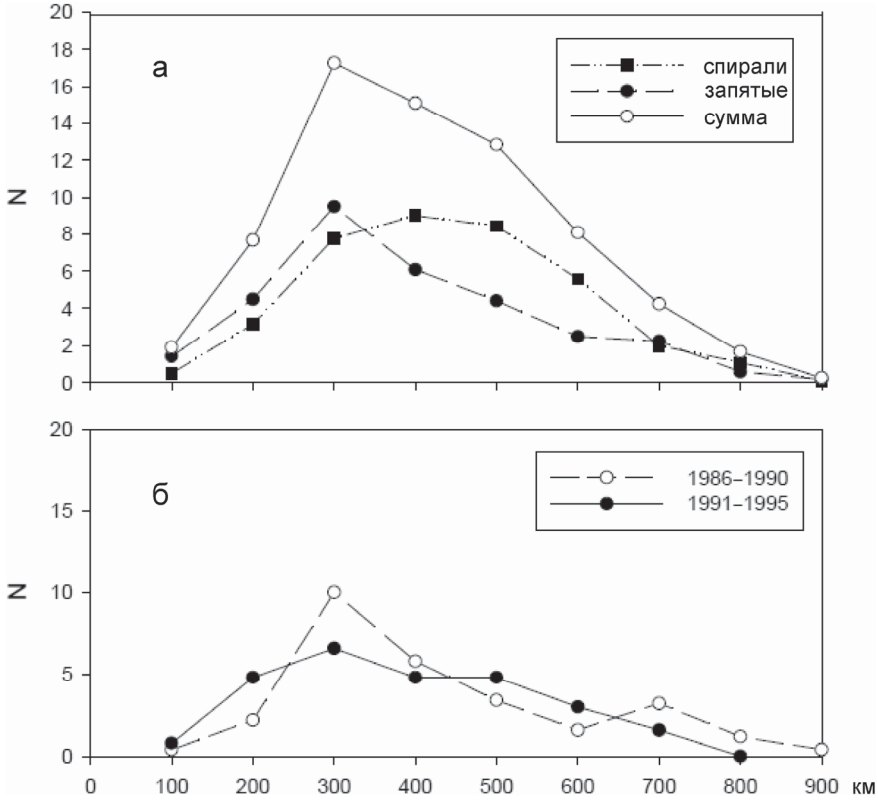


Рис. 7. Среднегодовые распределения повторяемости антарктических мезоциклонов (числа циклоно-дней) в бассейне Южного океана (между 0^o в.д. и 90^o в.д.) в зависимости от их размера (диаметра): (а) для арктических мезоциклонов разного типа (типа спирали (spiral), типа запятой (comma)) и их суммы (total) для периода 1984–1995 гг.; (б) для разных 5-летних периодов в течение 1986–1995 гг. (см. (*Mokhov and Akperov, 2003*))

для разных временных интервалов может быть связано с объемом анализируемых данных. Следует также отметить, что общее число анализировавшихся в (*Mokhov and Akperov, 2003*) арктических мезоциклонов (253) было существенно меньше, чем антарктических (834).

Отмеченные различия для арктических и антарктических мезоциклонов проявляются из-за различий распределений суши и океана, региональных особенностей климатического режима, в частности годового хода температурного режима, и связанных с этим разной ролью бароклинной неустойчивости и конвективных процессов (*Mokhov and Akperov, 2003*).

1.7. Смерчи

Данные наблюдений.

Смерч (в Западной Европе его называют тромбом, а в Северной Америке – торнадо) представляет собой небольших размеров атмосферный вихрь с почти вертикальной осью и колоссальными скоростями ветра. Скорости ветра вблизи земли в торнадо и смерчах могут иногда достигать от 120 до 135 м/с (*Bluestein, 1996*), а по некоторым оценкам и превышать 200 м/с (*Наливкин, 1984*). Большинство смерчей, однако, слабее. Интенсивность смерчей и торнадо часто характеризуют по степени произведенных ими разрушений, используя шкалу Фуджиты (*Снитковский, 1987; Bluestein, 1996*), которая простирается от градации F0 (скорость ветра 18–32 м/с), характеризующейся легкими разрушениями, до F5 (117–142 м/с), когда здания с усиленными конструкциями сносятся ветром вплоть до основания. С 2007 года употребляется так называемая усовершенствованная (enhanced) шкала Фуджиты, разработанная чтобы лучше согласовать скорости ветра в торнадо с производимыми ими разрушениями. Эта новая шкала содержит 6 градаций от EF0 (скорость ветра 29–37 м/с; легкие разрушения или их отсутствие) до EF5 (скорость ветра >90 м/с; полное разрушение зданий) (напр., *Potter, 2007; Doswell et al., 2009*); см. табл. 1.

Таблица 1. Сопоставление традиционной и усовершенствованной шкал Фуджита (для скоростей ветра при переводе в метрическую систему единиц произведено округление до целых значений; для традиционной шкалы Фуджита скорости ветра даются уравнением $V(F) = 6.30\cdot(F+2)^{3/2}$ м/с, $F = 0,..., 5$; напр. *Dotzek et al.* (2005))

Балл смерча по F–шкале	Скорости ветра, м/с	Балл смерча по EF–шкале	Скорости ветра, м/с
F0	18–32	EF0	29–37
F1	33–49	EF1	38–49
F2	50–69	EF2	50–60
F3	70–92	EF3	61–73
F4	93–116	EF4	74–90
F5	117–142	EF5	>90

Направление вращения в торнадо и смерчах обычно циклоническое – совпадающее с направлением вращения Земли вокруг своей оси (в Северном полушарии против часовой стрелки); небольшое число смерчей – заведомо менее 10% от их общего числа – обнаруживают, однако, антициклоническое вращение.

Смерчи (или как их часто по аналогии с США в последнее время называют «торнадо») наблюдаются на всех континентах Земли (кроме Антарктиды) (*Goliger and Milford, 1998*). Однако, в силу своей влажно-конвективной природы и специфических механизмов образования (требование к наличию завихренности и большого термического контраста (*Davies-Jones, 2015*)) абсолютный максимум повторяемости торнадо отмечается на Среднем западе США (так называемая «аллея торнадо») (*Trapp and Brooks, 2013*). Здесь наблюдаются особо благоприятные условия для возникновения торнадо, поскольку над равниной встречается очень теплый и влажный воздух с Мексиканского залива и прохладный и сухой воздух из

Канады. Особенно велики термические контрасты в апреле–мае, когда и отмечается максимум торнадо. В среднем за год в США образуется около 1000 торнадо – на порядок больше, чем в Европе и Северной Евразии (*Goliger and Milford, 1998*). В России смерчи – достаточно редкое событие, их повторяемость оценивается на уровне $(2–4)\times10^{-6}$ км$^{-2}$ год$^{-1}$ (*Goliger and Milford, 1998*), что на порядок меньше чем в Европе и на 2 порядка меньше чем в США. При этом, из 248 смерчей из каталога (*Снитковский, 1987*) только у 8 смерчей (около 3%) интенсивность оценена на 3 уровне по шкале Фуджита и у 2 смерчей (меньше 1%) – на 4 уровне.

Однако, есть основания полагать, что в целом количество смерчей на территории России может быть недооцененным. В частности, согласно данным лаборатории European Severe Storm Laboratory (ESSL) (*Dotzek et al., 2009*), целью которой является сбор сведений о воздушных смерчах в Европе (здесь они также носят название «тромб»), в России начиная со средних веков и до 2015 года отмечено 1088 случаев смерчей (*Groenemeijer and Kuhne, 2014, updated*). При этом, в условиях лавинообразного увеличения количества свободно передаваемой информации, которое стало доступно благодаря цифровой революции и переходу к информационной эре, увеличилось и количество задокументированной (на основе фото- и видеоматериалов очевидцев) информации о возникновении смерчей. Так, из 1088 случаев смерчей из базы ESWD (European Severe Weather Database), 121 случай приходится на 2015 год (подавляющее большинство – смерчи нулевой категории по шкале Фуджиты, F0), 93 – на 2014. По-видимому, оценка порядка 100 смерчей в год является близкой к реальности.

Из наблюдений следует, что смерчи и торнадо можно разделить на две разновидности в зависимости от механизма их формирования. Главным фактором, различающим смерчи по условиям формирования, является наличие или отсутствие материнского облака, известного под названием «суперячейка». Суперячейка – это конвективное облако, содержащее глубокий, устойчивый мезоциклон (напр., *Davies-Jones, 2015*). В этом определении «глубокий» означает что мезоциклон простирается на всю толщу конвективного облака, а «устойчивый» означает устойчивость циркуляции во времени в конвективном масштабе. Размер суперячейки может достигать до 14–15 км в высоту и порядка 50–100 км в диаметре. Эти атмосферные образования, в отличие от обычных одно- и мультиячейковых грозовых облаков, отличаются относительно длинным периодом жизни. Суперячейки могут существовать до 4–5 часов, являясь при этом квазистационарными, и на разных стадиях своего развития сопровождаются целым комплексом неблагоприятных погодных явлений, таких как интенсивные ливневые осадки, крупный град, шквалистые усиления ветра, сильные грозы и, наконец, сильные смерчи. Вертикальные скорости в суперячейке могут превышать 50 м/с.

Рассмотрим более детально условия и основные этапы формирования суперячейки. Основными факторами, необходимыми для ее зарождения и развития, являются сильная неустойчивость атмосферы и сдвиг ветра с высотой в слое 0–6 км, который зачастую обусловлен наличием в атмосфере струйного течения. Вследствие неустойчивости атмосферы запускается процесс конвекции, а за счет сдвига ветра создается горизонтальная завихренность. Под действием сильных восходящих конвективных движений горизонтальные оси завихренности отклоняются, создавая мезоциклон, т.е. вращающуюся колонну воздуха, простирающуюся на всю толщу кучевого облака. В суперячейке выделяют две основные области

вертикальных движений: «главный восходящий поток» (main updraft) и «передний нисходящий поток» (forward flank downdraft, FFD). Передний нисходящий поток представляет собой обширную область интенсивных осадков. Иногда в суперячейке появляется третья область – «тыловой нисходящий поток» (rear flank downdraft, RFD). Это – сложный и до сих пор не до конца изученный элемент суперячейки, но было установлено, что именно тыловые нисходящие потоки являются главным фактором смерчегенеза в суперячейках. По сравнению с передним нисходящим потоком, тыловой нисходящий поток состоит из сухого воздуха – теплого по отношению к воздуху переднего нисходящего потока, но холодного по отношению к восходящим потокам – который был вовлечен в циркуляцию мезоциклона из средних слоёв тропосферы. За счет двух нисходящих и одного восходящего потока в суперячейке формируется система фронтов. Существует несколько гипотез, описывающих формирование воронки смерча в суперячейках. По одной из них, тыловые нисходящие потоки воздуха вытесняют с уровня земли более тёплый и влажный воздух, усиливая восходящий поток, а вращение воздуха передается из более высоких слоев к уровню Земли трением, где, по теории, наблюдаются самые высокие скорости ветра в момент прохождения смерча (*Rotunno, 2013*).

Вихрь, образованный вследствие формирования суперячейки, на территории Северной Америки получил название «торнадо». Однако, как было сказано ранее, не все смерчеподобные вихри связаны с образованием и эволюцией суперячеек и их мезоциклонов. Для описания «несуперячейковых» вихрей в западной литературе используются другие термины (см. ниже). Процесс образования несуперячейковых смерчей является более простым по отношению к образованию суперячейковых торнадо, однако про эти менее интенсивные вихри тоже известно далеко не все. Известно, что этот тип явлений связан с ростом конвективной облачности. В литературе этим вихрям дают названия: «waterspout» и «landspout», в зависимости от поверхности, над которой они формируются: над водой или над сушей, соответственно. В русскоязычной литературе такие конвективные вихри над водной поверхностью называются водяными смерчами, а над сушей – просто смерчами. Несмотря на малые, по сравнению с суперячейковыми торнадо, интенсивность, масштаб и продолжительность (в среднем – 15 минут), известны случаи, когда эти вихри причиняли разрушения, соответствующие категории F3, но это очень редкое исключение из общей статистики. Как правило, смерчи над сушей более интенсивны нежели водяные смерчи, что указывает на возможный существенный эффект приповерхностного трения, которое ведет к конвергенции воздушных масс в приповерхностном слое атмосферы к центру вихря и, как следствие, к быстрому подъему воздуха в его ядре (*Dessens, 1972* и ссылки там).

Образовавшийся смерч представляется наблюдателю огромной облачной воронкой, подвешенной снизу к родительскому облаку. Визуализация происходит как за счет конденсации водяного пара, присутствующего в воздухе, при попадании его в область пониженного давления, связанную с ядром смерча (где воздух адиабатически охлаждается), так и благодаря тому, что смерч захватывает и тащит вверх пыль, мусор, обломки. Вертикальный размер воронки смерча может быть от нескольких сотен метров до нескольких километров, причем воронка простирается далеко наверх вглубь родительского облака, где она перестает быть видимой. Диаметр воронки в том ее месте, где она примыкает к родительскому облаку, колеб-

лется от нескольких десятков метров до нескольких сотен метров. Обычно воронка напоминает суживающийся книзу конус, наподобие хобота гигантского слона, однако встречаются и другие типы воронок – например, толстые колонны, характерные для очень сильных смерчей (предполагают, что они состоят из нескольких вихрей меньших размеров, вращающихся вокруг единого центра), или длинные жгуты, местами вытягивающиеся почти горизонтально. На протяжении короткой, не более нескольких часов, жизни смерча размер и форма воронки могут сильно меняться, отражая колебания ветра или изменения физических характеристик втекающего снизу воздуха. Подобно грозам, большинство смерчей и торнадо перемещается в направлении на восток, или на северо-восток (в Северном полушарии). Скорость их перемещения порядка 30–40 км/ч (*Bluestein, 1996*). Полоса производимых на поверхности земли разрушений может иметь ширину до 3 км и длину до 300 км; чаще всего такие полосы бывают шириной около 100 м и менее и длиной меньше 15 км.

Смерчи (торнадо) наиболее часто наблюдаются в центральной и юго-восточной частях США. Помимо Европы, включая Европейскую территорию России, они также встречаются в южной и юго-восточной Австралии, на самом юге Африки, в Южной Америке (в Аргентине и Парагвае), т.е. там, где возможны глубокие меридиональные вторжения воздушных масс, приводящие к тесному контакту резко контрастирующих между собой по свойствам полярного и тропического воздуха на образующемся холодном фронте. Такие благоприятные макросиноптические условия чаще всего возникают на завершающей фазе процесса перестройки от зимнего типа циркуляции атмосферы к летнему над соответствующим полушарием. Поэтому торнадо чаще всего случаются в конце весны и начале лета, причем обычно во второй половине дня, когда за счет дневной инсоляции температура и абсолютная влажность воздуха в теплой воздушной массе, а вместе с ними и уровень вертикальной конвекции в приземном слое атмосферы максимальны.

В (*Снитковский, 1987*) были рассмотрены синоптические ситуации, наблюдавшиеся в процессе формирования некоторых смерчей над территорией бывшего СССР. Было установлено, что атмосферные процессы, при которых возможно образование смерчей различной интенсивности, в целом характеризуются перемещением с юга и юго-запада на север и северо-восток циклонов и активных волновых возмущений, и их можно разделить на 4 типа. Для всех четырех типов синоптических процессов отличительными особенностями являются:

1) Быстрое окклюдирование полярной фронтальной системы.

2) Наличие в теплом секторе циклонов влажного воздуха морского происхождения.

Первый тип характеризуется быстрым, со скоростью 40–60 км/ч перемещением южного углубляющегося (падение давления более 3–4 гПа/3ч) циклона на север или северо-восток вдоль передней части высотной барический ложбины на поверхности 500 гПа. В то же время в верхней тропосфере присутствует струйное течение, направленное с юго-запада на северо-восток, со скоростями ветра на оси 40–50 м/с, а в пограничном слое атмосферы – струйное течение нижних уровней, направленное с юго-востока или юга на северо-запад или север, со скоростями ветра на оси 12–18 м/с или более. Данная синоптическая ситуация характеризуется общим левым вращением вектора скорости с высотой, т.е. отрица-

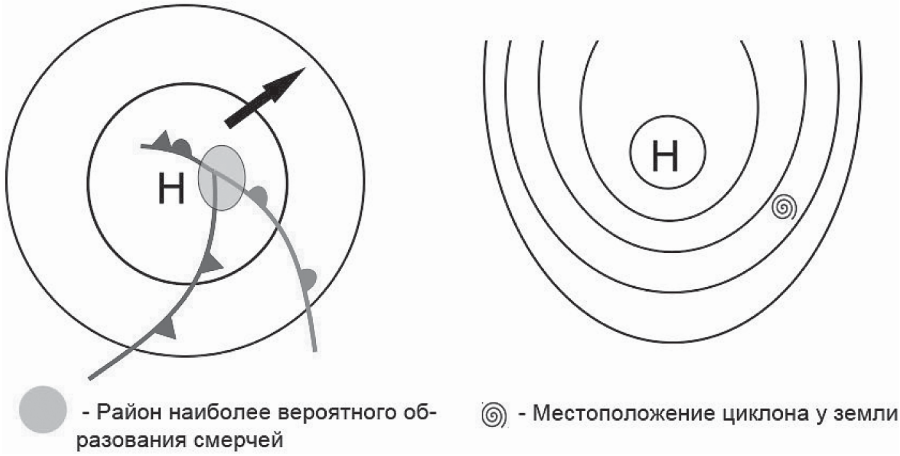


Рис. 1. Первый тип благоприятных для смерчегенеза процессов. Слева – приземная карта, справа – карта АТ300

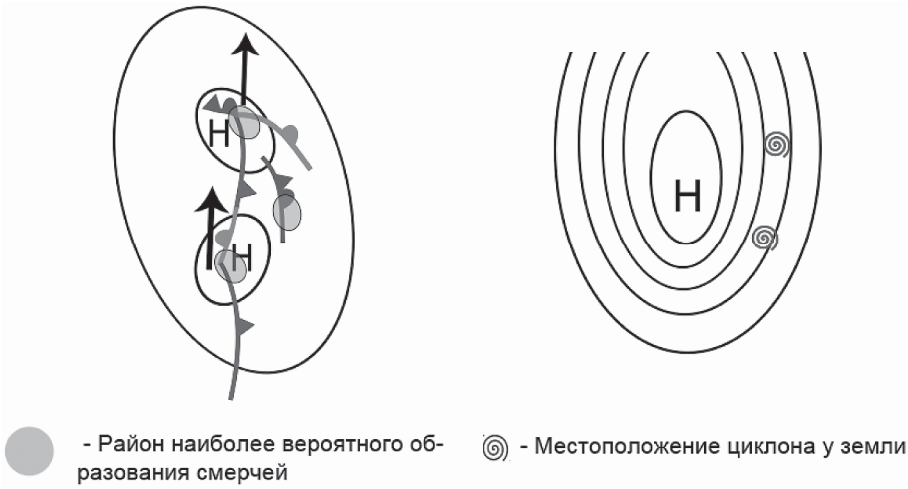


Рис. 2. Второй тип благоприятных для смерчегенеза процессов. Слева – приземная карта, справа – карта АТ300

тельной спиральностью поля скорости (см. ниже). При этом типе процессов вероятно возникновение вблизи центра циклона (у точки окклюзии) наиболее сильных смерчей интенсивностью 2–4 балла по шкале Фуджиты. Такая ситуация чаще обуславливает смерчи в Центральном, Центрально-Черноземном, Волго-Вятском, Северном районах и на Урале. Стоит отметить, что именно при такой конфигурации синоптических процессов наблюдались интенсивные смерчи в июне 1984 года в Ивановской области и в августе 2014 года в республике Башкортостан (см. *Чернокульский и др., 2015*).

Второй тип отличается ярко выраженной меридиональностью атмосферных процессов. Вследствие этого южные циклоны и активные волновые возмущения

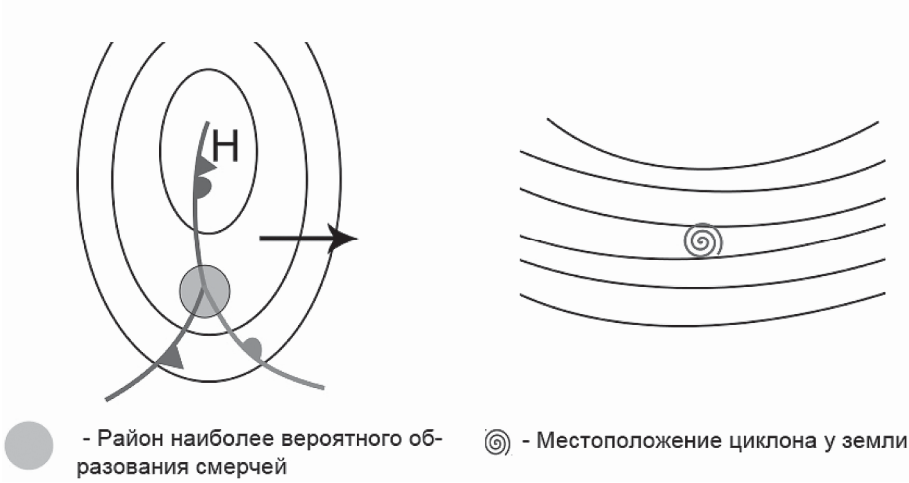


Рис. 3. Третий тип благоприятных для смерчегенеза процессов. Слева – приземная карта, справа – карта АТ300

перемещаются на север со скоростью 50–80 км/ч. Часто в теплом секторе этих циклонов имеется фронт окклюзии тропической фронтальной системы. Образование смерчей интенсивностью 1–2 балла по шкале Фуджиты вероятно вблизи центров волновых возмущений и на фронте окклюзии. Такой тип процессов приводит к смерчам, чаще наблюдающимся в Прибалтике и Белоруссии. Также при такой конфигурации синоптических процессов наблюдался смерч в Ханты-Мансийске 12 июня 2012 года (см. *Курганский и др., 2013*).

Третий тип характеризуется большой скоростью перемещения воздушных масс в зональном направлении. По этой причине происходит быстрое окклюдирование полярной фронтальной системы, у точки окклюзии образуется небольшой по площади, но активный циклон, движущийся на восток. Вблизи центра циклона вероятно образование смерчей интенсивностью 0–2 балла по шкале Фуджиты. Этот тип процессов вызывает смерчи чаще в Молдавии, на юге Украины и на Северном Кавказе.

Последний, четвертый тип отличается тем, что на периферии обширной барической ложбины у поверхности земли, у точки окклюзии фронта большой протяженности, образуется циклон. Этот циклон, как правило, движется на северо-запад (северо-восток или юго-восток) в зависимости от направления ведущего потока. Вблизи центра циклона возможны смерчи интенсивностью 0–1 балл по Фуджите. Такие ситуации чаще приводят к образованию смерчей на Украине, Северном Кавказе, востоке Центрально-Черноземного района и на западе Поволжья.

Предсказание и обнаружение смерчей.

С тех пор как начались систематические попытки предсказывать торнадо и смерчи, синоптики–прогнозисты научились распознавать крупномасштабные условия, предшествующие смерчам. Грозовые суперячейки, которые порождают торнадо, формируются в присутствии быстрого увеличения скорости ветра и/или

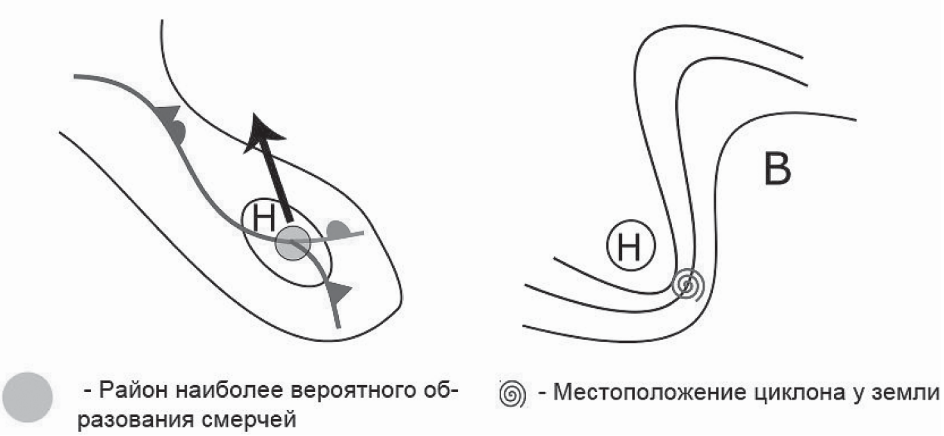


Рис. 4. Четвертый тип благоприятных для смерчегенеза процессов. Слева – приземная карта, справа – карта АТ300

изменения его направления в нижних 6 километрах атмосферы. Такое поле ветра характеризуется повышенными значениями объемной плотности спиральности *h* (см. ниже). В самом деле, по данным (*MacGorman and Nielsen, 1991*) чем больше значения *h* в родительском облаке, тем выше вертикальная скорость в смерче.

Сильные вертикальные сдвиги метра могут наблюдаться вблизи фронтов или струйных течений. Необходимы также запасы лабильной энергии (энергии неустойчивости), от умеренных до больших, что выполняется тогда, когда температура воздуха достаточно быстро убывает с высотой. Чтобы эффективно питать скрытым теплом родительское грозовое облако, требуются высокая влажность у нижних слоев воздуха. Для того чтобы инициировать грозу необходимы также интенсивный дневной нагрев воздуха от Солнца, или же подъем воздуха вдоль наклонных границ: фронтов, поверхностей раздела между морским влажным и континентальным сухим воздухом, границ между охладившимся за счет испарения водяных капель нисходящим воздухом в грозе и соседствующим теплым влажным воздухом.

Радиолокационное зондирование на сегодняшний день является основным методом, используемым для наблюдения и сверхкраткосрочного прогноза опасных явлений погоды. По мере эволюции метода и оборудования, появлялась возможность идентифицировать с помощью метеорологических радиолокаторов осадки разной интенсивности, грозы, градоопасные и градоносные облака, высоту верхней границы облачности и так далее. Информация об этих явлениях и величинах, как правило, получается косвенным путём, впоследствии анализа картины радиолокационной отражаемости. Яркий пример – приблизительная оценка интенсивности осадков по методу Маршалла–Пальмера. К сожалению, получить информацию о наличии в зоне наблюдений смерча с помощью какой-либо теоретической или эмпирической формулы пока не предоставляется возможным. Однако, по общей картине радиоэха или, после обработки, картине интенсивности осадков или картине метеоявлений, можно визуально определить наличие суперячейковых смерчей (торнадо) над территорией радиолокационных наблюдений.

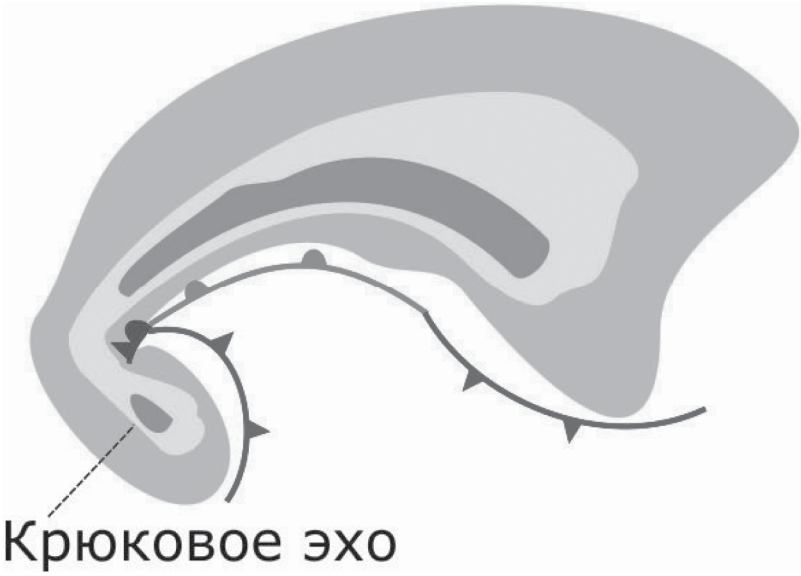


Рис. 5. Типичное изображение суперячейки на карте радиолокационной отражаемости

Все дело в том, что на изображении радара развитая суперячейка, как правило, имеет определенную форму, а точнее хорошо выделяется одна её часть, получившая в американской литературе название «hook echo». На русский язык термин можно перевести как «крюковое эхо». Впервые эта особенность изображения суперячейки на радаре была описана в 1949 году в США. Сейчас в этой стране обнаружение крюкового эха на радарном изображении является главным сигналом к запуску системы экстренного оповещения населения районов, находящихся под угрозой смерча. На рис. 5 схематически представлено типичное изображение суперячейки на радаре. На этой схеме цвет соответствует интенсивности радиоэха. Можно заметить, что во внутренней части «крюка» радиоэхо отсутствует. В ней расположена свободная от осадков область восходящих потоков суперячейки, в то время как по обе стороны от неё наблюдаются интенсивные нисходящие движения. Таким образом, с помощью радиолокатора можно рассмотреть систему фронтов развитой суперячейки, в которой вероятно образование торнадо.

Именно так на радиолокационном изображении выглядят большинство суперячеек, особенно «классические». Но, разумеется, некоторые суперячейки могут принимать другой вид в зависимости от многих факторов.

Актуальность использования радиолокаторов для обнаружения и сверхкраткосрочного прогноза суперячеек и торнадо напрямую связана с обеспеченностью наблюдательной сети того или иного государства соответствующим оборудованием. Активнее всего рассмотренные выше методы применяются в США, где площадь покрытия территории радарным обзором почти в три раза больше, чем площадь территории страны.

Физические процессы, ведущие к смерчам, и методы их моделирования.

Мощная конвективная ячейка, связанная с грозовым облаком, обеспечивает подсос воздуха, необходимый для формирования смерча, и необходима для того, чтобы ядро низкого давления не заполнилось воздухом сверху. Для образования смерча необходимо также, чтобы поднимающийся воздух стал вращаться. Еще в XIX веке выдающийся американский гидродинамик и метеоролог В. Феррель (*Ferrel, 1889*) писал, что торнадо образуются, «когда восходящий поток, вызываемый эффектом плавучести, встречается с «гироскопическим» полем ветра». Начальная стадия развития этого процесса достаточно понята. Наблюдения с помощью доплеровского радара показали, что вращение воздуха начинается в средней тропосфере, на высотах около 4–8 км. Вначале закручивается весь столб восходящего движения диаметром порядка 10–20 км. Эту стадию называют торнадо-циклоном. Зародившись на высоте, вращение начинает передаваться нижним слоям. За этот процесс отвечает закон сохранения углового момента для сжимающегося к оси вращения кольца жидких частиц, что приводит к растяжению вихревых трубок и вытягиванию вращающегося столба воздуха. Завихренность в торнадо-циклоне увеличивается, а диаметр его уменьшается до 2–6 км. Смерч обычно образуется вблизи центра вращающегося торнадо-циклона в области между восходящими и нисходящими потоками в тыловой части грозовой ячейки.

Если структура и судьба многих торнадо-циклонов были достаточно хорошо изучены и прослежены с помощью доплеровских радаров, то сам смерч даже не во всех случаях обнаруживается на экранах радаров. Характерный размер смерча 50–300 м. Разрешающая способность доплеровского радара зависит от расстояния между радаром и исследуемым вихрем и, например, при расстоянии между ними в 15 км составляет 300 м, так что даже наиболее крупные смерчи находятся на пределе разрешимости по отношению к данному методу. Из-за этого наши знания о структуре самого смерча базируются в основном на случайных и косвенных данных. Не считая редких материалов киносъемки, это или неквалифицированные свидетельства уцелевших очевидцев, или следы разрушений, или, наконец, правдоподобные спекуляции, основанные на первых двух источниках информации. По этой причине представления о поле ветра и распределении давления в ядре смерча весьма приближенны. В связи с этим большое значение имеют лабораторные, теоретические и численные модели, которые могут использоваться в диагностических целях, т.е. способны подсказать, где и что мерить, чтобы по небольшому числу, в настоящее время еще очень редких и труднодоступных измерений, представить общую картину циркуляции в смерче.

Лабораторное моделирование смерчей производится во вращающихся сосудах и вихревых камерах, начиная уже с первых попыток в этом направлении, сделанных в конце XVIII века (согласно (*Интенсивные атмосферные вихри, 1985*), первая публикация Вильке датируется 1785 г.). Значительная часть смерчей, в том числе и в пионерской работе Вильке, создавалась чисто механическим способом. Этот способ активно используется до сих пор. В вихревых камерах (завихрителях) воздух специальным образом, например, с помощью вводимых в поток закрылков, закручивается, и образующийся вихрь визуализируется путем впускания частичек сухого льда или дыма в камеру (*Интенсивные атмосферные вихри, 1985; Davies-Jones, 1976*). Другой распространенный метод, приводящий к успеху, основан на использовании явления конвекции, инициируемой источниками тепла на нижней

границе вращающейся жидкости или воздуха (*Бубнов и Голицын, 1994; Должанский и Голицын, 1977; Интенсивные атмосферные вихри, 1985*). Существует также метод «пузырьковой конвекции», которая при экспериментах в жидкостях еще более эффективно генерирует кинетическую энергию движений (*Голицын, 1980*). Как правило, источники тепла и пузырьков фиксированы и размещаются на нижней границе вращающейся жидкости. В (*Довженко, 1993*) описаны эксперименты, где выделение пузырьков обеспечивается экзотермической химической реакцией, протекающей в объеме вращающейся жидкости, когда образующиеся спиральные вихревые потоки в свою очередь способствуют ускорению реакции, обеспечивая тем самым механизм положительной обратной связи. Осуществлены также многочисленные численные моделирования смерчеподобных вихрей, на основе использования уравнений гидродинамики, взятых, как правило, в приближении слабой сжимаемости воздуха (так называемом приближении Буссинеска). Как лабораторные, так и численные модели активно использовались для того, чтобы при контролируемых условиях воспроизвести некоторые из явлений, наблюдаемых в реальных смерчах. К примеру, такие модели позволили определить условия, когда единый вихрь может «развалиться» на несколько меньших вихрей. Этот эффект в первую очередь связывается со значениями так называемого «вращательного отношения» (swirl ratio), которое в определенном приближении сводится к отношению максимальной азимутальной скорости в вихре и осредненной вертикальной скорости в вихревом ядре (напр. *Davies-Jones, 2015*).

Имеющиеся аналитические выражения для смерчеподобных вихрей, в том числе такие известные, как вихри Бюргерса–Ротта (*Burgers, 1948; Rott, 1958*), основаны на точных решениях уравнений Навье–Стокса, полученных в рамках довольно сильных предположений. Это прежде всего ламинарность и стационарность потока, автомодельность и осесимметричность. Как правило, используется приближение Буссинеска. Энергетика вихреобразования задается в виде некоторой искусственной схемы «источник–сток». Разумеется, указанный подход не позволяет полноценно описать генезис структуры интенсивных вихрей, а лишь фиксирует некоторые ее характерные особенности на установившейся фазе развития вихря. Вместе с тем, в рамках модели вязкой жидкости были обнаружены значительные трудности, связанные с точным учетом граничных условий на подстилающей твердой поверхности. В частности оказалось, что уравнения Навье–Стокса для вихревой нити, взаимодействующей с плоскостью, не имеют решений в довольно широкой области значений чисел Рейнольдса, в том числе при заведомо ламинарном характере течения (*Гольдштик, 1981*).

В настоящее время общее число работ, посвященных как теоретическим исследованиям смерчей, так и их численному и лабораторному моделированию, весьма велико. Достаточно ясное представление о подходах к исследованию механизмов смерчеобразования и более-менее представительную библиографию можно найти в (*Интенсивные атмосферные вихри, 1985*), а также в современных обзорах (*Rotunno, 2013; Davies-Jones, 2015*); см. также (*Markowski and Richardson, 2009; Бараксин и др., 2011*). Заметный вклад в разработку проблемы внесли ученые новосибирской школы (см. (*Гутман, 1957; Мальбахов, 1972; Гольдштик, 1981*), а также статью Б.А. Луговцова в (*Интенсивные атмосферные вихри, 1985*)). Несмотря на то, что во многих работах предложены вполне правдоподобные механизмы усиления завихренности и образования спиралевидных течений, которые достаточно де-

тально с количественной стороны изучены, существует ряд важных нерешенных проблем. Почти все модели приводят к заключению, что размеры и интенсивность смерча в значительной степени определяются процессами в пограничном слое и, в частности, сильно зависят от вертикального приземного сдвига скорости и соответствующего коэффициента турбулентной вязкости. Развитие смерча описывается как происходящее одновременно во всем столбе воздуха до высот 3–4 км (в модели верхняя граница – это, где неустойчивая термическая стратификация переходит в устойчивую, т.е. так называемый уровень нейтральной плавучести (*Мальбахов, 1972; Howells et al., 1988*)), а основным физическим механизмом, описывающим взрывной характер роста скорости ветра, считается передача углового момента с периферии торнадо-циклона в центр радиальным течением, которая сама (передача) индуцируется процессами в пограничном слое и определяющим образом зависит от коэффициента трения. Такой сценарий, хотя и позволяет при некоторых значениях параметров смоделировать интенсивный вихрь небольших размеров, встречается с рядом трудностей при объяснении поведения реальных смерчей.

Так, согласно используемому в моделях чисто динамическому описанию механизма роста завихренности, получается, что меньшие по размерам смерчи являются более интенсивными. При этом вертикальный и тангенциальный компоненты скорости в направлении от ядра смерча к периферии спадают достаточно плавно, а процесс затухания смерча, идущий за счет трения, происходит постепенно. Это не вполне согласуется с хорошо известными данными о смерчах, а именно: а) смерч возникает у основания вращающегося облака и растет вниз; б) смерч очень компактен – граница перехода от огромных скоростей внутри смерча к окружающему, почти покоящемуся воздуху оценивается по многим случаям разрушений величиной не более метра; в) более интенсивные смерчи имеют больший размер; г) процесс затухания смерча происходит резко, сопровождаясь, как правило, сильнейшим ливнем, иногда смешанным с небольшим градом.

Этот последний факт, а также анализ условий зарождения смерчей приводят к заключению, что основным механизмом, отвечающим за развитие смерча, является высвобождение скрытой теплоты при фазовом переходе пар–вода (*Писниченко, 1993*). Это делает процесс смерчеобразования существенно необратимым. Отработанный пар, перешедший в капельную жидкость, при затухании смерча, когда вертикальная скорость в нем уже недостаточна для того, чтобы удерживать капли в воздухе, выливается на землю. По общему количеству выпавших осадков, приравняв его количеству сконденсировавшегося пара, скрытая теплота конденсации которого пошла на совершение работы по преодолению сил турбулентного трения в вихре, можно попытаться оценить и кинетическую энергию смерча (*Писниченко, 1993*). Большинство же применяемых в настоящее время численных моделей использует весьма упрощенное описание фазового перехода влаги. Часто, просто вводя в некоторой области торнадо-циклона ненулевую силу плавучести в уравнение для вертикальной скорости (*Howells et al., 1988*).

Основные физические параметры смерчей.

Данные о реальных и моделируемых смерчах показывают, что воздух в самом ядре смерча вращается приблизительно как твердое тело, т.е. азимутальная скорость пропорциональна расстоянию до оси вращения (*Оболенский, 1938; Blue-stein, 1996*). Вне смерча азимутальная скорость резко спадает до нуля. У поверхности земли воздух очень быстро конвергирует внутрь смерча. При определенных усло-

виях воздух может на самом деле опускаться в центре смерча и подниматься на удалении от центра. Хотя давление быстро падает внутри смерча, было найдено, что разрушения производимые смерчами и торнадо, обусловлены не самим этим быстрым падением давления, а ветровой нагрузкой, которая пропорциональна квадрату скорости ветра. Поскольку смерчи столь малы, а скорости ветра в них столь велики, то направленная наружу центробежная сила инерции, действующая на летящие вместе с воздухом и взвешенные в нем более тяжелые частицы и предметы, во много раз превосходит направленную внутрь силу градиента давления. Поэтому различные обломки, подхваченные смерчем, часто выбрасываются наружу из вихря (проявляется эффект цетрифугирования) (напр., *Bluestein et al., 2004; Lewellen et al., 2008*). Вертикальная скорость ветра в смерче может достигать 80 м/с (290 км/ч). Падение давления в центре бывает как минимум 20 гПа и может достигать 100 гПа, что составляет 10% от давления в окружающем воздухе на поверхности земли. Очень мало, что известно о температуре воздуха в смерче (в менее интенсивных водяных смерчах прямые самолетные измерения показывают, что ядро вихря на десятые доли градуса теплее окружающего воздуха (*Leverson et al., 1977*), т.е. водяные смерчи в этом смысле подобны сухоконвективным пыльным вихрям, хотя в последних эксцесс температуры в центре вихря выше и в среднем составляет 4–8 К (*Sinclair, 1973*)). Максимально возможная скорость ветра в смерче долгое время была источником дебатов. Одно время даже думали, что возможны скорости ветра, равные местной скорости звука. Поводом к этому служили иногда слышимые внутри смерча резкие хлопки (*Наливкин, 1984*), которые интерпретировались, как локальный переход скорости ветра через «звуковой барьер». В настоящее время максимальная инструментально измеренная с помощью переносных доплеровских радаров скорость ветра в торнадо равняется 120–125 м/с (*Bluestein, 1996*). Если основной источник энергии смерча обусловлен выделением скрытой теплоты конденсации водяного пара в родительском грозовом облаке, то уровень максимально возможной скорости ветра существенно зависит от того, имеются ли в ядре смерча нисходящие (компенсируемые восходящими движениями на периферии) или же восходящие движения воздуха. Как правило, первая (двухячейковая) схема циркуляции реализуется в наиболее сильных смерчах, а вторая (одноячейковая) в более умеренных. Считают, что взаимодействие между циркуляцией воздуха в смерче и подстилающей поверхностью может вести к еще большим скоростям ветра, нежели те, которые возможны, если бы вся энергия смерча обеспечивалась выделением скрытой теплоты конденсации. Хотя некоторые специалисты думают, что теплота, выделяемая при разрядах молнии, может также играть роль, смерчи часто наблюдаются без грозовых разрядов, происходящих или внутри них самих, или в их непосредственной близости.

Точный источник вращения воздуха в смерче до сих пор в точности неизвестен. Даже несмотря на то, что воздух в подавляющем большинстве смерчей вращается циклонически (т.е. в ту же сторону, что и твердая Земля), суточное вращение Земли вокруг своей оси, на четыре порядка более медленное, нежели вращение воздуха в самих смерчах, не может быть непосредственной причиной этому. Возможными источниками завихренности в смерче являются: горизонтальные вихревые шнуры, образующиеся на холодном фронте (фронте порывистости ветра) на высоте 1–2 км; вихри с горизонтальной осью, обусловленные вертикальным сдвигом ветра и приуроченные к приподнятым температурным инверсиям; наконец, вихри

с вертикальной осью, связанные с горизонтальным сдвигом ветра (изменениями скорости ветра в боковом направлении).

Образующиеся обычно во время гроз и шквалов вихри с горизонтальной осью при благоприятных условиях (если в атмосфере есть узкие восходящие потоки или соседствующие восходящие и нисходящие движения) могут изогнуться так, чтобы их ось на отдельных участках стала вертикальной. Конвергенция потоков воздуха действует так, что усиливает вертикальный компонент завихренности вблизи вихревой нити (*Davies-Jones, 1976*). Эти рассуждения выглядят достаточно правдоподобными, однако у данного механизма имеется затруднение, причем вполне общего свойства. Вихревые нити, по самому их определению, не могут кончаться внутри воздуха; они обязаны или быть замкнутыми, или вонзаться в землю. Поэтому, если какой-то первоначально горизонтальный участок вихревой нити прогибается вниз в виде петли и в конце концов достигает поверхности земли, то в точке касания с землей нить обязана разорваться на две половинки, и из земли уже потом выходят две отдельные нити с противоположным направлением вращения в них. Такая пара смерчей, один из которых циклонический, а второй – антициклонический, довольно-таки редко, но наблюдается в природе. Как правило же, образуется один вихрь, причем в подавляющем числе случаев циклонический. Куда при этом девается его «антициклонический собрат» с точки зрения этого механизма остается не вполне ясным.

В качестве простейшей гидродинамической модели начального смерча («зародыша» смерча) можно принять круговое вихревое кольцо с вертикальной осью симметрии, находящееся в основании грозового облака. Предполагается, что это кольцо возникло из горизонтальной вихревой нити, когда та попала в сильную поперечную струю воздуха и в горизонтальной плоскости образовалась боковая петля, которая затем пережалась у основания, оторвалась от первоначальной нити, а сама нить вновь перезамкнулась. Это вихревое кольцо движется само вниз относительно воздуха, но находясь в интенсивном восходящем потоке, при определенных условиях может удерживаться на постоянной высоте в основании облака. По мере накопления завихренности в кольце (за счет действия сил Архимеда при влажной конвекции) скорость его поступательного движения увеличивается, превышает скорость уравновешивающего восходящего потока, и кольцо начинает продвижение к земле. Безусловно, общее вращение воздуха в грозовом облаке придает вихревому кольцу закрутку, оно затем сильно трансформируется, возможно даже скручиваясь в некоторое подобие двойной спирали, и строгое рассмотрение задачи становится значительно более сложным (*Virk et al., 1994*). Тем не менее, есть важный момент, на который уже эта простейшая и безусловно очень грубая модель проливает свет: она на кинематическом уровне объясняет, во-первых, причину нисходящих потоков в ядре смерча и, во-вторых, то, почему после своего зарождения ядра смерчей имеют тенденцию к движению вниз. Действительно, как показывают наблюдения, наиболее сильные смерчи с нисходящим потоком воздуха в ядре вихря зарождаются наверху, на высоте 1–1.5 км и затем уже опускаются вниз в форме разрушительной хоботообразной воронки. Более слабые смерчи, с восходящими движениями в центре, вероятно, могут иметь иное происхождение. Согласно (*Trapp and Davies-Jones, 1997*), осуществляются два основных типа торнадогенеза. Первый, и наиболее широко распространеннный тип I – когда торнадо зарождается наверху (впервые на высоте 3–4 км) в родительском облаке, а затем

медленно продвигается вниз к земле (и одновременно за счет адвекции завихренности – вверх, вплоть до высоты 12 км для сильных торнадо). Такой процесс позволяет прогнозирование с заблаговременностью до 20 мин. Тип II – когда вихрь зарождается одновременно в нижних 2 км воздуха или даже у самой земли, а затем быстро сжимается по радиусу и вытягивается вверх, образуя торнадо с очень малым временем заблаговременности прогноза.

Иногда считается, что продвижение вниз воронки смерча обусловлено передачей вращения нижележащим слоям воздуха за счет турбулентного трения. На наш взгляд, процесс опускания воронки, протекая в природе достаточно энергично, имеет нелинейную динамическую природу и схож в этом отношении с гидравлическим прыжком (так в гидравлике называют аналог акустической ударной волны). Турбулентное трение может сыграть роль, но лишь на заключительной фазе процесса, когда нижний край воронки уже совсем близко подошел к поверхности земли. В целом, физические процессы, ответственные за продвижение к земле облачной воронки смерча, до сих пор еще не поняты в полной мере. В (*Trapp and Davies-Jones, 1997*) для объяснения продвижения вниз облачной воронки привлекается «механизм динамической трубы», основанный на том, что окружающий воздух втягивается в нижний открытый конец воронки и постоянно привносит туда угловой момент, изначально обусловленный фоновым циклоническим вращением в родительском грозовом облаке. Кстати, иногда смерч необъяснимым образом подпрыгивает, отрывается от земли, а затем вновь на нее опускается (*Наливкин, 1984*). Рис. 6 дает типичную схему строения смерча. Смерч состоит из спускающегося вниз и постепенно суживающегося вихревого ядра и внешней оболочки, начинающейся у поверхности и постепенно суживающейся вверх; ядро может и не опускаться до земли. Первичным образованием является здесь ядро, оболочка возникает вследствие того, что, благодаря внутреннему трению воздуха, вихревое движения ядра передается окружающим массам воздуха. В то время как внутри ядра имеют место нисходящие движения, в оболочке и наружных частях ядра развиваются восходящие движения; наибольшие горизонтальные и вертикальные скорости наблюдаются вдоль поверхности раздела ядра и оболочки.

Оценим максимальную скорость ветра в смерче из общих термодинамических соображений. Максимально возможное значение азимутальной скорости ветра V, приобретаемое во влажноконвективных процессах, так называемый «термодинамический предел» скорости ветра в смерче (*Fiedler, 1995*; см. также *Rotunno, 2013*; *Davies-Jones, 2015*), определяется по формуле $V^2 = 2\times\mathrm{CAPE}$, где CAPE – акроним для конвективной доступной потенциальной энергии (Convective Available Potential Energy), запасенной в предсмерчевых условиях в окружающей вихрь атмосфере. Максимальные значения азимутальной скорости ветра V в смерчах могут превосходить указанный «термодинамический предел», что объясняется дополнительными, чисто динамическими, механизмами концентрации уже произведенной термодинамическим способом завихренности (см. напр. *Курганский, 2015* и ссылки там). В (*Писниченко, 1993*) на основе обработки эмпирических данных (*Снитковский, 1987*) показано, что квадрат скорости максимальной скорости ветра смерче примерно пропорционален его горизонтальным размерам d (оцениваемым по ширине полосы разрушения).

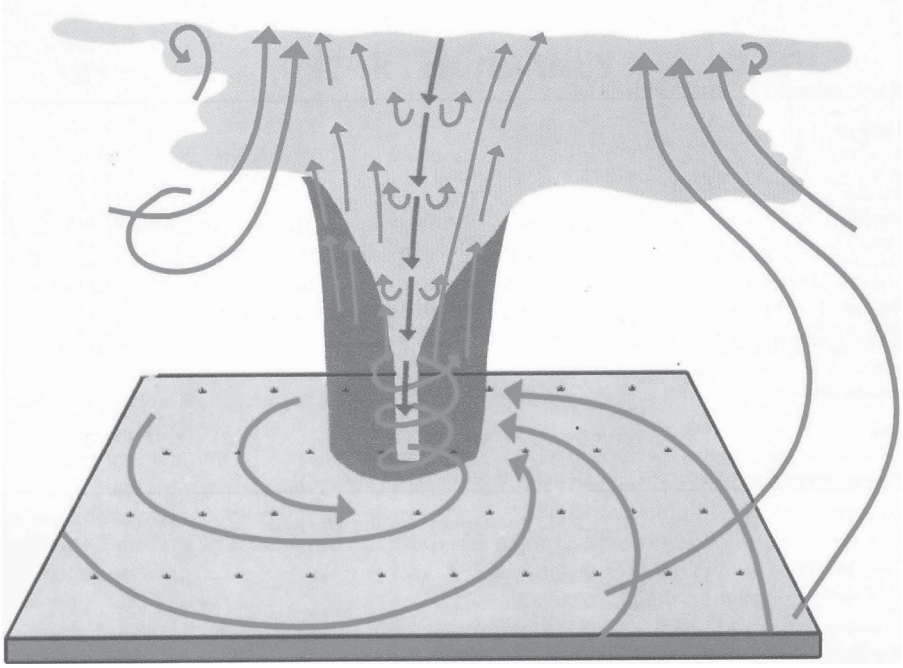


Рис. 6. Схема строения смерча

Спиральная структура поля скорости в смерче.

Касаясь общей структуры смерча, можно заметить, что в его ядре и окружающей ядро вихревой оболочке движение воздуха приближается к винтовому течению, когда вектора скорости и завихренности становятся почти коллинеарными. Винтовые движения жидкости впервые были систематически изучены И.С. Громекой (*Громека, 1881*). В зарубежной литературе они известны как *течения Бельтрами.* Несмотря на то, что винтовым движениям посвящена обширная литература и они применяются для описания различных потоков жидкости и газа как в технической гидро- и аэродинамике, так и собственно в динамике атмосферы, например для описания тех же смерчей (см. статью Д.К. Лилли в (*Интенсивные атмосферные вихри, 1985*)), место их в динамическом описании процессов в жидкости до сих пор неясно. Остается открытым ответ на вопрос, что это – полезная абстракция или же реально осуществимое движение воздуха. Винтовые течения жидкости обладают свойством экстремальности – среди всех течений с заданной величиной спиральности H (интеграла по объему, занятому течением жидкости, от скалярного произведения векторов скорости и завихренности; см. также ниже) винтовое движение характеризуется минимумом производства энтропии благодаря вязкой диссипации и в этом смысле удовлетворяют принципу устойчивости И. Пригожина (*Prigogine, 1947*) для слабо неравновесных сред. На наш взгляд, именно поэтому спиральные течения на фоне действующей диссипации стремятся стать винтовыми. С другой стороны, налагаемое вихревой теоремой Эртеля (см. *Курганский, 1993*) ограничение на винтовое движение в невязкой жидкости – динамическая его невозможность в двухкомпонентной среде, в частности во влажном воздухе – не позволяет реальным течениям стать в точности винтовыми (*Курганский, 2013*). Как

компромисс, мы наблюдаем интенсивные атмосферные спиральные течения в окрестности соответствующих им идеализированных винтовых движений воздуха. Сказанное не противоречит утверждению о том, что движение воздуха в самой сердцевине вихря близко к твердотельному: имеется целое семейство осесимметричных винтовых течений, которые вблизи оси симметрии локально близки к твердотельному вращению жидкости вокруг этой оси, с наложенным на это движение однородным потоком вдоль оси вращения. В силу этого понятие спиральности скорости является неотъемлемой гидродинамической характеристикой смерчей. Количество спиральности, содержащееся в единице объема воздуха, ее объемная плотность h, математически определяется скалярным произведением векторов скорости и вихря скорости. Отметим, что величина h имеет ту же размерность, что ускорение силы тяжести g, и ее удобно измерять в единицах g. Спиральность – псевдоскаляр, т.е. знак ее не имеет абсолютного значения, а зависит от того, какая система координат, правосторонняя или левосторонняя, нами выбрана. Если кинетическая энергия является мерой интенсивности движения жидкости в заданном объеме, то спиральность H характеризует структурную сложность потока, уровень его внутренней организации (*Etling, 1985*; *Lilly, 1986*; *Чижелски, 1999*). В баротропной идеальной жидкости, при определенных дополнительных условиях на границе объема, занятого вихревым движением, H является интегралом движения (*Moffatt, 1969*), при учете бароклинности H меняется во времени в зависимости от того как устроено поле потенциального вихря Эртеля (*Hide, 1989*; *Курганский, 1989*). При заданном уровне кинетической энергии винтовое течение обладает наибольшим из возможных значением спиральности, а значит и является наиболее организованным. В этом смысле модуль (абсолютное значение) H может рассматриваться аналог термодинамической энтропии, только взятой со знаком минус.

Исходя из общих топологических соображений, в (*Levich and Tzvetkov, 1985*) утверждается, что зарождающийся в родительском облаке смерч обязан иметь спиральность противоположного знака по отношению к той, что изначально есть у облака. Сочетание восходящих движений с циклоническим вращением позволяет говорить о наличии положительной спиральности у последнего. Процесс образования ядер смерчей с отрицательной спиральностью рассматривается в (*Levich and Tzvetkov, 1985*) как механизм положительной обратной связи, направленный на поддержание зрелого, но уже начинающего угасать грозового облака. Приближаясь совсем близко к земле, ядро смерча за счет эффекта всасывания воздуха снизу (когда накладываются эффекты вращения и турбулентного трения о землю) окружается вихревой оболочкой с восходящими потоками и циклоническим вращением воздуха и, как следствие, с положительной спиральностью в ней. Соответствующая завихренность затем поступает наверх в облако и циркуляция в последнем временно усиливается. По мнению авторов (*Levich and Tzvetkov, 1985*), такая схема способна объяснить неоднократно повторяющийся и притом спорадический характер образования смерчей во время движения облака.

На процесс образования ядер смерчей можно взглянуть и с другой стороны, как на генезис более крупной вихревой структуры из более мелких. Это явление фактически относится к классу синергетических (*Хакен, 1980*). «Крупномасштабная» циркуляция в родительском облаке питается мелкомасштабной влажной конвекцией в его основании. Указанные конвективные элементы (плавучие струи, термики), с горизонтальным размером от несколько метров до десятков метров, с восходя-

щим движением и одновременно циклоническим вращением воздуха в них, также характеризуются положительной спиральностью. По своим размерам смерч занимает промежуточное положение между мелкомасштабной турбулентной конвекцией (микро β-масштаб по классификации (*Orlanski, 1975*)) и «крупномасштабной» циркуляцией в родительском грозовом облаке (мезо γ-масштаб (*Orlanski, 1975*)) и может условно характеризоваться как структура «среднего» масштаба (микро α-масштаб (*Orlanski, 1975*)). Попытка использовать свойство спиральности турбулентных течений для объяснения механизма усиления интенсивных атмосферных вихрей была сделана в (*Моисеев и др., 1983*). Привлечение модели вихревого динамо (*Моисеев и др., 1988*) с подключенным механизмом обратного демпфирующего влияния генерируемой «мезомасштабной» структуры на первичную мелкомасштабную конвекцию позволило в (*Курганский, 1998*; *Kurgansky, 1999*) получить согласованную оценку для размера образующегося начального смерча и для характеристик мелкомасштабной спиральной турбулентности. В рамках теоретической модели (*Курганский, 1998*) с той же самой скоростью, с которой поддерживаются положительные значения спиральности у турбулентных конвективных движений, производится и отрицательная спиральность у начального вихря. Это отвечает одновременно циклоническому вращению и нисходящему потоку воздуха в центре ядра смерча.

Сказанное иллюстрирует общие идеи синергетики, высказанные по существу одним из первых и притом в очень яркой форме русским биохимиком А.И. Опариным (*Опарин, 1924*) в замечательном очерке о происхождении жизни. Как существо жизни заключается в локальном понижении энтропии, что возможно лишь в открытой системе, так и сущность самоорганизации сложных вихревых структур состоит в повышении абсолютных значений спиральности. Спиральность зарождается на малых масштабах, затем передается более крупным движениям, организуя их. Она сродни ферменту (органическому катализатору), позволяющему вихревой структуре эффективно черпать скрытую энергию, запасенную во влажном воздухе, и превращать ее в работу.

Распределение смерчей по их интенсивности.

Рассмотрим статистический ансамбль торнадо (смерчей). Пусть $\mathrm{d}W(\varepsilon) = p(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon$ есть вероятность того, что квадрат максимальной скорости ветра в вихре $\varepsilon \equiv V^2$ принадлежит интервалу значений $(\varepsilon,\ \varepsilon + \mathrm{d}\varepsilon)$. При выполнении условий (а) $\int_0^\infty p(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon = 1$ и (б) $\langle\varepsilon\rangle = \int_0^\infty \varepsilon\, p(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon = const$ (где скобки $\langle\ldots\rangle$ означают математическое ожидание) информационная энтропия $\Omega = \langle -\ln p\rangle = -\int_0^\infty p(\varepsilon)\ln p(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon$ принимает максимальное значение для экспоненциального распределения $p(\varepsilon) = \langle\varepsilon\rangle^{-1}\exp\left(-\varepsilon/\langle\varepsilon\rangle\right)$, которому соответствует так называемое распределение Релея для максимальной скорости ветра V

$$p(V) = \frac{2V}{\langle V^2\rangle - V_{\min}^2}\exp\left\{\frac{V_{\min}^2 - V^2}{\langle V^2\rangle - V_{\min}^2}\right\},$$

являющееся частным случаем распределения Вейбулла и представленное здесь в виде, явно учитывающем то обстоятельство, что согласно шкале Фуджиты минимальная принятая скорость ветра в смерчах равна $V_{\min}$ = 18 м/с. Согласно эмпири-

ческим данным (*Снитковский, 1987*) (см. табл. 2), средняя квадратичная максимальная скорость ветра в смерчах $\sqrt{\langle V^2 \rangle} = 43.1$ м/с и поэтому $V_0 \equiv \sqrt{\langle V^2 \rangle - V_{\min}^2} = 39.2$ м/с, что отвечает наиболее вероятному значению максимальной скорости ветра $V_0/\sqrt{2} = 27.7$ м/с. Вычисленные по выписанной выше формуле при $V_0 = 39.2$ м/с и $V_{\min} = 18$ м/с теоретические значения вероятности для появления смерчей заданной балльности F по Фуджита (см. последнюю строку табл. 2) неплохо согласуются с приведенным в (*Снитковский, 1987*) эмпирическим распределением частоты появления смерчей по баллу F, воспроизведенным во второй снизу строке табл. 2.

Таблица 2. Распределение 248 смерчей, наблюденных над территорией бывшего СССР, по степени их интенсивности (*Снитковский, 1987*)

Балл смерча по Фуджита	F0	F1	F2	F3	F4	F5
Скорости ветра (м/с)	18–32	33–49	50–69	70–92	93–116	117–142
Число случаев	95 (38%)	98 (39%)	45 (19%)	8 (3,2%)	2 (0,8%)	–
Теоретич. вероятность	38%	37%	20%	4,53%	0,45%	0,02%

В работе (*Dotzek et al., 2005*) показано, что релеевское распределение хорошо описывает распределение торнадо по их интенсивности во многих местах на планете, включая территорию США. Интересным является то, что в некоторых случаях еще лучшее согласие с наблюдениями дает применение суперпозиции двух релеевских распределений; границей между соответствующими двумя модами распределения является нижнее предельное значение для категории F2 (скорость 50 м/с).

Пыльные вихри.

Некоторое сходство со смерчами имеют пыльные и песчаные вихри пустынь и степей. В последнее время их исследование получило особую актуальность, поскольку многочисленные пыльные вихри наблюдаются на Марсе, определяя во многом вынос пыли в марсианскую атмосферу (напр. *Balme and Greeley, 2006*). Эти вихри являются в высшей мере спиральными структурами, несмотря на свои незначительные размеры на Земле (они имеют высоту до 1000 м, вертикальную скорость до 10 м/с, диаметр вихря ~10 м, тангенциальную скорость ~10 м/с, завихренность ~1 $с^{-1}$, плотность спиральности до 10 $м/с^2$ (*Чижелски, 1999*)). На Марсе с орбитальных станций наблюдались гигантские вихри высотой до 8 км и в поперечнике до 1 км; наблюдавшиеся же со спускаемых марсианских аппаратов (роверов) пыльные вихри по своим размерам более схожи с земными. Возникают пыльные вихри в ясную погоду, когда почва и прилегающие к ней слои воздуха сильно нагреваются и равновесие в вертикальном направлении нарушается; при этом образуются восходящие токи, давление в центре понижается, соседние массы воздуха притекают со всех сторон к центру пониженного давления, приходят во вращение и образуют вихрь, достигающий иногда высоты в 1000 м. Из наблюдений вы-

текает отсутствие сколь-нибудь выраженного воздействия отклоняющей силы Кориолиса на пыльные вихри, поскольку вращающиеся по и, соответственно, против часовой стрелки вихри встречаются с одинаковой частотой (*Williams, 1948*). Для пыльных вихрей вращение может начаться из-за появления горизонтального сдвига ветра, обусловленного различием в степени шероховатости отдельных участков подстилающей поверхности (*Скорер, 1980*). Пыльные вихри быстро затухают, как только достигнут мест, покрытых растительностью, или влажных. Высота, на которую поднимается столб завихренного воздуха, т.е. расстояние между основанием вихря и вершиной, напоминающей собою гриб, а также мощность вихря и даже до некоторой степени продолжительность его существования зависят от интенсивности нагревания земной поверхности и от того, насколько температурный градиент в нижних слоях атмосферы больше адиабатического. Когда это нагревание мало, возникают и поддерживаются только маленькие пыльные вихри, известные каждому. Но если нагревание так интенсивно, как это часто бывает над ровными пустынными местами, вихрь получает мощность торнадо. Однако, как бы ни был силен вихрь такого рода, его все же не следует смешивать со смерчем, так как пыльный вихрь возникает вблизи поверхности земли и поддерживается потоком теплого воздуха снизу, а настоящий смерч возникает и развивается наверху, на уровне облаков.

Послесловие. Исчерпывающей и физически ясной теории возникновения и поддержания атмосферных смерчей пока нет. Камнем преткновения остается недостаток данных наблюдений о смерчах и, до сих пор, малое количество прямых и дистанционных физических измерений в них.

1.8. Индексы смерчегенеза

Воздушные смерчи/торнадо в регионах Северной Евразии, в частности в российских регионах при современном климате, значительно более редкие явления по сравнению с Северной Америкой. Плотность наблюдаемых смерчей, как сравнительно редкого явления существенно зависит от плотности населения (плотности потенциальных наблюдателей) (*Anderson et al., 2007*). В связи с этим частота их регистрации в малонаселённых регионах Северной Евразии не может быть надежной характеристикой при оценке тенденций изменения смерчевой активности. Для оценки риска атмосферного смерчегенеза целесообразно оценивать повторяемость условий, характерных для образования смерчевых явлений. Такие условия могут быть описаны в терминах индексов смерчегенеза (*Doswell and Shultz, 2006*), представляющих собой определенные интегральные характеристики атмосферы, ключевые для формирования смерча. В целом, такие индексы (индексы конвективной неустойчивости) описывают условия, характерные для образования не только смерчей, но также других опасных гидрометеорологических явлений конвективного характера (сильных ливней, крупного града, шквалов).

К ключевым для формирования опасных конвективных явлений интегральным характеристикам атмосферы (динамического и/или термодинамического происхождения) относятся (*Doswell and Shultz, 2006*): (а) доступная конвективная потенциальная энергия CAPE (convective available potential energy − количество энергии плавучести, доступной для вертикального ускорения воздушной частицы), (б) энергия конвективного подавления CIN (convective inhibition − количество энергии, необходимое частице воздуха для преодоления задерживающего слоя в нижней тропосфере) и (с) относительная спиральность SRH (storm-relative environmental helicity, (*Droegemejer et al., 1993*) и/или storm-relative helicity (*Markowski et al., 1998*)). Относительная спиральность определяется по формуле

$$\mathrm{SRH} = \int_0^h (\mathbf{v}_{hor} - \mathbf{c}) \cdot \boldsymbol{\omega}_{hor} \, dz \,, \qquad (1)$$

где $\mathbf{v}_{hor}$ − $\mathbf{c}$ − относительная скорость ветра (разность между фоновой горизонтальной скоростью ветра $\mathbf{v}_{hor}$ и скоростью $\mathbf{c}$ перемещения материнского вращающегося облака (мезоциклона), из которого образуется смерч); $\boldsymbol{\omega}_{hor} = \mathbf{k} \times \partial_z \mathbf{v}_{hor}$ − горизонтальная завихренность, где $\mathbf{k}$ − единичный вектор в вертикальном направлении. Интегрирование в (1) ведется по вертикальной координате z от поверхности $z = 0$ до, как правило, высоты $h = 3$ км. Существенные смерчи (торнадо) связаны с высокими значениями SRH. Есть корреляция между значениями SRH и интенсивностью торнадо.

Важно отметить, что указанные индексы (CAPE, SRH и их различные модификации) имеют скорее не прогностический, а диагностический смысл. При этом значительным недостатком является их принципиальная зависимость от информации о состоянии верхних слоев тропосферы. Эта информация в существенной мере ограничена редкой аэрологической сетью, а для модельных расчётов – сильной зависимостью от параметризации конвекции (*Shafer et al., 2009; Новицкий и др., 2015*).

Независимым от указанных недостатков мог бы быть упрощенный индекс, основанный только на данных наземных наблюдений. В качестве такого просто вычисляемого, но эффективного индекса смерчегенеза предлагается использовать так называемый 3D-индекс (Dewpoint, Dewpoint Depression Index) (*Livingston, 1983; Чернокульский и др., 2015*):

$$3\mathrm{D} = T_{dew} - \left(T - T_{dew}\right). \qquad (2)$$

Отмечена его эффективность в выделении метеорологических ситуаций с грозовой активностью в летний период на Среднем Западе США, если значения индекса превышают 60º F (15.5 ºС) (*Livingston, 1983*).

Оба слагаемых индекса 3D в (2) в значительной мере определяют конвективную неустойчивость атмосферы. Абсолютная влажность приземного воздуха (выраженная через T_{dew}) является доминирующим фактором, формирующим как пространственное распределение (климатологию), так и межгодовую динамику CAPE (*Riemann-Campe et al., 2009*). По данным ERA-Interim за период 1979–2014 гг. для всех модельных ячеек в пределах европейской территории России (45–65º с.ш., 30–60º в.д.) для летних случаев, когда 3D > 15.5 ºС, положительный коэффициент корреляции между индексами CAPE и 3D (0.37 при длине ряда 437 159) статистически значим.

Второе слагаемое индекса 3D (депрессия точки росы) в (2) определяет высоту уровня конденсации (H_{LCL}). С большой точностью, можно записать (*Bohren and Albrecht, 1998*):

$$H_{\mathrm{LCL}} = \left(T - T_{dew}\right)/\left(dT/dz - dT_{dew}/dz\right) \sim 125\left(T - T_{dew}\right), \qquad (3)$$

где высота H_{LCL} выражена в метрах, а температура в ºС. Таким образом, чем меньше депрессия точки росы в приземном воздухе, тем ниже уровень конденсации. Низкий уровень конденсации является критическим для появления суперячейки с высокой вероятностью образования смерча (торнадо) (*Brooks et al., 2003*).

Индекс 3D обладает определенной прогностической значимостью (*Чернокульский и др., 2017*). Были рассмотрены срочные наблюдения в летний период на 418 российских станциях (к югу от 70º с.ш. и к западу от 140º в.д.) за период 1966–2015 гг. Для каждого срока был рассчитан индекс 3D, превышение им определенной пороговой величины рассматривалось как прогноз явлений конвективного характера (грозы, град, ливневые осадки). В качестве фактической информации об указанных явлениях выступала информация о «погоде в срок», определяемая наблюдателем. Для различных значений индекса 3D рассчитывались значения критического индекса успеха прогноза CSI (critical success index) (отношение случаев успешного прогноза к сумме случаев успешного прогноза, ложных тревог и промахов). Для всех рассматриваемых станций максимальное значение CSI (0.13) для всех конвективных событий достигается при 3D=10.1 ºС (при этом отношение «спрогнозированных» случаев ко всем случаям составляет 0.44); для одних лишь грозовых событий оно достигается при 3D=14.8 ºС. При этом проявляются отдельные региональные особенности (не показано). В (*Livingston, 1983*) пороговое значение индекса 3D для выделения грозовых явлений (в летний период на Среднем Западе США) определено на уровне 60º F (15.5 ºС). Данное значение (15.5 ºС) в дальнейшем в статье будет рассматриваться, как критическое. Критическими значениями CAPE принято считать 1000 и 2500 Дж/кг (*Doswell and Shultz, 2006*). В большей мере индексы 3D и CAPE имеют ди-

агностический смысл, в том числе, при их расчёте по данным, заданным в узлах сетки (например, по данным реанализа). В частности, средние за летний период значения индексов конвективной неустойчивости, рассчитанные по данным реанализа ERA-Interim положительно скоррелированы (для многих станций, главным образом в южных районах России, статистически значимо) с повторяемостью различных конвективных явлений (причем индекс 3D демонстрирует, в целом, более высокую корреляцию, чем CAPE) (табл. 1).

Индекс 3D показал также свою эффективность в исследовании случаев образования смерчей (*Чернокульский и др., 2015*). Подавляющее число смерчей на территории Северной Евразии (655 из 713) характеризуются достаточно высокими значениями 3D (>12ºC) (рис. 1.5.1). Более 2/3 смерчей характеризуются закритическими значениями 3D > 15.5ºC (447 смерчей) и CAPE > 1000 Дж/кг (448 смерчей). Индексы CAPE и 3D для случаев смерчей статистически значимо скоррелированы (на уровне значимости 0.01, коэффициент корреляции 0.63). При этом данные реанализа могут занижать реальные значение 3D (отчасти, в силу представления информации на сетке). В частности, для наиболее мощного смерча в г. Иваново (9 июня 1984 года) значения 3D по данным реанализа ERA-Interim (с пространственным разрешением $0.75^{\circ} \times 0.75^{\circ}$) составили 13.2 ºC, а по данным метеорологических наблюдений на станции в г. Иваново во время прохождения смерча индекс 3D поднялся до закритических значений 18.6 ºC (*Чернокульский и др., 2017*).

Таблица 1. Коэффициенты временной корреляции между летней повторяемостью конвективных явлений на российских метеорологических станциях (418 станций в регионе к югу от 70º с.ш. и к западу от 140º в.д.) и средними за летний период значениями индексов конвективной неустойчивости 3D и CAPE, рассчитанных для соответствующих положению станций ячеек сетки по данным реанализа ERA-Interim, за период 1979–2015 гг. Показаны первый, второй и третий квартили распределения всех коэффициентов корреляции по всем станциям. Значимыми на уровне 0.05 являются коэффициенты корреляции > 0.33

	3D	**CAPE**
Повторяемость дней с кучево-дождевыми облаками	0.17, 0.32, 0.46	0.03, 0.16, 0.30
Повторяемость дней с ливневыми осадками	0.13, 0.28, 0.43	–0.11, 0.01, 0.16
Повторяемость дней с грозовыми событиями	0.21, 0.34, 0.48	0.24, 0.38, 0.48

В целом, индекс 3D может быть использован в качестве простого индекса конвективной неустойчивости для оценки изменений условий возникновения опасных конвективных явлений в регионах Северной Евразии. Положительная статистически значимая корреляция между индексами конвективной неустойчивости 3D и CAPE отмечается не только для случаев смерчей, но и для межгодовой изменчивости интегральных характеристик этих индексов (рис. 2) – средних за летний

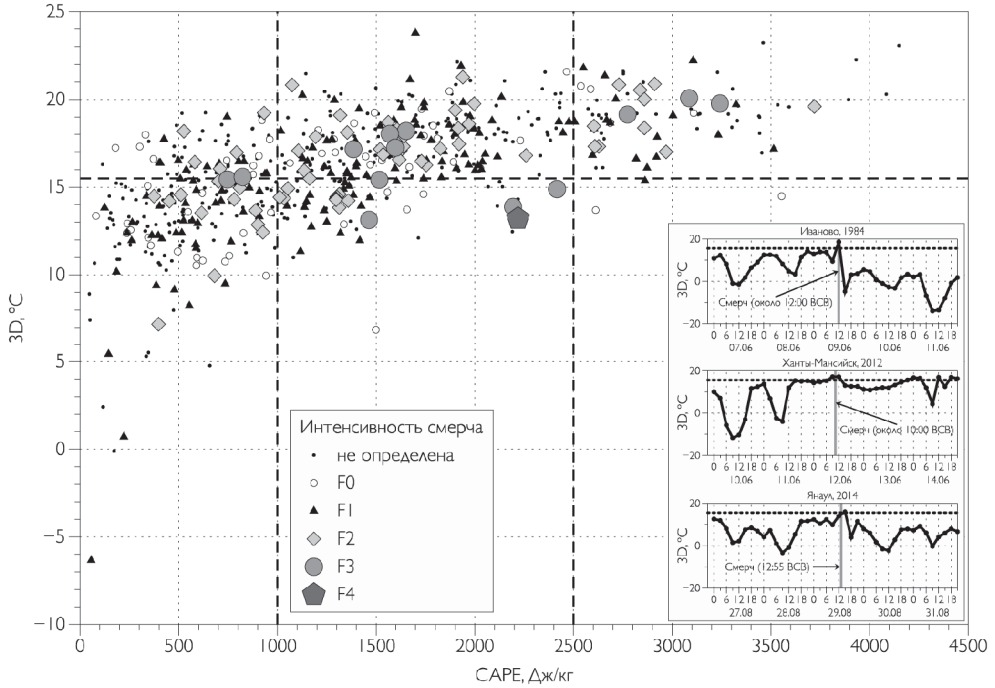


Рис. 1. Значения индексов 3D и CAPE, рассчитанных по данным реанализаERA-Interim, для 713 случаев смерчей в Северной Евразии из базы Европейской базы данных опасных явлений (European Severe Weather Database, ESWD) (*Groenemeijer and Kühne, 2014*) за период 1979–2015 гг. (приведены максимальные значения индексов в 2.5-градусной области вокруг места наблюдения смерча во временном интервале ±3 часа относительно времени прохождения смерча). Показана интенсивность смерчей по шкале Фуджита, пунктирными линиями отмечены пороговые значения 3D (15.5ºC) и CAPE (1000 и 2500 Дж/кг). На врезке показаны значения индекса 3D, рассчитанные по станциям Иваново (сверху), Ханты-Мансийска (в середине) и Янаула (снизу) в течение 2 дней до и после прохождения смерчей (в 1984, 2012 и 2014 гг. соответственно), время прохождения смерчей показано вертикальной чертой, пунктиром показано пороговое значение 3D (15.5ºC) (рисунок из (*Чернокульский и др., 2017*))

период значений 3D и CAPE (рис. 2а) и повторяемости критических значений 3D (p_{crit3D}) и CAPE ($p_{critCAPE}$) (>15.5ºC и >1000 Дж/кг, соответственно). Последние величины оценивались как выраженное в процентах отношение, для 3-х часовых данных, случаев с превышением критических значений индексов ко всем случаям за летний период (рис. 2б).

Оценены линейные тренды p_{crit3D} и $p_{critCAPE}$ с 1979 по 2016 гг. по данным реанализа ERA-Interim (рис. 3). Наибольший положительный (и статистически значимый) линейный тренд повторяемости отмечен над внутренними морями (Черное море для p_{crit3D} и $p_{critCAPE}$ и Каспийское море для $p_{critCAPE}$), причем наибольшие значения тренда выявлены в июле–августе, когда в данном регионе наблюдается наибольшее количество водяных смерчей. Одной из основных причин роста кон-

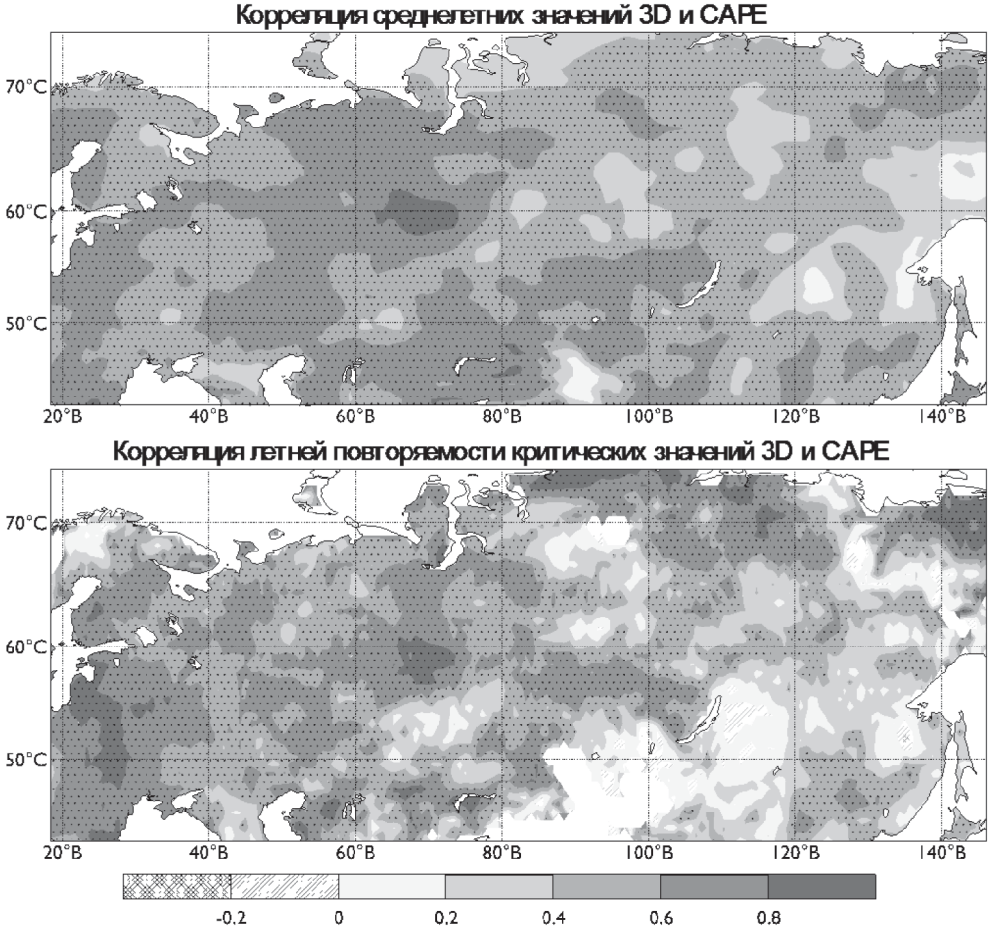


Рис. 2. Коэффициенты временной корреляции средних за летний период значений индексов 3D и CAPE (сверху) и повторяемости критических значений индексов 3D и (>15.5ºC) и CAPE (>1000 Дж/кг) за летний период (снизу) по данным реанализа ERA-Interim за период 1979–2016 гг. над сушей Северной Евразии. Пунктиром показаны статистически значимые значения коэффициента корреляции на уровне 0.01 (рисунок из (*Чернокульский и др., 2017*))

вективной неустойчивости является рост температуры морской поверхности, который за последние 30 лет составил более 2 градусов (*Meredith et al., 2015*). Величина p_{crit3D} статистически значимо растёт и на юге Дальнего Востока (где в последнее время также наблюдаются смерчи). Рост конвективной неустойчивости здесь можно связать с муссонной активностью в летний период (*Мохов и др., 2014б*). В остальных районах изменения менее существенные; в целом, преобладает положительный тренд (статистически незначимый).

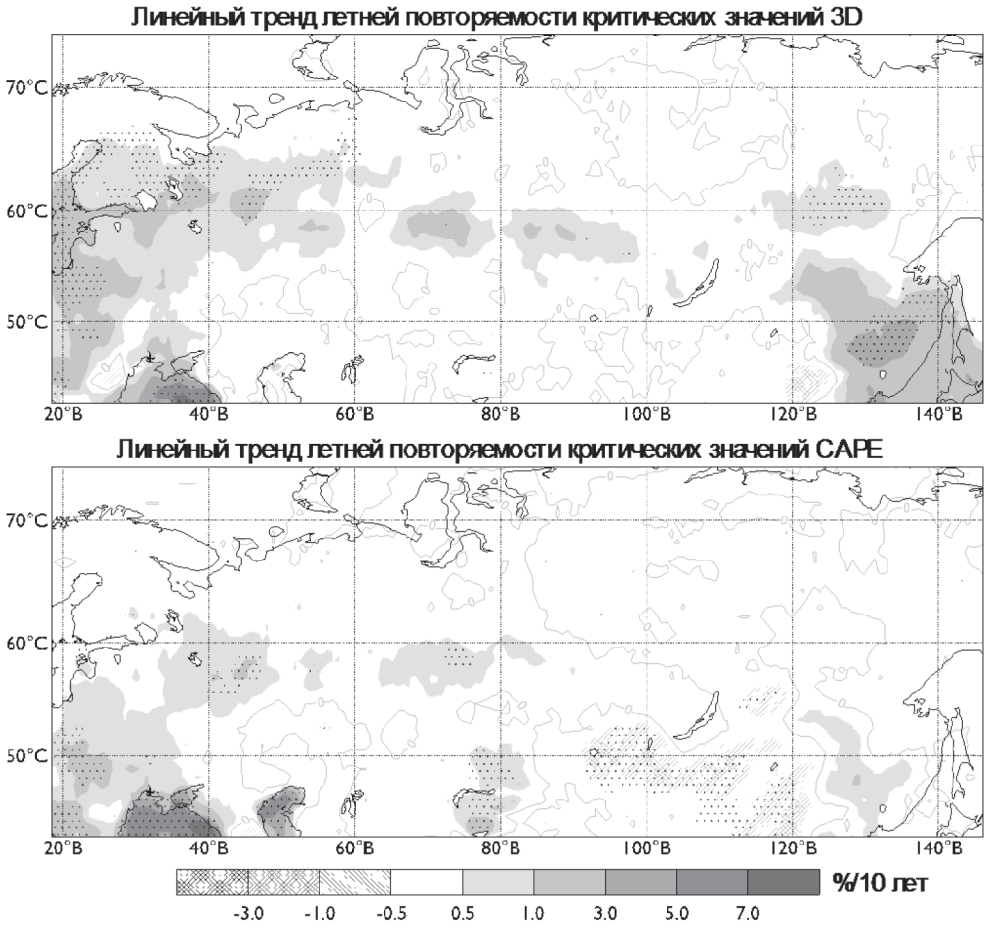


Рис. 3. Линейные тренды повторяемости (%/десятилетие) сверхкритических значений индексов конвективной неустойчивости 3D (>15.5ºС) (верхний рисунок) и CAPE (>1000 Дж/кг) (нижний рисунок) в регионах Северной Евразии по данным реанализа ERA-Interim в летний период за 1979–2016 гг. Пунктиром показаны статистически значимые значения линейного тренда на уровне 0.01 (рисунок из (*Чернокульский и др., 2017*))

1.9. Вихревая активность и аномалии состава атмосферы

Являясь ключевым элементом атмосферной динамики, атмосферные вихри – циклоны и антициклоны оказывают существенное влияние и на состав атмосферы. Еще в (*Dobson et al., 1929*) было отмечено, что с тропосферными циклонами и антициклонами связано соответственно локальное (региональное) увеличение и уменьшение общего содержания озона (ОСО). Связь с циклонами и антициклонами умеренных широт изменений состава разных слоев атмосферы исследовалась во многих работах (*Гуй-Чинь и Гущин, 1961; Харчилава, 1966; Dütsch and Favarger, 1969; Хргиан и Ламжавын, 1971; Хргиан, 1973; Кароль и др., 1980; Гущин и Виноградова, 1983; McMurdie and Katsaros, 1985; Бекорюков и др., 1990; Alaart et al., 1994; Белан и др., 1999; Нерушев, 2003*), включая верхнюю атмосферу (*Бондур и др., 2008*) в содержаниях газовых составляющих и аэрозоля атмосферы (*Белан и др., 1999*). Отмечены особенности изменчивости атмосферного озона в связи с режимами центров действия атмосферы (ЦДА), в частности с Азорским и Сибирским антициклоническими ЦДА (*Дорохов и др., 1995; Бекорюков и др., 1995, 1997*), выявлена значимая корреляция ОСО с изменчивостью внетропического циклогенеза (*Нерушев, 2003*). Влияние тропических циклонов на содержание озона и водяного пара в атмосфере анализировалось в (*Шарков, 1997; Нерушев и Теребо, 2001; Шрамков и др., 2010; Das et al., 2016*). Особенности состава атмосферы в циркумполярных вихрях отмечены в (*Tung et al., 1986; Shoeberl and Hartmann, 1991; Voemel et al., 1995; Solomon et al., 1999; Цветкова и др., 2007; Manney et al., 2011*).

Над тыловыми и передними частями среднеширотных приземных циклонов (антициклонов) проявляется соответственно повышенное и пониженное (пониженное и повышенное) содержание озона в атмосферном столбе (*Гуй-Чинь и Гущин, 1961*). В высотных циклонах (антициклонах) наибольшее содержание озона отмечается соответственно в южном (северном) секторах, а наименьшее – в восточном (западном) секторах, причем на уровне 100 гПа различия достигают 200% (*Хргиан и Ламжавын, 1971*). Выявлено также увеличение ОСО в стратосферных ложбинах и уменьшение ОСО – в гребнях (*Хргиан, 1973; Гущин и Виноградова, 1983*). В качестве механизмов изменений ОСО в барических образованиях рассматривалась горизонтальная адвекция и вертикальные движения воздуха (*Хргиан и Ламжавын, 1971; Кароль и др., 1980; Бекорюков и др., 1990*). Эволюция общего влагосодержания (ОВ) атмосферы в нестационарном среднеширотном циклоне связана с динамикой атмосферных фронтов (*McMurdie and Katsaros, 1985*).

С квазистационарными антициклонами часто связаны локальные минимумы ОСО – озоновые "мини-дыры" (ОМД), имеющие динамическое происхождение (*Newman et al., 1988; Bariopedro et al., 2008; Ситнов и Мохов, 2015)*. Максимальная повторяемость ОМД в Северном полушарии (СП) отмечается в Евро-Атлантическом секторе (*James, 1998; Orsolini and Nikulin, 2006*), для которого характерна повышенная частота атмосферных блокирований (*Lupo and Smith, 1995; Wieden-mann et al., 2002; Мохов и др., 2013; Мохов, 2017*). ОСО регулирует интенсивность биологически-активного солнечного излучения, приходящего к поверхности Земли, и при развитии ОМД увеличивается риск повышенного уровня солнечной УФ–Б радиации (280–315 нм) (*Stick et al., 2003; Ситнов и Мохов, 2016*). Результаты анализа связи вихревой активности с аномалиями состава ат-

мосферы с использованием спутниковых данных (AIRS, OMI, MLS, MODIS), данных озон-ного зондирования, радиозондирования, наземных наблюдений и NCEP/NCAR реанализа представлены в (*Ситнов и Мохов, 2013; 2014; 2015; 2016; Ситнов и др., 2017; Sitnov et al., 2014; 2017а, б; Sitnov and Mokhov, 2017*).

В (*Ситнов и Мохов, 2013; 2014; 2015; 2016*) исследованы локальные и региональные аномалии содержания озона и водяного пара (ВП) в атмосфере при аномально продолжительном блокирующем антициклоне на европейской территории России (ЕТР) летом 2010 г. (*Мохов, 2011*). В первой декаде августа отмечалось усиление антициклона (*Шакина и др., 2011*). Распределение высот изобарической поверхности 500 гПа (*H*500) 1–10 августа 2010 г. (рис. 1а) выявляет область высокого давления над ЕТР и две смежные области низкого давления (к западу и востоку от ЕТР), характерные для омега-блокирования (*Обухов и др., 1984*). Значения *H*500 над центром ЕТР в первой декаде августа 2010 г. достигали 5910 геопотенциальных метров (гп. м), на 185 гп. м превышая соответствующее многолетнее значение. Антициклон проявлялся не только в тропосфере, но и в стратосфере. В распределении H70 над ЕТР в первую декаду августа (рис. 1б) также отмечался локальный максимум давления. Высота изобарической поверхности 70 гПа 1–10 августа 2010 г. превышала 19000 гп. м. Атмосферная циркуляция в свободной тропосфере и в нижней стратосфере способствовала переносу воздуха к северу, востоку и югу соответственно над западной, северной и восточной периферией антициклона. В связи с достаточно продолжительным временем жизни в атмосфере молекул озона (порядка года в нижней стратосфере) и водяного пара (7–10 дней в нижней тропосфере) атмосферная циркуляция над ЕТР в период блокирования оказывала непосредственное влияние на пространственное распределение атмосферного озона и ВП.

Многолетнее распределение ОСО и ОВ над ЕТР летом характеризуется зональностью – с ростом ОСО и убыванием ВП с юга на север. По данным измерений спектрометрами OMI и MODIS многолетний средний меридиональный градиент ОСО и ОВ в долготном секторе 40°–45° в.д. составляет соответственно 1.2 е.Д. /100 км и –0.4 мм/100 км (е.Д. – единицы Добсона; для единиц измерения ОВ 1 мм = 1 кг/м^2) (*Ситнов и Мохов, 2013*). На рис. 1в представлены аномалии ОСО (ΔO_3) в первую декаду августа 2010 г. Аномалии характеризовались разностью локальных величин ОСО, осредненных за период 1–10 августа 2010 г. и соответствующих величин ОСО для 1–10 августа 2003–2013 гг. (с исключением 2010 г.).

Пространственное распределение ОСО при атмосферном блокировании над ЕТР летом 2010 г. существенно отличалось от многолетнего распределения ОСО и отражало особенности региональной атмосферной циркуляции при омега–блокировании (ср. рис. 1в и рис. 1а). Над западной и северной периферией антициклона отмечалась обширная область отрицательных аномалий ОСО, площадью более 11 млн км^2, в которой аномалии достигали величин –37 е.Д. (11% от локального многолетнего среднего значения). Более значительные положительные аномалии ОСО, достигавшие величин 60 е.Д. (17%), отмечались над смежными с антициклоном областями пониженного давления в барических ложбинах.

В отличие от ОСО с областью блокирования над ЕТР была связана обширная область положительных аномалий ОВ (рис. 1д), с локальными значениями, достигавшими 13 кг/м^2 (65%) над северной периферией блокирующего антициклона.

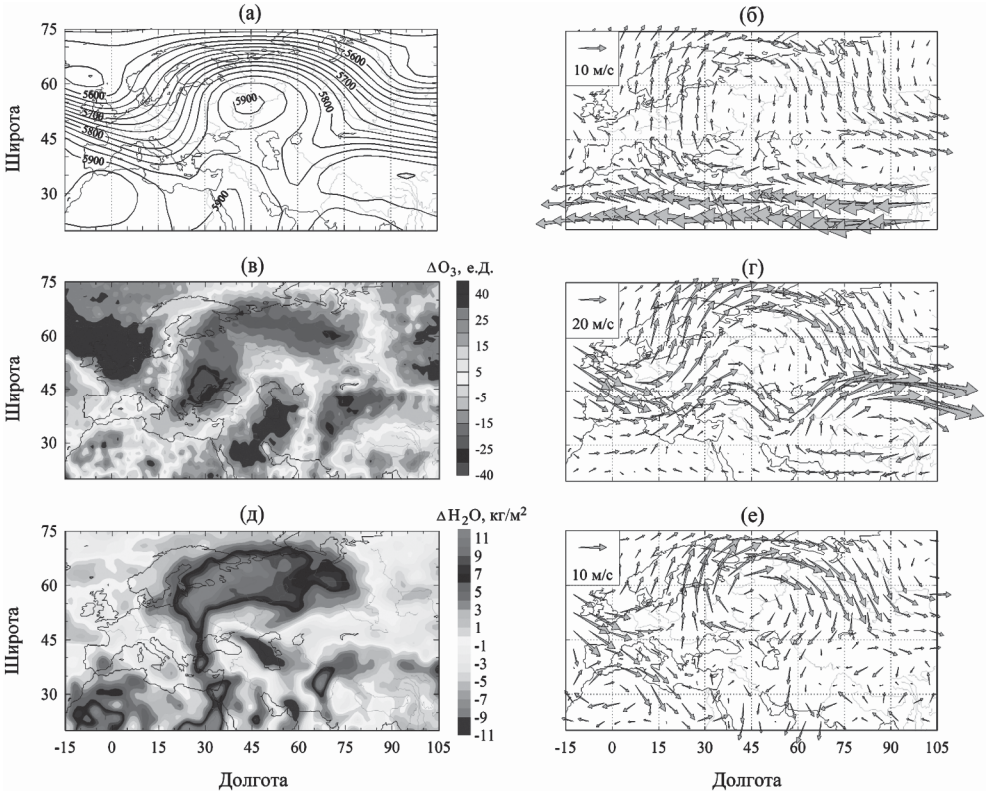


Рис. 1. Пространственные распределения высот геопотенциальной поверхности 500 гПа (а) (в гп. м) и векторов среднего ветра на уровнях 70 гПа (б), 200 гПа (г) и 700 гПа (е) по данным NCEP/NCAR реанализа, а также аномалий ОСО (в) и ОВ (д) по данным спутникового спектрометра AIRS (V5) в условиях летнего атмосферного блокирования 1–10 августа 2010 г.

Более слабые отрицательные аномалии ОВ (2–4 кг/м^2) отмечались в смежных областях к западу и востоку.

Сравнение пространственных распределений ΔO_3 и ΔH_2O в период атмосферного блокирования летом 2010 г. свидетельствует об антикорреляциии аномалий ОСО и ОВ (ср. рис. 1в с рис. 1д). В целом для рассматриваемой территории коэффициент пространственной корреляции ΔO_3 и ΔH_2O получен равным –0.48 (95%-ный доверительный интервал: –0.50, –0.46), а севернее 45° с.ш. достигает –0.71 (–0.73, –0.69). Качественно антикорреляцию аномалий ОСО и ОВ можно объяснить особенностями региональной атмосферной динамики при блокировании зонального переноса с увеличением роли меридионального переноса. При этом изменения ОСО и ОВ противоположны по знаку, так как в среднем ОСО растет с широтой, а ОВ уменьшается.

Аномальные условия летом 1972 г., как и условия 2010 г., были связаны с формированием над ЕТР блокирующего антициклона. На рис. 2а и 2б представлены средние значения геопотенциальных высот поверхностей 700 гПа по данным NCEP/NCAR реанализа для периодов 21–27 августа 1972 г. и 2–10 августа

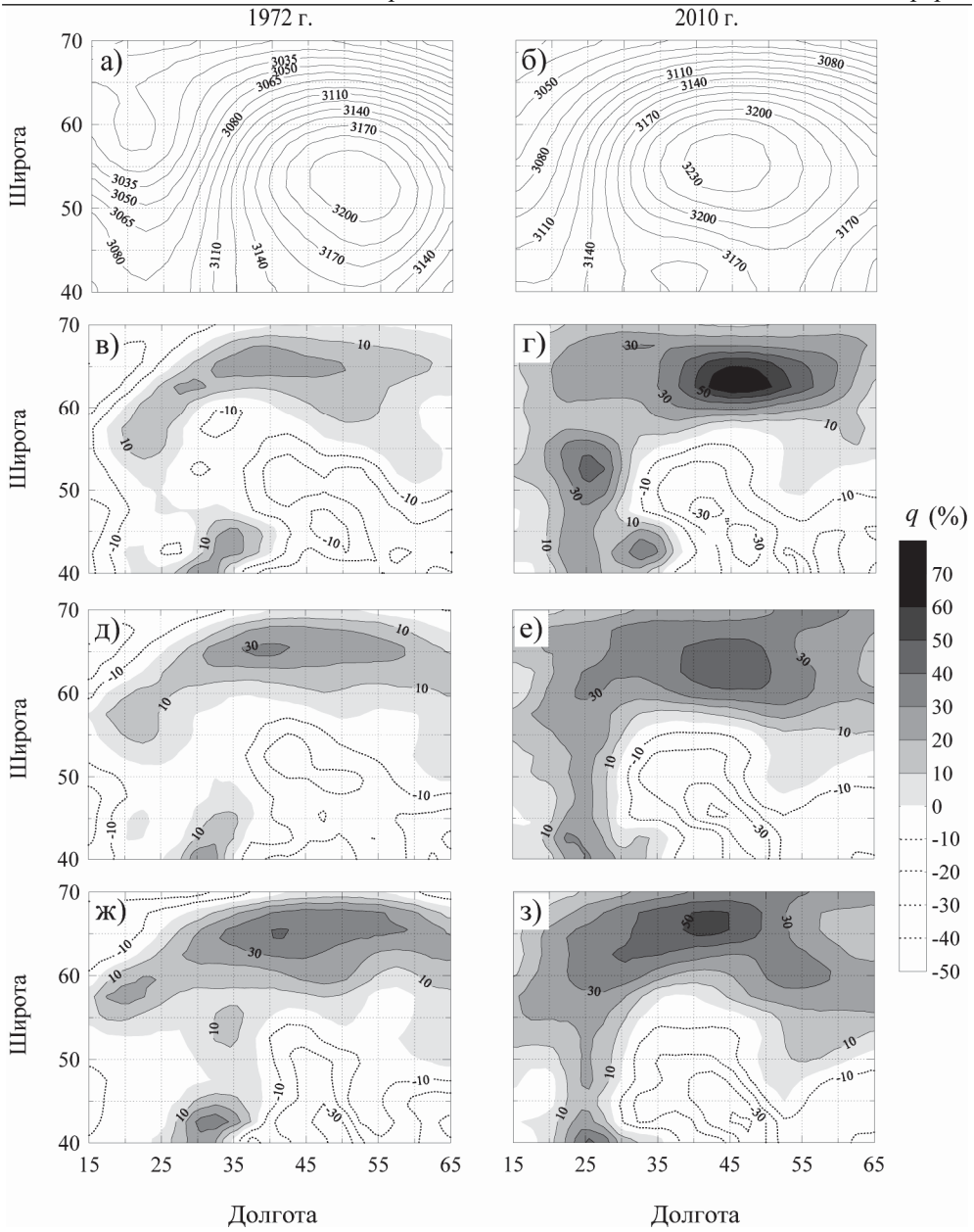


Рис. 2. Геопотенциальные высоты изобарической поверхности 700 гПа (а, б) (гп.м) и аномалии удельной влажности на уровнях 1000 гПа (в, г), 925 гПа (д, е), 850 гПа (ж, з) в периоды 21–27 августа 1972 г. (слева) и 2–10 августа 2010 г. (справа) по данным NCEP/NCAR реанализа

2010 г., соответственно. Выбор временных интервалов связан с устойчивостью положений областей высокого давления в эти периоды. На рис. 2в, д, ж и рис. 2г, е, з приведены пространственные распределения аномалий удельной влажности

Δq на уровнях 1000, 925 и 850 гПа для этих же периодов по данным NCEP/NCAR реанализа. Аномалии рассчитаны как отклонения (в %) локальных средних значений q в периоды 21–27 августа 1972 г. и 2–10 августа 2010 г. от соответствующих локальных средних значений q в эти же периоды предыдущих 10 лет. Сравнение свидетельствует о сходстве распределений ВП в периоды летних блокирований 1972 г. и 2010 г. В отличие от среднего распределения атмосферного влагосодержания, убывающего с ростом широты, распределения ОВ над Центральной и Восточной Европой в эти периоды характеризовались в целом положительным меридиональным градиентом. На севере территории отмечался избыток ВП, на юге – его дефицит, при этом региональные максимумы Δq отмечались на севере ЕТР, а региональные минимумы – на юге ЕТР.

Совместный анализ пространственных распределений аномалий ВП и геопотенциальных высот изобарических поверхностей 1000, 925, 850, 700 и 500 гПа позволяет выявить региональные особенности переноса ВП. Дефицит ВП на юге ЕТР в периоды блокирований 1972 г. и 2010 г. был связан с адвекцией теплого сухого воздуха со стороны Средней Азии вдоль южной и юго–западной периферии антициклона в нижнем атмосферном слое толщиной 3–4 км. Избыток влагосодержания на севере территории мог формироваться под влиянием нескольких факторов. В нижнем 1.5 км слое атмосферы по южной периферии циклона к западу от блокирующего антициклона и северной периферии последнего на север Восточно-Европейской равнины осуществлялась адвекция влажного атлантического воздуха. Одновременно по западной периферии блокирующего антициклона на север ЕТР поступал теплый влажный воздух со стороны Средиземного и Черного морей. В этом направлении существенную роль играли процессы переноса ВП на высотах выше пограничного слоя атмосферы (выше 1.5 км). Кроме того, продвижение на север ЕТР теплого сухого воздуха со стороны Средней Азии, а также усиление ветра, способствовали интенсификации процессов испарения влаги с поверхности многочисленных водных объектов, характерных для данной территории, при этом высокая температура воздуха способствовала удержанию в атмосфере большого количества влаги. Эффекты скрытого тепла способствовали, судя по результатам, энергетической подпитке блокирующего антициклона и пролонгированию существования блокирующей ситуации.

Следует отметить, что в 2010 г. и 1972 г. циркуляционные условия в атмосфере существенно отличались (см. рис. 2а и 2б). Различия атмосферной динамики проявлялись в различиях влагосодержания атмосферы. В условиях более высокого и сильного антициклона 2010 г. в пограничном слое атмосферы отмечались бóльшие абсолютные величины положительных аномалий влажности на севере ЕТР и отрицательных аномалий на юге ЕТР. Это обуславливало бóльшие меридиональные контрасты влагосодержания атмосферы. В приземном слое атмосферы в 2010 г. положительные аномалии содержания ВП на севере ЕТР достигали 69%, тогда как в 1972 г. – не превышали 32%. Существенно более слабой в 1972 г. была и адвекция ВП из средиземноморского региона на север ЕТР.

На рис. 3 приведены осредненные для региона (40°–70°N, 15°–65°E) величины аномалий удельной влажности на уровнях 1000, 925, 850 и 700 гПа. Проявляются принципиальные различия средних региональных величин влагосодержания в атмосфере в периоды летних блокирований 1972 г. и 2010 г., в частности разли-

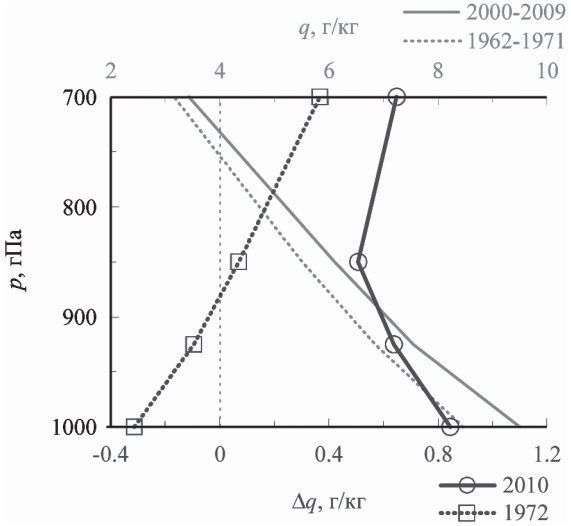


Рис. 3. Осредненные по территории 40°–70°N, 15°–65°E: значения аномалий удельной влажности в периоды 2–10 августа 2010 г. (1) и 21–27 августа 1972 г. (2) (нижняя шкала) и значения удельной влажности в периоды 2–10 августа 2000–2009 гг. (3) и 21–27 августа 1962–1971 гг. (4) (верхняя шкала) по данным NCEP/NCAR реанализа

чия высотного распределения. В 2010 г. на всех анализировавшихся атмосферных уровнях средние по региону значения Δq превышали значения Δq в 1972 г. Различия Δq между 2010 г. и 1972 г. достигали максимальных значений (1.2 г/кг) в приземном слое атмосферы и уменьшались с высотой (до 0.3 г/кг на уровне 700 гПа). В 2010 г. на всех рассматриваемых уровнях отмечались положительные аномалии Δq, тогда как в 1972 г. знак аномалий менялся с высотой – в нижнем слое атмосферы толщиной около 1 км отмечался дефицит влагосодержания, выше (как и в 2010 г.) – его избыток.

Несмотря на то, что максимум для профиля концентрации и основная масса озона в средних широтах находится в нижней стратосфере пространственное распределение аномалий ОСО (рис. 1в) сложно связать с характерными особенностями поля ветра в этой высотной области. Так положительным аномалиям ОСО, отмечающимся севернее 60-й параллели в областях к западу и к востоку от области блокирования, сопутствуют меридиональные ветры противоположных направлений на уровне 70 гПа (ср. рис. 1в с рис. 1б), а над субтропиками, характеризующимся однородным восточным потоком в нижней стратосфере, отмечаются аномалии ОСО разных знаков.

Пространственное распределение аномалий ОСО при блокировании в значительной степени связано с атмосферной динамикой вблизи тропопаузы (ср. рис. 1в с рис. 1г). Эта особенность может объясняться резким усилением ветра в этой высотной области и, как следствие, доминированием потоков озона в области тропопаузы в формирование поля озона в условиях атмосферного блокирования. Отрицательные аномалии ОСО в области блокирования можно связать с адвекцией субтропического воздуха с низким содержанием озона в атмосферном столбе на север над западной периферией антициклона (с последующим поворотом

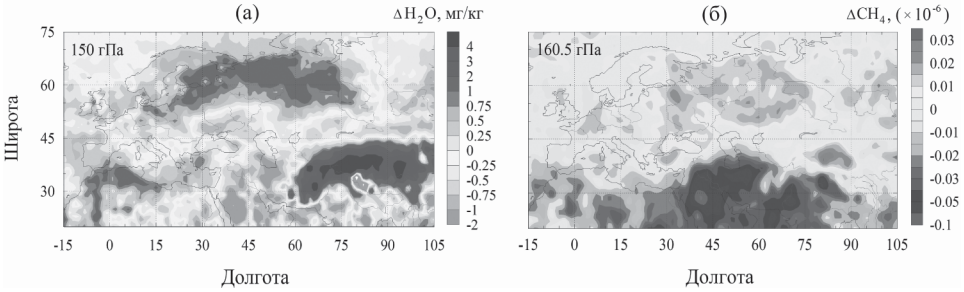


Рис. 4. Пространственные распределения аномалий отношений смеси водяного пара ΔH_2O на уровне 150 гПа (а) и метана ΔCH_4 на уровне 160.5 гПа (б) 1–10 августа 2010 г. по данным спектрометра AIRS спутника Aqua 1–10 августа 2010 г.

потока воздуха на восток), тогда как положительные аномалии ОСО над смежными областями – с адвекцией обогащенного озоном арктического воздуха к югу.

Аномалии регионального состава атмосферы при блокированиях отмечаются как в интегральном содержании примесей в атмосферном столбе, так и в их локальных концентраций в тропосфере и в стратосфере. Согласно (*Ситнов и Мохов, 2014*) аномалии водяного пара при атмосферном блокировании над ЕТР летом 2010 г. отмечались во всей толще тропосферы. На рис. 4а и 4б показаны аномалии отношения смеси водяного пара (ΔH_2O) на уровне 150 гПа и метана (ΔCH_4) на уровне 160.5 гПа 1–10 августа 2010 г. Следует отметить, что к северу от 47° с.ш. эти уровни находятся в стратосфере. Сравнение рис. 4а и рис. 1а свидетельствует, что особенности пространственного распределения ВП в нижней стратосфере также в значительной степени формировались под влиянием динамических факторов. В частности, положительная аномалия ВП в стратосфере над северной периферией блокирующего антициклона, достигавшая 1.5 мг/кг (2.4 ppmv или 2/3 от локального многолетнего значения), связана с адвекцией в область блокирования влажного атлантического воздуха и теплого влажного средиземноморского воздуха (ср. рис. 4а с рис. 1г, е) (*Ситнов и Мохов, 2013*).

В нижней стратосфере над областью блокирования в первой декаде августа 2010 г. было отмечено повышенное на 10–20 ppbv содержание метана. Многолетнее пространственное распределение метана в стратосфере характеризуется уменьшением в направлении с юга на север (*Gross and Russel, 2005*) и увеличение CH_4 над областью блокирования также можно связать с квазигоризонтальной адвекцией на север богатого метаном (на этих высотах) воздуха низких широт. Окисление метана является важным источником водяного пара в стратосфере.

Локальные экстремумы ОСО, в частности, минимум с центром вблизи 45° с.ш., 30° в.д. (рис. 1в), сложно объяснить квазигоризонтальным переносом озона. На рис. 5а и рис. 5б представлены соответственно аномалии высоты тропопаузы ($\Delta H_{\text{троп}}$) и аномалии температуры тропопаузы ($\Delta T_{\text{троп}}$) в первой декаде августа 2010 г. Согласно рис. 5а, б пространственные распределения $\Delta H_{\text{троп}}$ и $\Delta T_{\text{троп}}$ были связаны с крупномасштабной атмосферной циркуляцией на уровне среднеширотной тропопаузы (ср. рис. 5а, б с рис. 1г). Практически над всем рассматриваемым регионом отмечается антикорреляция вариаций $\Delta H_{\text{троп}}$ и $\Delta T_{\text{троп}}$, свидетельствующая о динамической связи особенностей $\Delta H_{\text{троп}}$ и $\Delta T_{\text{троп}}$ (*Маховер, 1983*). Из

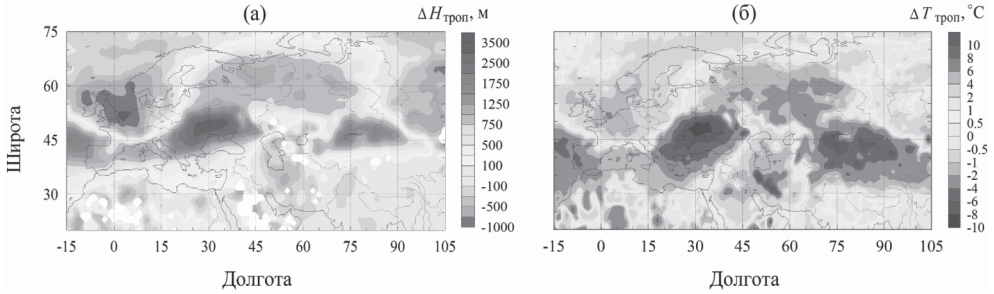


Рис. 5. Пространственные распределения аномалий высоты тропопаузы $\Delta H_{троп}$ (а) и температуры тропопаузы $\Delta T_{троп}$ (б) 1–10 августа 2010 г. по данным спектрометра AIRS спутника Aqua

сопоставления рис. 1в с рис. 5а, б следует, что севернее 35° с.ш. вариации ΔO_3 в целом отрицательно коррелировали с вариациями $\Delta H_{троп}$ и положительно – с вариациями $\Delta T_{троп}$, при этом отмечается близость положений локальных экстремумов ΔO_3, $\Delta H_{троп}$ и $\Delta T_{троп}$. Отрицательную (положительную) корреляцию вариаций ΔO_3 и $\Delta H_{троп}$ (ΔO_3 и $\Delta T_{троп}$) в поясе широт 50–70° с.ш. можно связать с адвекцией воздушных масс со стороны тропических широт с низким ОСО при более высокой (холодной) тропопаузе, с одной стороны, и арктических воздушных масс с более высоким ОСО при более низкой (теплой) тропопаузе, с другой (*Перов и Хргиан, 1981*).

Происхождение и взаимосвязь локальных экстремумов ΔO_3, $\Delta H_{троп}$ и $\Delta T_{троп}$ можно объяснить вертикальными движениями в атмосфере. Достаточно быстрый подъем воздуха связан с его адиабатическим охлаждением и увеличением высоты тропопаузы. Восходящее движение воздуха с распространением в стратосферу, приводит к уменьшению (увеличению) концентрации O_3 ниже (выше) озонного максимума. Вследствие меньшего времени фотохимической релаксации озона на бóльших высотах его концентрация в верхней части озонного профиля устанавливается на уровне фотохимического равновесия быстрее, чем в нижней части профиля, что способствует уменьшению содержания озона в атмосферном столбе (*Перов и Хргиан, 1981*). Достаточно же быстрое опускание воздуха способствует понижению тропопаузы и увеличению ОСО. Стоит отметить, что восходящие движения в средней тропосфере над западной и северной периферией блокирующего антициклона над ЕТР летом 2010 г. были ранее диагностированы в (*Sitnov et al., 2014*). В последней работе было также отмечено повышение высоты и понижение температуры тропопаузы в период атмосферного блокирования на севере ЕТР в среднем на 1.2 км и 3 °С, соответственно.

Влияние вихревой активности на ОСО и ОВ при атмосферном блокировании над ЕТР летом 2010 г. обнаруживается при корреляционном анализе вариаций региональных аномалий ОВ (рис. 6г) и ОСО (рис. 6д) над севером ЕТР (60°–70° с.ш., 30–60 в.д.), вариаций региональных аномалий давления на уровне тропопаузы $P_{троп}$ (рис. 6е) над этой же областью, вариаций среднего зонального ветра u над северной периферией блокирующего антициклона (65°–75° с.ш., 30°–60° в.д.) (рис. 6б) и вариаций среднего меридионального ветра v над западной периферией блокирующего антициклона (45°–75° с.ш., 15°–30° в.д.) (рис. 6в). Аномалии ха-

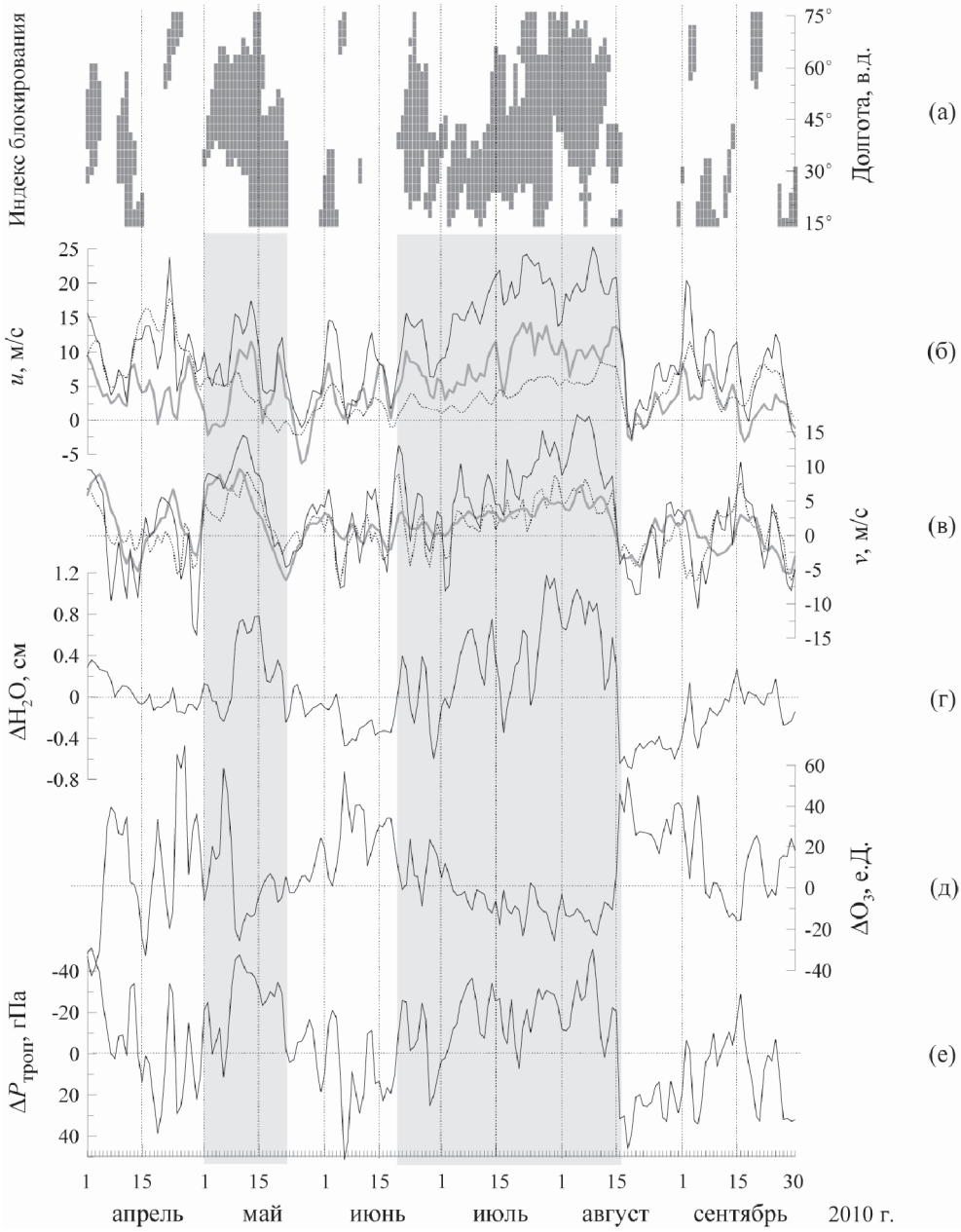


Рис. 6. Индексы атмосферного блокирования в долготном секторе 15°–75° в.д. (а), аномалии зонального ветра *u* над севером ЕТР, меридионального ветра v над центральной Европой по данным NCEP/NCAR реанализа, а также аномалии ОВ (г), ОСО (д) и давления на уровне тропопаузы $P_{троп}$ (е) над ЕТР по данным спутникового спектрометра AIRS в апреле–сентябре 2010 г. На а) и б) пунктирными, тонкими и жирными линиями показан ветер на уровнях 70, 200 и 700 гПа, соответственно. Тонированием показаны периоды весеннего и летнего блокирования 2010 г.

рактеризуются отклонениями ежедневных региональных величин атмосферных параметров в 2010 г. от соответствующих многолетних значений атмосферных параметров с месячным осреднением последних. При этом исключаются сезонные изменения атмосферных параметров, существенным образом влияющие на корреляцию временных рядов ежедневных данных. Ветровые вариации над указанными регионами характеризуют ключевые особенности крупномасштабной атмосферной циркуляции в тропосфере и в стратосфере в период атмосферного блокировании на ЕТР летом 2010 г. (см. рис. 1б, г, е). В области тропопаузы (200 гПа) особенности атмосферной динамики в условиях атмосферного блокирования связаны со стационированием волн Россби (рис. 12г). Изменения *v* над центральной Европой и *u* над севером ЕТР отражают интенсивность адвекции тропического воздуха на север ЕТР над западной и северной периферией блокирующего антициклона. Внутрисезонные изменения $P_{\text{троп}}$ связаны, как правило, с вертикальными движениями воздуха в верхней тропосфере – нижней стратосфере, оказывающими заметное влияние на ОВ и, особенно, на ОСО.

Диагностика атмосферного блокирования над ЕТР в апреле–сентябре 2010 г. (рис. 6а) проводилась на основе анализа топографии высоты геопотенциальной поверхности 500 гПа (H500) и критерия, предложенного в (*Tibaldi and Molteni, 1990*). Согласно рис. 6а в долготном секторе в секторе 15–75° в.д. в апреле – сентябре 2010 г. отмечались два продолжительных периода атмосферного блокирования – весенний и летний, при этом летний период характеризовался тремя эпизодами блокирования: 22–28 июня, 4–30 июля и 31 июля – 16 августа с заметными сдвигами сектора блокирования по долготе (*Lupo et al., 2012*). С началом летнего атмосферного блокирования отмечалось усиление *v* и *u* в тропосфере и в стратосфере, с максимальным ростом скорости ветра вблизи тропопаузы (рис. 6б, в), связанное с установлением и последующим усилением в тропосфере и в нижней стратосфере над ЕТР малоподвижных антициклонов, а также с усилением полярного струйного течения при развитии и стационировании волны Россби.

Усиление антициклонической циркуляции в июне–июле сопровождалось увеличением регионального ОВ и уменьшением ОСО и $P_{\text{троп}}$ на севере ЕТР (рис. 6г, д). Следует отметить, что убыль ОСО и рост ОВ над севером ЕТР стали отмечаться примерно за две недели до начала блокирования, диагностированного на основе анализа динамических характеристик, а рост ОСО и убыль ОВ – примерно на неделю до окончания блокирования. Это позволяет рассматривать изменения ОСО и ОВ в качестве индикаторов, имеющих диагностическое и, возможно, прогностическое значение для формирования над ЕТР блокирующего антициклона. Следует отметить, что менее продолжительное атмосферное блокирование над ЕТР в мае 2010 г. также сопровождалось развитием отрицательной аномалии ОСО и положительной аномалии ОВ.

К середине первой декады августа антициклон достиг кульминации своего развития. В этот период над западной и северной периферией области блокирования отмечалось максимальное усиление ветра и, как следствие, потоков обогащенного водяным паром, но обедненного озоном, тропического воздуха на север ЕТР. Результаты корреляционного анализа показали, что вариации аномалий ОВ и ОСО в период блокирования наиболее тесно коррелировали с ветровыми характеристиками в области высот струйного течения (*Sitnov et al., 2017a*).

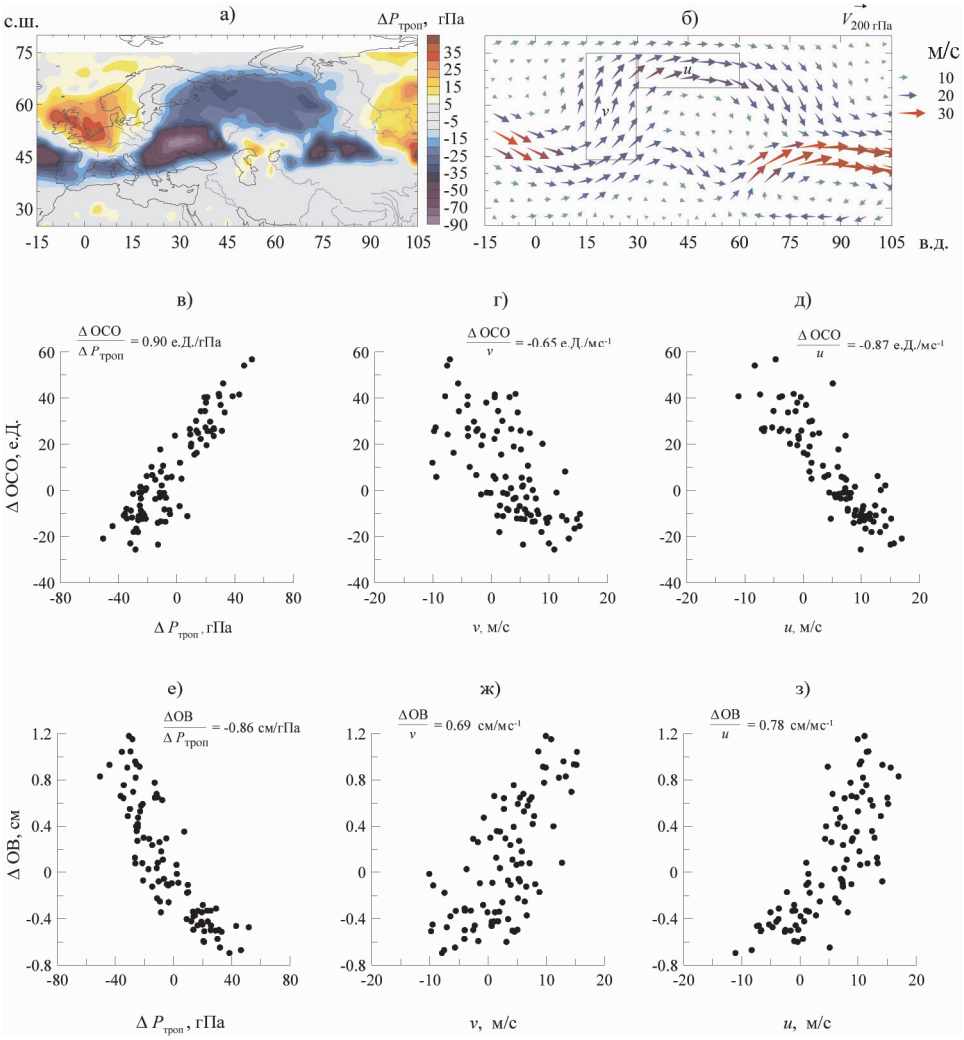


Рис. 7. Пространственные распределения аномалий давления на уровне тропопаузы (а) и векторов среднего ветра на уровне 200 гПа (б) при атмосферном блокировании над ЕТР летом 2010 г. Аномалии ОСО над севером ЕТР (60°–70°с.ш., 30°–60° в.д.) в зависимости от: аномалий давления на уровне тропопаузы над севером ЕТР (в), меридионального ветра *v* на уровне 200 гПа над центральной Европой (45°–75°с.ш., 15°–30° в.д. (г), зонального ветра *u* на уровне 200 гПа над Арктической зоной (65°–75°с.ш., 30°–60° в.д.) (д) летом 2010 г. (е), (ж) и (з) – то же, что (в), (г) и (д), но для аномалий ОВ. Прямоугольники на (б) – области усреднения ветровых данных

Во второй декаде августа вариации всех рассматриваемых атмосферных параметров характеризовались скачкообразными изменениями, примерно совпадавшими по времени с окончанием атмосферного блокирования (ср. рис. 6а с рис. 6б–е). Резкие изменения, выразившиеся в обращении знаков аномалий всех рассматриваемых атмосферных параметров, связаны, по-видимому, не только с разрушением блокирующего антициклона (и восстановлением над ЕТР западного переноса), но

также с замещением антициклона глубоким малоподвижным высоким циклоном с центром над северным Уралом, т.е. с резкой сменой антициклонической циркуляции, отмечавшейся над ЕТР продолжительное время, на циклоническую.

С использованием линейных регрессий получены оценки чувствительности величин региональных аномалий ОСО (ΔОСО) и ОВ (ΔОВ) в области блокирования (60°–70° с.ш., 30°–60° в.д.) к вариациям давления на уровне тропопаузы ($\Delta P_{\text{троп}}$) для летнего периода 2010 г. (рис. 7а), а также к вариациям меридионального ветра (v) над западной периферией антициклона и зонального ветра (u) над северной периферией антициклона (рис. 7б). Полученные результаты свидетельствуют, что наиболее тесная связь аномалий ОСО и ОВ отмечалась с изменениями давления на уровне тропопаузы: $\Delta\text{ОСО}/\Delta P_{\text{троп}}$ = 0.90 е.Д./гПа (рис. 7в) и $\Delta\text{ОВ}/\Delta P_{\text{троп}}$ = -0.86 см/гПа (рис. 7е), соответственно. Вариации ОСО и ОВ характеризовались также высокой чувствительностью к изменениям зонального ветра над северной периферией антициклона: $\Delta\text{ОСО}/u$ = -0.87 е.Д./м с^{-1} и $\Delta\text{ОВ}/u$ = 0.78 см/ м с^{-1} (рис. 7д и 7з) и к изменениям меридионального ветра над западной периферией антициклона: $\Delta\text{ОСО}/v$ = -0.65 е.Д./м с^{-1}, $\Delta\text{ОВ}/v$ = 0.69 см/ м с^{-1} (рис. 7г и 7ж), при этом наиболее тесная связь аномалий ОСО и ОВ с ветровым профилем была отмечена с ветровыми компонентами в области тропопаузы (на уровне 200 гПа), что свидетельствует о ключевой роли вихре-волновой динамики в формирование аномалий ОСО и ОВ при развитии омега-блокировании над ЕТР летом 2010 г.

Вариации ОСО отражают изменения озона на разных высотах. Анализ высотной структуры аномалий парциального давления озона (p_3) в области экстремального уменьшения ОСО (вблизи 45°с.ш., 30°в.д., см. рис. 1в) над западной периферией блокирующего антициклона по данным микроволнового лимбового спутникового радиометра MLS свидетельствует о разнонаправленных изменениях озона на разных высотах в стратосфере (рис. 8). Ниже уровня 20 гПа (26.5 км) отмечалось уменьшение озона, тогда как выше – его увеличение. Максимальное уменьшение p_3 отмечалось в нижней стратосфере и превышало 15 нбар (около 40%) на уровне 178 гПа (13 км). Локальный экстремум отмечался также на уровне 38 гПа (22 км). На уровнях 56 и 68 гПа (18–20 км) убыль озона незначительна. Максимальное увеличение p_3 отмечалось в средней стратосфере на уровне 12 гПа (30 км) – 4 нбар (4%). Разнонаправленность изменений озона в нижней стратосфере и в средней стратосфере при адвекции тропического воздуха в средние и высокие широты связана с разнонаправленностью меридиональных градиентов парциального градиента озона p_3 в нижней стратосфере и в средней стратосфере.

На рис. 9а представлены профили парциального давления озона (p_3) 11 августа 2010 г. над станциями озонного зондирования Анкара (40.0° с.ш., 32.9° в.д.) и Легионово (52.4° с.ш., 21.0° в.д.), а на рис. 9б – высотно-широтная зависимость среднего меридионального ветра в секторе 20°–40° в.д. 1–10 августа 2010 г. (*Ситнов и Мохов, 2016*).

Представленные результаты свидетельствуют, что среднеширотная атмосфера в секторе 20°–40° в.д. в период атмосферного блокирования характеризовались положительным меридиональным градиентом парциального давления озона p_3 в области высот 300–50 гПа и отрицательным – в вышележащей области. Максимальные скорости южного ветра над средними широтами отмечались в высотной области 200–300 гПа. Выше величины скоростей ветра быстро убывали с высотой (на порядок и более), а направление ветра менялось.

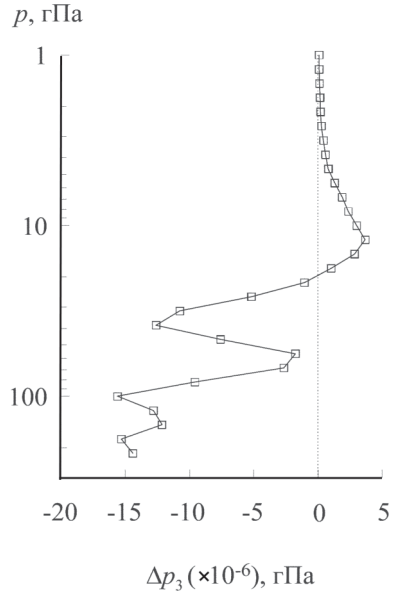


Рис. 8. Вертикальный профиль аномалий парциального давления озона Δp_3 над западной периферией антициклона (вблизи 45° с.ш., 30° в.д.) 1–10 августа 2010 г. по данным лимбового радиометра MLS спутника Aura

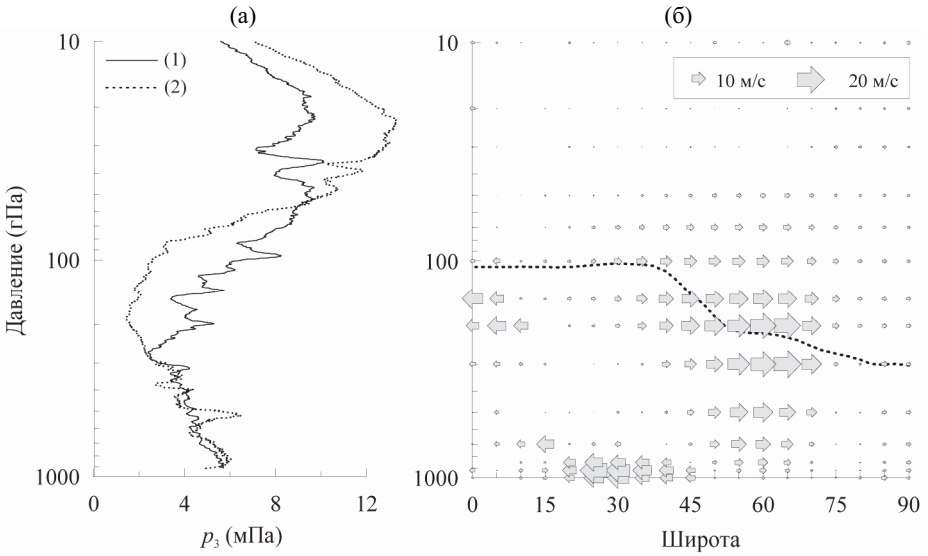


Рис. 9. Профили парциального давления озона p_3 11 августа 2010 г. над станциями: (1) – Легионово (52.4° с.ш., 21.0° в.д.) и (2) – Анкара (40.0° с.ш., 32.9° в.д.) (а) и высотно–широтный разрез средней скорости меридионального ветра в секторе 20°–40° в.д. 1–10 августа 2010 г., пунктир – положение тропопаузы (б)

Южный перенос над западной периферией блокирующего антициклона способствовал убыли содержания озона в нижней стратосфере и его росту в средней стратосфере. С использованием данных озонного зондирования и ветровых профилей NCEP/NCAR реанализа получены оценки меридиональных потоков озона

на разных уровнях в тропосфере и стратосфере в тыловой части блокирующего антициклона над ЕТР летом 2010 г. Наиболее интенсивное уменьшение озона отмечалось вблизи изобарической поверхности 200 гПа и достигало -1.25 мг $м^{-2}$ $с^{-1}$ (*Ситнов и Мохов, 2016*). Согласно рис. 9б перенос ВП с юга на север через разрыв тропопаузы осуществлялся непосредственно из обогащенной водяным паром верхней тропосферы низких широт в обедненную водяным паром нижнюю стратосферу средних и высоких широт.

Анализ вариаций ОСО и ОВ дает весьма грубую информацию о высотных изменениях озона и ВП при атмосферных блокированиях. На рис. 10 показаны ежедневные региональные аномалии озона, температуры и ВП над севером ЕТР (60°–70° с.ш., 30°–60° в.д.) в апреле–сентябре 2010 г. На каждом из рисунков представлено также ежедневное положение тропопаузы над данным регионом. В вариациях аномалий всех атмосферных параметров достаточно четко прослеживаются характерные особенности, связанные с весенним и летним атмосферными блокированиями. Особенностью высотно-временной эволюции озона являются аномалии противоположных знаков, присутствующие в стратосфере одновременно на разных высотах (рис. 10а). Относительно слабое уменьшение ОСО в период весеннего блокирования 2010 г. можно связать с частичной компенсацией отрицательных аномалий озона в нижней стратосфере положительными аномалиями озона в вышележащих областях. Вместе с тем полученные результаты свидетельствуют, что аномалии озона в нижней стратосфере характеризуются одинаковыми знаками с аномалиями озона в тропосфере. Так, во время весеннего и летнего блокирований на ЕТР в 2010 г. отрицательные аномалии озона, достигавшие –0.26 ppmv отмечались в нижней стратосфере и в стратосфере, при этом летние аномалии характеризовались не только более продолжительным периодом, но и охватывали более широкий диапазон высот, по сравнению с весенними аномалиями озона.

Особенностью вертикальной структуры вариаций температуры является проявление аномалий противоположных знаков в нижней стратосфере и в тропосфере – "дипольная" структура аномалий (рис. 10б). С периодами атмосферных блокирований связаны положительные аномалии температуры в тропосфере, достигающие 10°С и 7.5°С при весеннем и летнем эпизодах блокированиях, и отрицательные аномалии температуры в стратосфере (до –5.5°С). Характерной особенностью высотно-временной эволюции аномалий температуры является смена знаков аномалий на противоположные после окончания летнего атмосферного блокирования 2010 г., когда на протяжении двух недель над севером ЕТР отмечались отрицательные аномалии температуры, а в нижней стратосфере – положительные (рис. 10б).

С периодами атмосферных блокирований связаны и положительные аномалии ВП (рис. 10в). Избыток ВП в эти периоды отмечается не только во всей толще тропосферы, но и в нижней стратосфере. Максимальные аномалии ВП над севером ЕТР в 2010 г. были отмечены в периоды весеннего и летнего атмосферных блокирований в нижней тропосфере, при этом аномалии ВП над тропопаузой достигали величин 12 и 20 ppmv, соответственно.

Вариации ВП в нижней стратосфере коррелируют с вариациями давления на уровне тропопаузы – влагосодержание нижней стратосферы увеличивается с увеличением высоты тропопаузы. Результаты анализа связи аномалий ВП на раз-

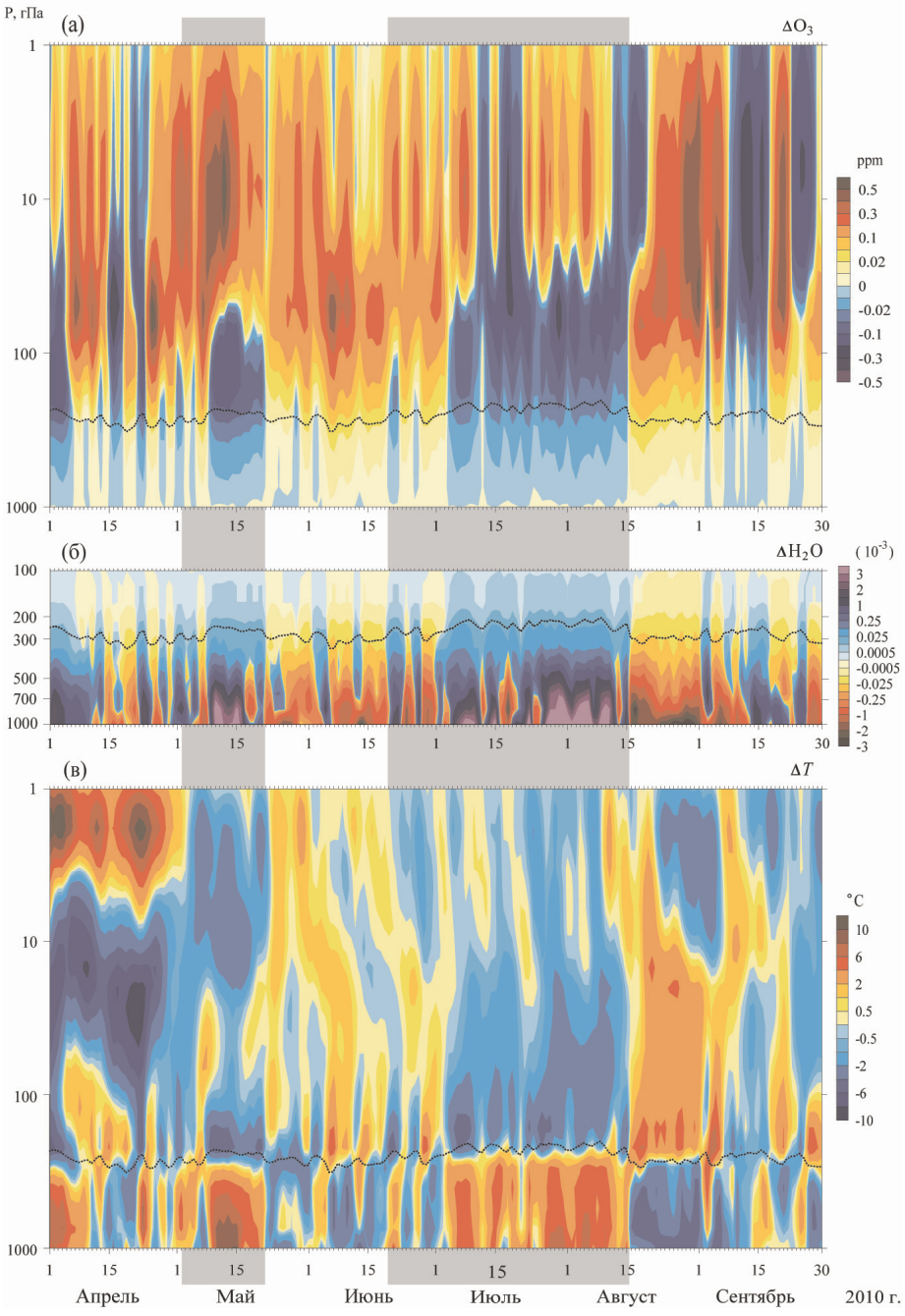


Рис. 10. Высотно-временные распределения аномалий отношений смеси озона (а), водяного пара (б) и аномалий температуры (в) над севером ЕТР (60–70 с.ш., 30–60 в.д.) в апреле–сентябре 2010 г.; пунктирные линии – положение тропопаузы над данным регионом по данным спутникового спектрометра AIRS (V6). Тонированием показаны периоды весеннего и летнего атмосферных блокирований

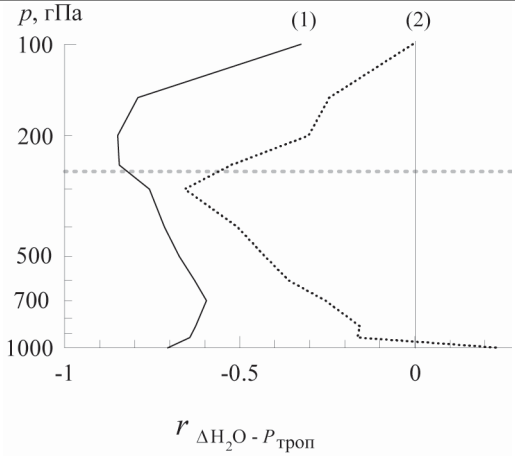


Рис. 11. Корреляция давления на уровне тропопаузы с аномалиями ВП на разных высотах при летнем атмосферном блокировании (4 июля – 16 августа 2010 г.) – (1), а также в предшествующий и последующий периоды (23 мая – 19 июня и 17 августа – 31 августа 2010 г.) – (2). Горизонтальной пунктирной линией показано среднее положение тропопаузы над рассматриваемым регионом в апреле–сентябре 2010 г. По данным спутникового спектрометра AIRS (V6)

ных уровнях с высотой тропопаузы (рис. 11) над севером ЕТР в мае–сентябре 2010 г. свидетельствуют, что степень и характер связи менялась в зависимости от режима атмосферной циркуляции. При летнем атмосферном блокировании 2010 г. максимальная корреляция аномалий ВП с вариациями тропопаузы отмечалась на уровне 200 гПа и достигала –0.85 (–0.92, –0.74), тогда как в предшествующий и последующий за летним блокированием периоды максимальная корреляция отмечалась на уровне 300 гПа и не превышала –0.65 (–0.80, –0.43), а на уровне 200 гПа составляет –0.30 (–0.55, 0). Поскольку уровень давления 200 гПа над севером ЕТР находится в стратосфере влагосодержание нижней стратосферы над ЕТР при летнем атмосферном блокировании на ЕТР в 2010 г. было тесно связано с высотой тропопаузы.

Связанная с крупномасштабной вихревой динамикой адвекция атмосферных примесей могла приводить к изменениям фотохимического режима атмосферы региона. Антикорреляцию аномалий ОСО и ОВ в области атмосферного блокирования частично можно связать с фотохимическим разрушением озона в нижней стратосфере в присутствии ВП (*Hunt, 1966*). Анализ высотной структуры аномалий показал, что увеличение ВП в области атмосферного блокирования отмечалось не только в тропосфере, но и в нижней стратосфере (рис. 4а, рис. 10б) и сопровождалось уменьшением содержания озона в этих высотных областях.

Увеличение содержания ВП в стратосфере может интенсифицировать разрушение озона в хлорном каталитическом цикле. Известно, что скорость активации хлора в результате гетерогенных реакций HCl и $ClONO_2$ на частицах сульфатного аэрозоля (и в связи с этим скорость разрушения озона хлором) увеличивается с понижением температуры. Несмотря на заметное охлаждение нижней стратосферы, которое отмечалось в периоды весеннего и летнего атмосферных блокирований (рис. 10в) стратосферные температуры над севером ЕТР оставались выше порога образования полярных стратосферных облаков (–78°С). При этом согласно результатам численного моделирования (*Anderson et al., 2012*), с увеличением содержания ВП в стратосфере возможна соответствующая активация хлора при более высокой температуре, в частности при температурных условиях, характерных для среднеширотной летней стратосферы. Вклад гетерогенных реакций в разрушение озона может увеличиваться и из-за поступления в стратосферу частиц

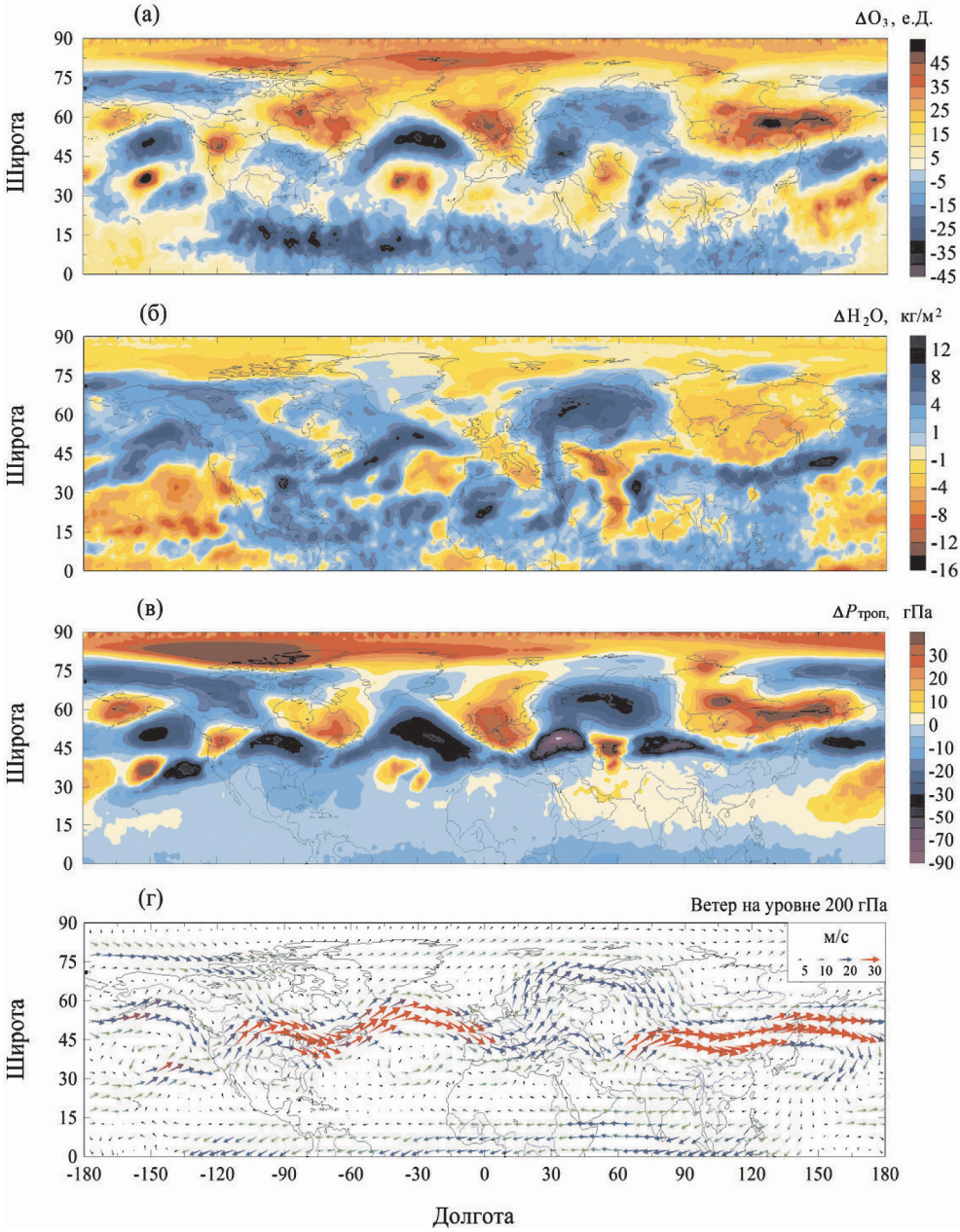


Рис. 12. Пространственные распределения аномалий общего содержания озона ΔO_3 (а), общего влагосодержания ΔH_2O (б) и давления на уровне тропопаузы $\Delta P_{троп}$ (в) по данным спектрометра AIRS спутника Aqua, а также ветра на уровне 200 гПа по данным NCEP/NCAR реанализа в условиях атмосферного блокирования над ЕТР 1–10 августа 2010 г.

дымового аэрозоля из-за массовых пожаров лесов и торфяников, как летом 2010 г. на ЕТР (*Ситнов и др., 2012*).

Атмосферное блокирование тесно связано с динамикой длинных волн типа Россби (*Агаян и Мохов, 1989*), при этом формирование блокинга рассматривается как нелинейное взаимодействие процессов планетарного и синоптического масштабов (*Лупо и др., 2007; Lupo et al., 2012*), в частности, как квазирезонансное взаимодействие планетарных и синоптических волн Россби (*Petoukhov et al., 2013*) (см. также (*Мохов и др., 1998*)). На рис. 12 показано пространственное распределение в Северном полушарии аномалий ОСО, ОВ и давления на уровне тропопаузы, а также векторов ветра на уровне 200 гПа при летнем атмосферном блокировании над ЕТР в 2010 г.

Волна Россби проявляется как меандрирование ветрового потока над средними широтами СП (рис. 12г), при этом скорость ветра над североатлантическим и азиатско-тихоокеанским регионами достигает скоростей струйного течения (более 30 м/с). Скорость ветрового потока достигает максимума в области разрыва тропопаузы (ср. рис. 12г с рис. 9б). В средних широтах распределения аномалий всех рассматриваемых параметров в зональном направлении характеризуются волновой структурой. Наиболее четко волновая структура аномалий проявляется в вариациях положения тропопаузы – на рис. 12в отмечается волновая цепочка, берущая свое начало вблизи Гавайских островов и оканчивающаяся над Китаем. В североатлантическом регионе волна характеризуется длиной 5500–6300 км (волновое число k = 4–5) и ростом амплитуды с запада на восток. Максимума амплитуды волны отмечается в области блокирования. Поскольку описываемые особенности распределений получены при 10-дневном осреднении аномалий, волновые структуры на рис. 12а–в связаны со стационарной волной Россби. Результаты, представленные на рис. 12а, отражают хорошо известный факт, что с высотными ложбинами и гребнями связано соответственно увеличение и уменьшение ОСО (*Хргиан, 1973*). Вариации ОСО в высотных барических образованиях можно связать как с процессами квазигоризонтальной адвекции, так и с вертикальными движениями воздуха в средней атмосфере (*Бекорюков, 1965; Нерушев, 2003*). В субтропиках в пространственных распределениях ΔO_3 в рассматриваемый период отмечаются локализованные положительные аномалии ОСО связанные с малоподвижным тихоокеанским циклоном (с центром вблизи 35° с.ш., 150° з.д.) и атлантическим циклоном (35° с.ш., 30° з.д.). В средних широтах пространственные структуры ΔO_3, ΔH_2O, $\Delta P_{\text{троп}}$ и ветра на уровне 200 гПа характеризуются близким сходством. Данный факт указывает на общность физических механизмов формирования аномалий ОСО и ОВ во всем поясе средних широт в период атмосферного блокирования. Связность пространственных вариаций атмосферных параметров в различных регионах, обусловленная волной, свидетельствует, что, будучи региональной особенностью, атмосферное блокирование одновременно является элементом системы общей циркуляции атмосферы Северного полушария.

Периоды жаркой сухой погоды, сопутствующие летним атмосферным блокированиям, способствуют развитию природных пожаров, являющихся источниками поступления в атмосферу разнообразных продуктов горения, главным образом, частиц дымового аэрозоля и монооксида углерода (CO). Аномально продолжительное атмосферное блокирование над ЕТР летом 2010 г. (рис. 6а) сопро-

вождалось наиболее катастрофическими природными пожарами из отмечавшихся на ЕТР за время спутниковых наблюдений, при этом основное количество и наиболее интенсивные пожары отмечались в густонаселенной центральной части ЕТР. Корреляционный анализ количества действующих пожаров (КДП) и вариаций ветра на разных высотах выявил статистически значимую связь пожарной активности с меридиональным ветром в этот период. В нижнем 5-км слой атмосферы корреляция КДП с меридиональным ветром $r_{КДП–v}$ составила в среднем 0.53. В диапазоне высот 0.3–1 км значения $r_{КДП–v}$ превышали 0.6 (вероятность отличия r от нуля составляла 99.99%), а максимальная связь КДП отмечалась с ветром на уровне 0.8 км (r = 0.67, 95%-ный доверительный интервал: 0.44–0.82). Положительная корреляция КДП и v в слое 0.5–1.5 км над аэрологической станцией Долгопрудная летом 2010 г. была ранее отмечена в (*Ситнов, 2011*). Связь вариаций КДП с вариациями u была существенно более слабой.

Увеличение КДП при увеличении скорости ветра можно объяснить увеличением скорости распространения пожара за счет переноса искр воздушным потоком и интенсификацией горения, за счет увеличения притока кислорода к очагам горения. В свою очередь, зависимость знака корреляции КДП и ветра от направления ветра можно связать с изменениями горимости биомассы, при адвекции в центр ЕТР горячего и сухого воздуха аридных зон при ветрах юго-восточного направления или, напротив, более прохладного и влажного воздуха при ветрах северо-западного направления. Поскольку КДП характеризует интенсивность пирогенной эмиссии, полученные результаты свидетельствую об опосредованном влиянии вихревой динамики на интенсивность эмиссии продуктов горения при пожарах на ЕТР летом 2010 г.

В отличие от локальных максимумов задымления и содержания CO в атмосфере, отмечавшихся вблизи источников пирогенной эмиссии, шлейфы дыма и CO от пожаров определялись крупномасштабной вихревой динамикой при омега-блокировании над ЕТР в период интенсивных пожаров. Результаты анализа неоднородностей поля CO по спутниковым данным (AIRS), в частности, положений локальных максимумов CO свидетельствует, что 5–9 августа 2010 г. область экстремально высоких содержаний CO совершила антициклонический оборот вокруг Москвы, оставаясь на расстоянии сотен километров (250–900 км) от города (рис. 13). Подобная вихревая динамика была выявлена также для дымового аэрозоля в атмосфере над ЕТР. Анализ измерений MODIS (Aqua/Terra) свидетельствует, что область экстремально высоких значений аэрозольной оптической толщины (AOT), которая в периоды массовых пожаров определяется главным образом концентрацией частиц дымового аэрозоля в атмосфере, с 5 по 9 августа 2010 г. совершила подобный оборот, и мегаполис избежал экстремального задымления атмосферы. При периоде обращения 4 суток характерная линейная скорость вращения на периферии антициклонического вихря оценивается величиной около 15 м/с, что согласуется с наблюдавшимися скоростями ветра (рис. 13) (*Ситнов и др., 2017б*).

Результаты анализа данных свидетельствуют, что в дни с 5 по 9 августа экстремальные среднесуточные значения AOT над ЕТР в 1.5–3 раза превышали среднесуточные значения AOT, наблюдавшиеся над московским мегаполисом. Миграция "дымового пятна" на территорию столичного региона привела бы к заметно более тяжелым последствиям для здоровья населения. Столичный регион, находившийся вблизи центра антициклона (со слабыми ветрами) и вблизи очагов

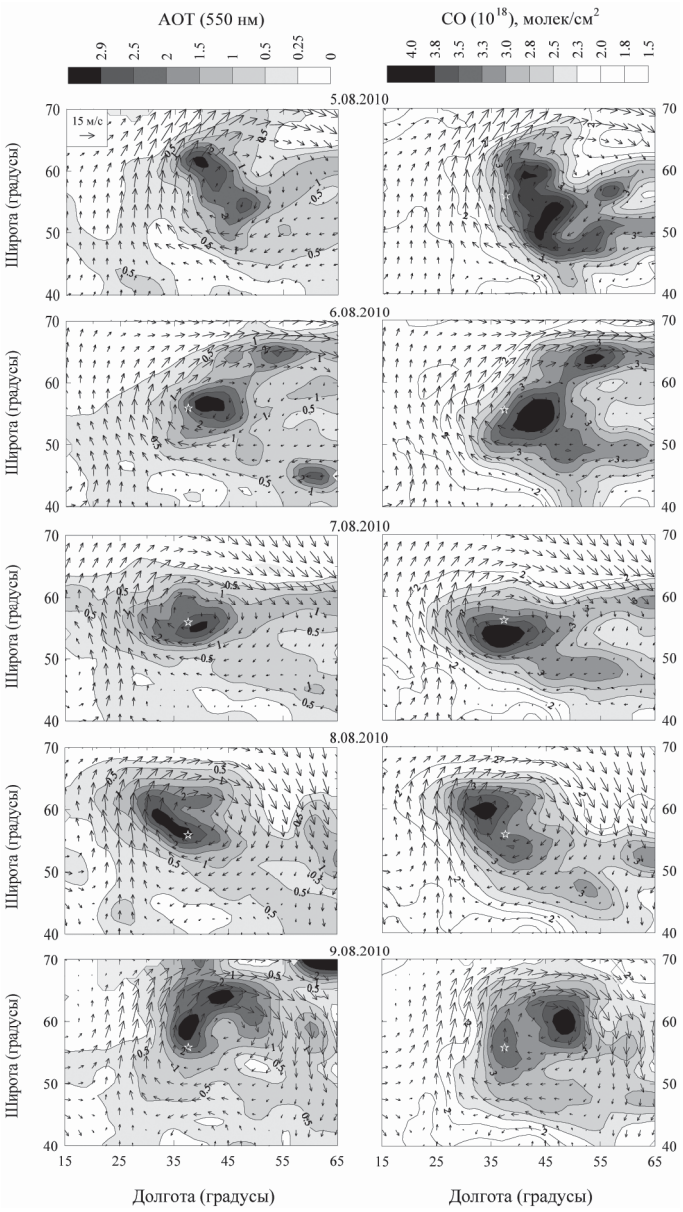


Рис. 13. Ежедневные пространственные распределения CO по данным AIRS (справа) и AOT по данным MODIS (слева) в период 5-9 августа 2010 г., стрелки - векторы ветра на уровне 700 гПа. Распределения CO и AOT сглажены скользящим матричным сглаживанием 3°×5° (широта×долгота). Символом ★ показана Москва

массовых пожаров, был подвержен более продолжительному задымлению по сравнению с остальной территорией ЕТР. Вихревые структуры в полях дымового аэрозоля и CO отчетливо видны в пространственных распределении AOT и CO над ЕТР 9 августа 2010 г. (рис. 13).

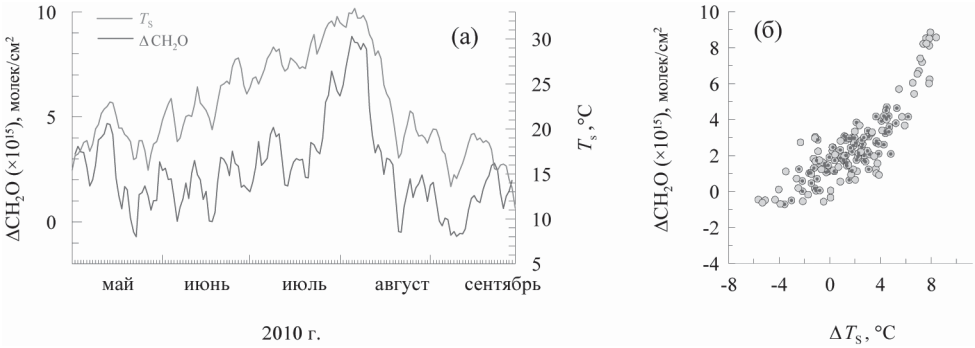


Рис. 14. а – Среднерегиональные аномалии CH_2O по данным спутникового спектрометра OMI и среднерегиональная приповерхностная температура T_s по данным ИК зондировщика AIRS над ЕТР в мае–сентябре 2010 г. Сглаживание 3-дневным скользящим средним; б – связь ежедневных среднерегиональных аномалий CH_2O с региональной приповерхностной температурой T_s над ЕТР: крупные желтые кружки – период май–сентябрь, мелкие синие кружки – период отсутствия на ЕТР массовых пожаров (1 мая – 22 июля 2010 г.)

Формирование малоподвижных летних антициклонов с повышенным уровнем прямой солнечной радиации в отсутствие облачности и осадков способствует проявлению экстремально высокой температуры у поверхности и почвенной засухи. Подобные условия способствуют усилению биогенной эмиссии растениями летучих органических соединений (ЛОС), в частности изопрена, и образованию органического аэрозоля в атмосфере. Промежуточным продуктом окисления изопрена в атмосфере является формальдегид (CH_2O). Анализ данных измерений CH_2O спутниковым спектрометром OMI выявил корреляцию содержания формальдегида в атмосфере над ЕТР с приповерхностной температурой T_s в мае–сентябре 2010 г. (рис. 14).

Одним из источников формальдегида в атмосфере являются природные пожары, риск которых возрастает в антициклонических условиях в теплые сезоны, как летом 2010 г. на ЕТР. Достаточно тесная связь региональных аномалий CH_2O с региональной T_s была отмечена также в отсутствие массовых пожаров (рис. 14б). В частности, коэффициент корреляции аномалий содержания CH_2O в атмосфере над ЕТР с аномалиями T_s в период до пожаров (с 1 мая по 22 июля 2010 г.) оценен равным 0.81 (0.72-0.87). Положительную корреляцию CH_2O с T_s можно связать с образованием CH_2O в атмосфере при окислении эмитируемого растениями изопрена в присутствие солнечной радиации. Получены оценки чувствительности изменений регионального содержания CH_2O в атмосфере над ЕТР в 2010 г. к изменениям региональной приповерхностной температуры: $0.57 \cdot 10^{15}$ молекул см$^{-2}$/°С в мае-сентябре и $0.45 \cdot 10^{15}$ молекул см$^{-2}$/°С до пожаров. Биогенная эмиссия изопрена растениями возрастает с повышением температуры, достигая максимума при 35°-40° С. Рост формальдегида над ЕТР летом 2010 г. можно связать с усилением эмиссии изопрена растениями вследствие рекордного повышения приповерхностной температуры (рис. 14а).

В проблеме взаимосвязи вихревой активности с аномалиями состава атмосферы можно выделить несколько аспектов. Влияние вихрей на состав атмосферы

тесно связано с процессами квазигоризонтального переноса атмосферных примесей крупномасштабными вихревыми структурами. В среднем пространственные распределения содержания в атмосфере целого ряда примесей близки к зональным (содержание примеси монотонно меняется с широтой). При этом в областях с крупными вихрями меридиональные составляющие атмосферной циркуляции в тыловой и передней частях вихря способствуют формированию аномалий в пространственных распределениях таких примесей, как озон, ВП и метан. В тыловой части высоких антициклонов перенос ВП с юга на север через разрыв тропопаузы осуществляется в том числе непосредственно из обогащенной ВП низкоширотной тропосферы в обедненную ВП высокоширотную нижнюю стратосферу. Аномальное распределение ВП над ЕТР с избытком ВП на севере ЕТР и дефицитом ВП на юге отмечено, в частности, в условиях стационарных летних антициклонов 1972 г. и 2010 г. Горизонтальной адвекцией обедненного озоном субтропического воздуха в значительной степени объясняются и отрицательные аномалии ОСО в областях блокирований. Вместе с тем на формирование аномалий ОСО большое влияние оказывают вертикальные движения воздуха в верхней тропосфере и нижней стратосфере, с которыми в свою очередь тесно связаны вариации высоты тропопаузы. При атмосферном блокировании над ЕТР летом 2010 г. экстремальные отрицательные аномалии ОСО отмечались над областями с экстремально высоким положением тропопаузы. Изменения озона над областями блокирования характеризуются разнонаправленностью на разных высотах. Уменьшение ОСО в тыловой части блокирующего антициклона связано главным образом с уменьшением озона в нижней стратосфере, достигающего в этой высотной области 40%. Наряду с динамическими причинами уменьшение ОСО при атмосферных блокированиях можно дополнительно связать с фотохимическим разрушением озона в нижней стратосфере из-за адвекции водяного пара в область блокирования и последующего разрушения озона в каталитическом водородном цикле.

Для связанных с летними атмосферными блокированиями, продолжительных периодов жаркой, сухой погоды высок риск природных пожаров, являющихся источниками поступления в атмосферу разнообразных продуктов горения, включая токсичные. При пожарах существенно увеличивается содержание в атмосфере частиц аэрозоля и CO. Летом 2010 г. АОТ над ЕТР увеличилась в 30–50 раз (по сравнению с многолетним средним режимом), а содержание CO – в 3–4 раза. При этом максимальные величины АОТ и CO отмечались в области малых ветров вблизи центра антициклона. Отмечено подобие особенностей пространственно-временной динамики содержания CO и АОТ при пожарах. В период максимального развития блокирующего антициклона в первой декаде августа 2010 г. в тропосфере над ЕТР отмечалась замкнутая антициклоническая циркуляция. В соответствии с особенностями вихревой динамики в атмосфере выявлено вращение относительно центра блокирующего антициклона аномалий содержания дымового аэрозоля и CO. В период с 5 по 9 августа область максимального загрязнения воздуха продуктами горения, оставаясь на расстоянии 250–1000 км от Москвы, совершила полный антициклонический оборот вокруг мегаполиса. В связи с этим Москва избежала максимально возможного загрязнения воздуха продуктами горения и, как следствие, более тяжелых последствий для здоровья населения (*Ситнов и др., 2017б*).

Важным аспектом проблемы взаимосвязи вихревой активности с составом атмосферы является возможность формирования положительной обратной связи – влияния аномалий состава атмосферы на вихревую динамику. Судя по полученным результатам адвекция скрытого тепла (водяного пара) в область блокирования на ЕТР летом 2010 г. способствовала энергетической подпитке и пролонгированию существования блокирующего антициклона. В области блокирующего антициклона с высокой приповерхностной температурой дополнительный радиационный эффект был связан с ВП. Изменению температурного режима атмосферы способствовали также радиационные эффекты дымового аэрозоля. По сравнению с пожарами 1972 г. и 2002 г. массовое содержание дыма в атмосфере ЕТР летом 2010 г. и его радиационные и температурные эффекты были рекордными. Температурные эффекты дымов характеризовались существенной пространственной неоднородностью – максимальный разогрев отмечался вблизи центра блокирующего антициклона и уменьшался к его периферии. В соответствии с уравнением термического ветра отмеченные температурные неоднородности должны были способствовать усилению антициклонической циркуляции в свободной тропосфере.

Анализ связи вихревой активности с региональными аномалиями состава атмосферы на основе данных измерений общего содержания газовых примесей и аэрозоля и на разных высотах способствует более детальному исследованию особенностей самих вихревых образований в атмосфере (включая их высотную структуру), механизмов формирования, поддержания и разрушения интенсивных атмосферных вихрей. Полученные результаты свидетельствуют, в частности, о возможности использования изменений состава атмосферы, в том числе ОВ и ОСО, для диагностики (и прогностических оценок) развития атмосферных блокирований, с которыми связано формирование региональных погодно-климатических аномалий.

ГЛАВА 2. Теоретические исследования атмосферных вихрей

2.1. Масштабный анализ атмосферных движений

Уже почти 70 лет масштабный анализ широко применяется в геофизической гидродинамике. В 1948 году Дж. Чарни (*Charney, 1948*) опубликовал статью "On the Scale of Atmospheric Motions", годом позже вышла в свет классическая работа А.М. Обухова "К вопросу о геострофическом ветре" (*Обухов, 1949*) и, наконец в 1958 году появилась статья А. Бургера (*Burger, 1958*) "Scale Considerations of Planetary Motions of the Atmosphere". Отметим, что этим методом пользовался еще А.А. Фридман (*Friedmann and Hesserlberg, 1914*). В настоящее время масштабный анализ (scale analysis) широко применяется для исследования атмосферных движений всевозможных пространственно-временных масштабов.

Масштабный анализ является мощным методом, используемым в математических науках для упрощения уравнений, содержащих много членов. В первую очередь необходимо определить порядок величины индивидуальных членов уравнения. Затем, некоторые пренебрежимо малые члены могут быть опущены, чтобы получилась более простое решаемое уравнение. Деликатной задачей является, конечно, оценка порядка величины производных в уравнениях, как пространственных, так и временных. В более систематической форме масштабный анализ включает: (1) запись уравнений в безразмерной форме с использованием введенных характерных масштабов как единиц измерения, (2) выделение основных безразмерных параметров из их полного набора, существующего в задаче, и (3) поиск решения путем разложения уравнений в ряд по степеням соответствующих малых параметров.

Как это принято в метеорологии, понятие малости означает порядок величины $O(10^{-1})$, что возможно имеет историческую подоплеку и связано с характерной точностью рутинных метеорологических измерений, скажем скорости ветра. Члены относительного порядка малости $O(10^{-1})$ по отношению к главным членам удерживаются в уравнениях, поскольку они в свою очередь становятся главными в следующем, более высоком, приближении. В то же время члены, которые порядка $O(10^{-2})$, или менее, являются в принципе “неизмеряемыми” и могут быть опущены. Квазистатическое и квазигеострофическое приближения дают классический пример применения этой методологии (идеологии), см. также ниже.

Безусловно, масштабный анализ имеет долгую историю применения в инженерных и физических науках, а также в классической гидродинамике. В современной геофизической гидродинамике (и динамической метеорологии), которая возникла после Второй мировой войны, двое выдающихся ученых, Дж. Чарни (1917–1981) и А.М. Обухов (1918–1989), эффективно и последовательно исполь-

зовали метод масштабного анализа, чтобы выявить динамические механизмы определяющие крупномасштабные атмосферные процессы и в конечном счете получить самосогласованное уравнение для квазигеострофической потенциальной завихренности (для баротропных, или эквивалентно–баротропных движений атмосферы), которое мы приводим в современной форме в стандартных обозначениях

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla^2\psi - \frac{1}{L_0^2}\psi\right) + J\left(\psi, \nabla^2\psi + f\right) = 0 \quad . \qquad (1)$$

Здесь, ψ – геострофическая функция тока, f – параметр Кориолиса и f_0 – его среднее (стандартное) значение; $L_0 = c_0 / f_0$ – радиус деформации, где $c_0^2 = RT_0$, причем R – газовая постоянная атмосферного воздуха и T_0 – средняя температура воздуха на земноей поверхности; J и ∇^2 – операторы Якоби и Лапласа, соответсвенно.

Чарни (*Charney, 1948*) непосредственно применял масштабный анализ к исходным уравнениям движения бароклинной атмосферы, тщательно оценивая порядок величины членов в уравнениях и упрощая их так, чтобы полностью исключить решения связанные с гравитационными волнами; в итоге он пришел к уравнению, которое может быть сопоставлено с современным уравнением (1):

$$\frac{D}{Dt}(\zeta + f) = \frac{1}{c_0^2}(\zeta + f)\frac{\partial\phi}{\partial t}, \qquad \zeta = \frac{1}{f}\nabla^2\phi .$$

Здесь, ϕ – геопотенциал, ζ – вертикальный компонент относительной завихренности и D/Dt – полная (материальная) производная по времени; все величины относятся к среднему уровню атмосферы.

Обухов (1949) использовал масштабный анализ более систематическим математическим образом, но к уже редуцированной баротропной модели атмосферы, полученной путем интегрирования исходных уравнений по высоте. Он записал уравнения в безразмерной форме, наиболее удобной для последующего анализа, где появляется основной малый безразмерный параметр $\varepsilon = O(10^{-1})$, который обычно называется числом Россби (или иногда малым параметром Россби–Кибеля, в контексте крупномасштабных процессов). Далее искалось асмптотическое решение уравнений в форме разложения по степеням ε. С тех пор это абсолютно стандартная процедура в геофизической гидродинамике и динамической метеорологии (*Phillips, 1963*; *Holton, 1992* и пр. и пр.). Отметим, что Обухов вывел уравнение (1) в пренебрежении изменением параметра Кориолиса с широтой (бета-эффектом), хотя возможность его учета была явно упомянута в статье.

Чарни и Обухов могут быть равным образом рассматриваться как одни из родоначальников современной геофизической гидродинамики, поскольку именно они сформулировали квазигеострофические уравнения в современной и окончательной форме. Уравнение (1) часто называется в литературе уравнением Чарни–Обухова или же Обухова–Чарни (напр. *Должанский, 2011*; *Dolzhansky, 2013*). Это одно из фундаментальных уравнений геофизической гидродинамики и динамической метеорологии, имеющее непреходящее теоретическое значение.

Другим большим игроком на этот сцене был Г. Эртель (1904–1971) который во второй половине 30-х годов прошлого века находился в неустанном поиске

основного уравнения для гидродинамического прогноза погоды. Превосходное знание Эртелем теоретической физики и квантовой (волновой) механики (говорят, что Эртель посещал лекции Э. Шрёдингера в Берлинском университете) помогали ему в этом поиске и он почти преуспел в нахождении окончательной формы желаемого уравнения. Эртель (*Ertel, 1941*) был первым, кто вывел уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}\Delta p + \frac{1}{f\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial \Delta p}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial \Delta p}{\partial x}\right) + \beta\frac{\partial p}{\partial x} = 0\,, \qquad (2)$$

(p – давление и ρ – плотность воздуха), которое отличается от (1) отсутствием слагаемого $-L_0^{-2}\left(\partial\psi/\partial t\right)$, которое отвечает за крупномасштабную сжимаемость атмосферы. Выводя уравнение (2), Эртель (1941) намеренно пренебрег слагаемым с дивергенцией горизонтальной скорости $f^2 D \equiv f^2\left[\partial_x(\rho u) + \partial_y(\rho v)\right]$ в его левой части, поскольку он рассудил, что для движений синоптического масштаба

$$\mathrm{magn}\left(f^2 D\right) = \left(10^{-1} - 10^{-2}\right)\mathrm{magn}\left(\partial\Delta p/\partial t\right),$$

хотя в настоящее время можно и не согласиться с нижней оценкой.

Charney, Fjortoft and von Neumann (*Charney et al., 1950*) использовали уравнение (1), в пренебрежении слагаемым $-L_0^{-2}\left(\partial\psi/\partial t\right)$, т.е. фактически взятое на среднем уровне атмосферы уравнение (2), для первого успешного численного прогноза погоды. С точки зрения исторической справедливости стоит отметь, что уже в первой попытке численного гидродинамического прогноза погоды Ричардсон (*Richardson, 1922*) уже использовал элементы масштабного анализа, но как хорошо известно, он не смог сформулировать упрощенные уравнения, которые свободны от необходимости описывать метеорологически несущественный шум; также, Ричардсон скорее всего не был полностью осведомлен о требованиях численной устойчивости, поскольку критерий Куранта–Фридрихса–Леви (*Courant, Friedrichs and Lewi, 1928*) был открыт лишь позже.

Вслед за работами основоположников, масштабный анализ нашел широкие применения в современной динамической метеорологии. Он прошел красной нитью через все жизненное творчество самого Чарни. Достаточно вспомнить данный Чарни вывод уравнения квазигеострофического потенциального вихря для бароклинных потоков во внетропической атмосфере (*Charney, 1962*) и его заметку о крупномасштабных движениях в тропиках (*Charney, 1963*); см также лекции Чарни по динамике планетарных жидкостей (planetary fluid dynamics) (*Charney, 1973*).

Н. Филлипс (*Phillips, 1963*) написал замечательную обзорную статью, в которой он систематизировал и обобщил работы Чарни и Обухова, дополнив их важным результатом, полученным А. Бургером (1927–2003), который в (*Burger, 1958*) ввел полезную безразмерную меру масштаба движения, соотнеся его с бароклинным радиусом деформации Россби $L_R = NH/f$ (N – частота плавучести и H – высота однородной атмосферы): $\mathrm{Bu} = (L_R / L)^2 \equiv \mathrm{Ro}^2\mathrm{Ri}$, где Ri – число Ричардсона. Бургер заметил, что в случае $\mathrm{Ro} << 1$ и $\mathrm{Bu} << 1$ (число Ричардсона всегда велико!), т.е. масштаб движения намного превосходит радиус деформации и $\mathrm{Bu}^{-1}\mathrm{Ro} = O(1)$, именно $\mathrm{Ro} \sim \mathrm{Bu} \sim 10^{-2}$, справедливы так называемые планетарные геострофические уравнения (геострофические уравнения второго рода) (planetary–geostrophic equations). Строго говоря, это в чем-то вырожденные уравнения,

поскольку уравнения движения аппроксимируются условиями геострофического баланса; однако уравнение неразрывности и уравнение термодинамики полностью сохраняют исходную форму.

Также как и квазигеострофические уравнения Чарни–Обухова (квазигеострофические уравнения первого типа согласно Филлипсу (*Phillips, 1963*)), планетарные геострофические уравнения (квазигеострофические уравнения второго типа согласно Филлипсу (*Phillips, 1963*)) сохраняют потенциальную завихренность (псевдо–потенциальную завихренность) и энергию. Конкретно, потенциальная завихренность Эртеля (*Ertel, 1942*) приближается планетарной потенциальной завихренностью, где вектор абсолютной завихренности замещается на вектор Кориолиса. Энергия аппроксимируется полной потенциальной энергией, в пренебрежении малым вкладом от кинетической энергии. Эта приближенная форма законов сохранения может быть получена, применяя масштабный анализ непосредственно к потенциальному вихрю Эртеля и энергии. То, что редуцированные уравнения обладают теми же законами сохранения, что и исходные, является признаком хорошей, самосогласованной аппроксимации. И квазигеострофические, и планетарные квазигеострофические уравнения обладают этим фундаментальным свойством.

В противоположность океанологии, где планетарные геострофические уравнения фактически положены в основу теории океанического термоклина (см. *Линейкин, 1955*; *Needler, 1967*; *Welander, 1971*), их применение в метеорологии ограничено (см., однако, *Pisnichenko, 2004* и ссылки там), поскольку размер Земли лишь в небольшое число раз превосходит радиус деформации. Проще говоря, на Земле нет достаточного места для планетарных геострофических движений. Планетарные геострофические уравнения налагают сильную бароклинную связь (через уравнение термического ветра) на воздушные потоки на разных уровнях и тем самым эффективно контролируют горизонтальные сдвиги скорости. Другими словами, они подавляют основной механизм гидродинамической индукции, который отвечает за генерацию относительной завихренности за счет планетарной. Поэтому планетарный геострофический режим будет противоречить, или по крайней мере будет очень сильно ограничен, требованиями глобального закона сохранения углового момента.

Априори может показаться, что атмосферы быстро вращающихся гигантских планет, таких как Юпитер, Сатурн и Нептун, гораздо лучше подходят для планетарных геострофических движений. Однако, в действительности ситуация оказывается сложнее и вполне возможно, что именно вырожденность планетарных геострофических уравнений, т.е. полное пренебрежение механизмом гидродинамической индукции (см. выше) препятствует их эффективному использованию. Более тонкие (деликатные) аппроксимации, занимающие промежуточное положение между традиционными квазигеострофическими и планетарными геострофическими уравнениями, по всей видимости, нужны для этой цели.

Было предложено (напр., *Williams, 1985, 1996, 2002*), что так называемые промежуточные геострофические уравнения (intermediate geostrophic equations) способны рационально описывать планетарные движения среднего масштаба по отношению к радиусу деформации L_R , когда $\mathrm{Ro} \sim \mathrm{Bu}^2 \sim 10^{-2}$, в то время как традиционные квазигеострофические и планетарные геострофические движения осуществляются на малых и больших планетарных масштабах, соответственно.

Вдали от экватора геострофические движения в модели мелкой воды подчиняются единственному уравнению для геопотенциальной толщины h которая включает в себя (редуцированное) ускорение силы тяжести (*Williams, 1985*)

$$h_t - \nabla\cdot\left(\frac{h}{f^2}\nabla h_t\right) + \frac{h}{m}h_x\left(f^{-1}\right)_y - J\left(h, \frac{h}{f^2}\zeta\right) - J\left(\frac{h}{f}, K\right) = 0, \qquad (3)$$

где

$$\zeta = \nabla\left(f^{-1}\nabla h\right), \quad K = (1/2)f^{-2}(\nabla h)^2$$

и

$$J(A,B) = m^{-1}\left(A_x B_y - A_y B_x\right)$$

определяют завихренность, кинетическую энергию и якобиан для координат $x = a\lambda\, x = a\lambda$ и $y = a\phi$; (λ, ϕ) – долгота и широта; a – радиус планеты, $m = \cos\phi$. Это так называемое общее геострофическое уравнение, которое описывает изменения в поле геопотенциальной высоты для геострофического движения любого типа; см. также (*Петвиашвили, 1980*; *Романова и Цейтлин, 1984*).

Дисперсия (за счет бета-эффекта) и адвекция завихренности доминируют на малых планетарных масштабах; нелинейная дивергенция (укручение) доминирует для крупномасштабного планетарного геострофического режима (ср. с простыми волнами Римана в акустике); дисперсия и дивергенция находятся в балансе для режима осуществляемого на промежуточных масштабах; реализуется некий тип баланса Россби–Кортевега–Де Фриза. Это объясняет необычайную устойчивость (когерентность + продолжительность) антициклонических вихрей (Большое Красное Пятно и др.) в атмосферах гигантских планет (уединенные вихри Россби или солитоны Россби также наблюдаются в лабораторных экспериментах: напр., (*Антипов и др*., *1982*; *Nezlin and Sutyrin, 1994* и др.). Однако, когерентные структуры, именно уединенные волны Россби могут осуществляться при специальных условиях в сдвиговых потоках в рамках традиционных квазигеострофических уравнений (напр. *Redekopp, 1977*); эволюция волны описывается в зависимости от стратификации или уравнением Кортевега–Де Фриза, или модифицированным уравнением Кортевега–Де Фриза; Flierl (*Flierl, 1987*) представил обзор теорий, главных образом квазигеострофических для океанических вихрей. Уравнение (3) неспособно описывать процессы, которые действую на экваторе, и не существует эквивалентного простого уравнения для этого региона. Тем не менее, существует специальный класс нелинейных решений уравнений мелкой воды на экваторе, который включает устойчивые антициклоны, описываемые динамикой Кортевега–Де Фриза (*Boyd, 1980*).

Для промежуточной геострофичности все члены в левой части (3), кроме последнего являются определяющими. Имеется некоторая неоднозначность (в пространстве ключевых безразмерных параметров для обезразмеренного уравнения (3)) в выделении квазигеоструфического и планетараного геострофического подрежимов из (3); система промежуточной геострофичности, однако, единственна и физически несводима (не поддается улучшению) (*Williams, 1985*). К сожалению, не существует трехмерного аналога уравнения (3), что частично обесценивает приближение промежуточной геострофичности.

Взятые в общей форме, уравнения динамики атмосферы чрезвычайно сложны для анализа. Поэтому необходимо в них ввести определенные приближения, что обычно делается на основе масштабного анализа. В дополнение к квазистатическому и квазигеострофическому приближениям, имеются другие полезные приближения: «традиционное» приближение (*Eckart, 1960*), когда пренебрегается горизонтальной компонентной вектора Кориолиса (вектора планетарной завихренности); приближение слабой сжимаемости (в динамическом смысле) атмосферного воздуха, используемое также в форме приближения Буссинеска или неупругого (anelastic) приближения (напр., *Ogura and Phillips, 1962*; см также *Zeytounian, 1991*), приближение геострофического момента (geostrophic momentum approximation) которое было позже названо полугеострофичностью (semi–geostrophy) (см. напр. *Salmon, 1998*) и др.

Существенно, что каждая такая приближенная модель, если она физически содержательна, описывает определенное «сбалансированное движение», т.е. полная исходная система какое–то время остается в его непосредственной окрестности, если она соответствующим образом инициализирована, хотя время от времени могут происходить спонтанные отклонения от сбалансированного состояния (спонтанные дисбалансы) (см.: the first Spontaneous Imbalance Workshop: Perspectives from Atmospheric and Oceanic Dynamics, held in August 2006 at the University of Washington in Seattle, Washington; the special collection “Spontaneous imbalance” of the Journal of Atmospheric Sciences. 2009. V. 66, No. 5; Tim Dunkerton and Pascale Lelong, Issue Organizers, Chris Snyder, Editor).

Упрощенные сбалансированные модели доказали свою полезность в получении общего динамического представления об атмосферных движениях на разных масштабах. Упрощение полных исходных уравнений до квазигеострофической теории неоценимо для понимания крупномасштабных атмосферных процессов. Другая далеко идущая идея, основанная в конечном счете на масштабном анализе, была выдвинута А. Элиассеном (1915–2000), который был среди основателей современных геофизической гидродинамики и динамической метеорологии. Его сбалансированная вихревая модель (*Eliassen, 1951*) является полезной отправной точкой для понимания интенсивных квази–сбалансированных мезомасштабных вихрей в присутствии источников тепла и импульса.

В квазистатической теории Элиассена радиальный и вертикальный компоненты уравнений движений сводятся к уравнению градиентного ветра и гидростатическому соотношению, соответственно. Квазистатическая аппроксимация означает, что эти два уравнения баланса выполняются тождественно по времени. Это налагает ограничение на уравнения для углового момента и энтропии и приводит диагностическому обобщенному уравнению Пуассона

$$\frac{\partial}{\partial R}\left(A\frac{\partial \psi}{\partial R} + B\frac{\partial \psi}{\partial p}\right) + \frac{\partial}{\partial p}\left(B\frac{\partial \psi}{\partial R} + C\frac{\partial \psi}{\partial p}\right) = \frac{\partial E}{\partial R} + \frac{\partial F}{\partial p}, \qquad (4)$$

для функции тока ψ меридиональной циркуляции, которая поддерживает указанные балансы в присутствии источников энтропии и углового момента, E и F, соответственно. Здесь, R – радиус (расстояние до оси вихря), p – давление; коэффициенты A, B и C характеризуют вертикальную устойчивость, бароклинность и инерционную устойчивость, соответственно. Уравнение (4) эллиптического типа для всех устойчивых вихрей с $A > 0$, $C > 0$ и $AC - B^2 > 0$. Вместе с подходящими

граничными условиями (обычно условиями Дирихле) уравнение (4) единственным образом определяет функцию ψ. После того как функция ψ определена, ее можно подставить в соответствующие уравнения для определения скорости изменения во времени углового момента и энтропии.

Существенно та же идеология была использована для получения эллиптического омега-уравнения для вертикальной скорости, на основе известного поля геопотенциала как решения прогностических квазигеострофических уравнений. В современной литературе уравнение для функции тока ψ называется уравнение Сойера–Элиассена (*Sawyer, 1947*; *Eliassen, 1962*).

С позиций масштабного анализа (*Shapiro and Willoughby, 1982*), ключевым малым безразмерным параметром в теории Элиассена является тангенс ε угла между горизонтальным ветром и окружностью вокруг центра вихря, если только вертикальный и горизонтальный масштабы движения сильно не отличаются (как в ураганах – в центре ураганов). *Shapiro and Willoughby* (1982) также показали, что движение осесимметричного вихря не зависит от его горизонтального пространственного масштаба, если только число Россби Ro велико.

Последний результат имеет общее значение, выходящее за рамки теории Элиассена. Например, для микромасштабных вихрей, таких как пыльные вихри, их диаметр D не фигурирует ни в «термофизической» модели (*Rennó et al., 1998*), ни в гидродинамической модели (*Kurgansky, 2005*). Он остается свободным параметром, чье значение определяется в природе внешними факторами, например доступной завихренностью в окружающей атмосфере (ср. *Rennó and Bluestein, 2001*). Это предлагает статистический поход к проблеме определения D (*Kurgansky, 2006*).

В их исследовании “vortical–hot–tower–route” к тропическому циклогенезу *Hendricks et al.* (2004) и *Montgomery et al.* (2006) показали хорошее согласие между оценками эволюции тропического циклона на основе модели Элиассена и на основе детальных вычислений с помощью моделей MM5 и/или RAMS. Это подтверждает, что генезис и дальнейшая интенсификация тропических циклонов происходят в квазибалансе.

В этом разделе мы главным образом фокусировались на исторических аспектах применения метода масштабного анализа в метеорологии и на его общей важности и преимуществах. Современные исследования и состояние проблемы большей частью только обрисованы (намечены). В частности, только кратко упомянуто важное соотношение между понятием масштабного анализа и сбалансированными (несбалансированными) потоками. Связанные с этим проблемы спектрального анализа и разделения масштабов (пространственных и временных) между различными типами движений остались незатронутыми.

Известны слова о том, что больше было сделано во время героического созидательного периода квантовой механики 1925–30 гг., чем – в этой области науки – за все последующие за тем годы. Думается, что динамическая метеорология (или иначе, геофизическая (метеорологическая) гидродинамика) счастливым образом отличается от квантовой механики: она может иметь второе, третье дыхание, и т.д. Безусловно, очень впечатляющим было применение масштабного анализа в современной динамической метеорологии в ее креативный период. Однако, масштабность и разнообразие новых проблем, с которыми постоянно сталкивается теоретическая метеорология, также благодаря вовлечению атмосфер дру-

гих планет и их спутников в орбиту нашей науки, гарантируют, что знание и интуиция теоретиков–метеорологов будут востребованы и новые интересные применения масштабного анализа будут найдены.

Некоторый дополнительный материал к первой части этого раздела может быть найден в монографии (*Kurgansky, 2002*), а также в серии рецензий, опубликованных в журнале Известия РАН, Физика атмосферы и океана (Курганский, 1992, 1994, 1996), на репринтные публикации работ Г.Эртеля В. Шрёдером (Wilfried Schröder). Я благодарен А. Вилю (Andreas Will) предложившему мне еще в 2008 г. написать этот раздел.

P.S. Этот раздел посвящен памяти Александра Михайловича Обухова. А.М. Обухов внес непреходящий вклад в теорию турбулентности и динамическую метеорологию. Его бывшие студенты, ученики и младшие коллеги будут помнить его не только за громадный талант и изумительные научные достижения, но и за высочайшие внутренние научные стандарты и душевную щедрость.

2.2. Конечномодовые модели крупномасштабной циркуляции

Анализируются свойства решений уравнений, описывающих движение стратифицированной жидкости в классе линейных по координатам полей скорости и температуры. Учитывается влияние эффектов вязкости и теплопроводности в жидкости. Показано, что уравнения хорошо описывают реализующиеся в численных и лабораторных экспериментах режимы циркуляции Хэдли и Россби и переходы между ними. Получены асимптотики кривых смены режимов Хэдли и Россби в условиях нарушения внешней симметрии течений, объясняющие соответствующие границы переходов для режимов в известных экспериментах в кольцевых каналах (законы "–1/2" и "–1"). Делается попытка самым простым образом распространить шестимодовую модель Ф.В. Должанского для описания взаимодействия циркуляционных режимов при моделировании долгопериодных изменений климата.

Опыт применения динамических систем (*Гледзер и др., 1981*), построенных на основе уравнений движения тяжелого твердого тела с учетом их гидродинамической трактовки для описания конвекции вращающейся жидкости, показал, что они воспроизводят фундаментальные свойства ОЦА, такие как условия устойчивости режима циркуляции Хэдли, эффект отрицательной вязкости, схему энергетического баланса и характерные черты режима Россби, включая обратную ячейку меридиональной циркуляции, и другие характеристики реальных гидродинамических систем (см., например, (*Гледзер и Пономарев, 1977*). В работе (*Должанский, 2001*) показано, что все инварианты уравнений свободного движения твердого тела или движения во внешних полях со скалярным или векторным потенциалами с теоретико-групповой точки зрения являются прототипами фундаментальных гидродинамических инвариантов.

В данной работе анализируется поведение диссипативной модели, энергетически подобной атмосферной системе с точки зрения существования различных режимов циркуляции при подводе теплового потока, создающего фоновый горизонтальный градиент температуры. Основной метод исследования – анализ свойств гидродинамических систем, допускающих детальное изучение в приближениях, обычно используемых при решении задач общей циркуляции атмосферы и океана. Эти приближения можно интерпретировать как малокомпонентные модели глобальных дифференциальных движений атмосфер быстровращающихся планет.

Получение шестимодовой модели

В декартовой системе координат с вертикальной осью z во вращающейся с угловой частотой $\mathbf{W}_0$ системе отсчета запишем уравнения гидродинамики несжимаемой жидкости с учетом вязкого слагаемого и уравнение переноса температуры, являющееся следствием закона сохранения энергии, с учетом слагаемых теплопроводности и внешнего притока тепла:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}+2\mathbf{W}_0\times\mathbf{u}=-\frac{\nabla\Pi}{\Lambda}+\nu\nabla^2\mathbf{u}\ ,\ \nabla\cdot\mathbf{u}=0\ ;$$
$$\frac{\partial T}{\partial t}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)T=\varepsilon+\mu\nabla^2T\ . \qquad (1)$$

Были использованы следующие обозначения: $\mathbf{u}$ – вектор скорости, $\Lambda = \Lambda_* + \Lambda'$ – плотность жидкости, являющаяся суммой плотности в состоянии гидростатического равновесия Λ_* и отклонение от равновесной плотности Λ', Π – давление, $\Pi = \Pi_* + \Pi'$. Гидростатически сбалансированные величины давления Π_* и плотности Λ_* являются вообще говоря функциям вертикальной координаты z: $\nabla\Pi_* = \Lambda_* g$. Отклонение плотности Λ' связано с отклонениями температуры T' и давления Π' соотношением $\Lambda' = +\left.\frac{\partial\Lambda}{\partial T}\right|_{\Pi} T' + \left.\frac{\partial\Lambda}{\partial\Pi}\right|_{T}\Pi'$. Далее, $\nabla\Lambda\times\nabla\Pi = \left.\frac{\partial\Lambda}{\partial T}\right|_{\Pi}\nabla T\times\nabla\Pi \approx \left.\frac{\partial\Lambda}{\partial T}\right|_{\Pi}\left(\nabla T_*\times\nabla\Pi' + \Lambda_*\nabla T'\times\mathbf{g}\right)$. В дальнейшем предполагается, что фоновая температура T_* постоянна. Тогда $\nabla\Lambda\times\nabla\Pi \approx \left.\frac{\partial\Lambda}{\partial T}\right|_{\Pi}\Lambda_*\nabla T'\times\mathbf{g}$, для идеального газа $\left.\frac{\partial\Lambda}{\partial T}\right|_{\Pi} = -\frac{\Lambda}{T}$. Тогда полученное выражение в правой части соответствует приближению Обербека–Буссинеска.

Уравнение относительной завихренности жидкости $\mathbf{W} = \nabla\times\mathbf{u}$ для несжимаемой жидкости ($\nabla\cdot\mathbf{u} = 0$) в невязком случае

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{W}+2\mathbf{W}_0)+(\mathbf{u}\cdot\nabla)(\mathbf{W}+2\mathbf{W}_0)-(\mathbf{W}\cdot\nabla)\mathbf{u}-(2\mathbf{W}_0\cdot\nabla)\mathbf{u}=\frac{\nabla\Lambda\times\nabla\Pi}{\Lambda^2}\ . \qquad (2)$$

Уравнение градиента отклонения температуры $\nabla T'$ при отсутствии диссипации

$$\frac{\partial\nabla T'}{\partial t}+(\nabla\otimes\mathbf{u})\nabla T'+(\mathbf{u}\cdot\nabla)\nabla T'=0\ . \qquad (3)$$

В 1874 году английский математик и гидродинамик Гринхил заметил, что следующее трехмерное линейное по простанственным координатам $\mathbf{r} = (x, y, z)$ поле скорости $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$

$$u=+\omega_2\frac{za}{c}-\omega_3\frac{ya}{b}\ ,\ v=-\omega_1\frac{zb}{c}+\omega_3\frac{xb}{a}\ ,\ w=+\omega_1\frac{yc}{b}-\omega_2\frac{xc}{a}\ . \qquad (4)$$

бездивергентно и касательно к поверхности эллипсоида $+x^2/a^2+y^2/b^2+z^2/c^2=1$.

Величины $\omega_i(t)$ (i = 1,2,3) (параметры Пуанкаре) связаны с компонентами относительной завихренности жидкости $\mathbf{W} = (\xi, \eta, \zeta)$ соотношениями:

$$\omega_1=\frac{bc}{b^2+c^2}\cdot\xi\ ,\ \omega_2=\frac{ac}{a^2+c^2}\cdot\eta\ ,\ \omega_3=\frac{ab}{a^2+b^2}\cdot\zeta\ .$$

Таким образом, поле завихренности в данном течении не зависит от пространственных координат.

Аналогично поле отклонения температуры $T'(\mathbf{r}, t)$ можно представить в виде линейной по координатам функции:

$$T'(x,y,z,t) = +\frac{x}{a}\tau_1 + \frac{y}{b}\tau_2 + \frac{z}{c}\tau_3 \ . \qquad (5)$$

Параметры τ_k (t) $(k = 1,2,3)$ связаны с градиентом отклонения температуры жидкости в эллипсоиде $\nabla T'$:

$$\tau_1 = a\frac{\partial T'}{\partial x}, \tau_2 = b\frac{\partial T'}{\partial y}, \tau_3 = c\frac{\partial T'}{\partial z}$$

и физически означают разницы температур по соответствующим осям эллипсоида. Как и поле завихренности, поле градиента отклонения температуры в данном течении не зависит от пространственных координат.

Подставляя в уравнения для компонент завихренности (2) их выражения через параметры Пуанкаре, можно получить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
&\frac{d\omega_1}{dt} - \frac{b^2-c^2}{b^2+c^2}\cdot\omega_2\omega_3 - \frac{2ab}{b^2+c^2}\Omega_0\omega_2 - \frac{gc}{b^2+c^2}\frac{\tau_2}{T_*} = -u\frac{\partial\omega_1}{\partial x} - v\frac{\partial\omega_1}{\partial y} - w\frac{\partial\omega_1}{\partial z} + \omega_1\frac{\partial u}{\partial x}\ ,\\
&\frac{d\omega_2}{dt} - \frac{c^2-a^2}{a^2+c^2}\cdot\omega_1\omega_3 + \frac{2ab}{a^2+c^2}\Omega_0\omega_1 + \frac{gc}{a^2+c^2}\frac{\tau_1}{T_*} = -u\frac{\partial\omega_2}{\partial x} - v\frac{\partial\omega_2}{\partial y} - w\frac{\partial\omega_2}{\partial z} + \omega_2\frac{\partial v}{\partial y}\ , \qquad (6)\\
&\frac{d\omega_3}{dt} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\omega_1\omega_2 = -u\frac{\partial\omega_3}{\partial x} - v\frac{\partial\omega_3}{\partial y} - w\frac{\partial\omega_3}{\partial z} + \omega_3\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{2ab}{a^2+b^2}\Omega_0\frac{\partial w}{\partial z}\ .
\end{aligned}$$

Аналогично формируется из (3) система уравнений для разниц температур вдоль осей эллипсоида:

$$\begin{aligned}
&\frac{d\tau_1}{dt} - \omega_2\tau_3 + \omega_3\tau_2 = -u\frac{\partial\tau_1}{\partial x} - v\frac{\partial\tau_1}{\partial y} - w\frac{\partial\tau_1}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x}\tau_1\ ,\\
&\frac{d\tau_2}{dt} + \omega_1\tau_3 - \omega_3\tau_1 = -u\frac{\partial\tau_2}{\partial x} - v\frac{\partial\tau_2}{\partial y} - w\frac{\partial\tau_2}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y}\tau_2\ , \qquad (7)\\
&\frac{d\tau_3}{dt} - \omega_1\tau_2 + \omega_2\tau_1 = -u\frac{\partial\tau_3}{\partial x} - v\frac{\partial\tau_3}{\partial y} - w\frac{\partial\tau_3}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z}\tau_3\ .
\end{aligned}$$

В уравнениях (6), (7) необходимо занулить правую часть, т.к. эти входящие в нее производные по пространственным координатам равны нулю в представлении (4), (5). Следует отметить, что численно описать эти слагаемые можно только существенно выходя за рамки шестимодовой модели.

Рассмотрим движение в эллипсоидальной полости $+x^2 / a^2 + y^2 / b^2 + z^2 / c^2 = 1$ (для определенности $a > b$) и ориентируем эту полость относительно направления силы тяжести таким образом, чтобы в системе координат, связанной с осями эллипсоида, вектор силы тяжести $\mathbf{g}$ имел компоненты $(-g \sin\gamma,\ 0,\ -g\cos\gamma)$, а вектор вращения полости $\mathbf{W}_0$ представился как $(\Omega_0 \sin\lambda_0\ ,\ 0,\ \Omega_0\cos\lambda_0)$. Углы γ, λ_0 предполагаются для дальнейших вычислений малыми. Тогда ось вращения эллипсоида в абсолютной системе координат почти параллельна полуоси c.

Тогда систему уравнений для параметров Пуанкаре $\omega_i(t)$ $(i = 1,2,3)$ и осейных разниц температур $\tau_k(t)$ $(k = 1,2,3)$ можно записать в виде

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = [\omega, \mathbf{M} + 2\mathbf{M_0}] + [\mathbf{p}, \mathbf{q}]\ ,\ \frac{d\mathbf{q}}{dt} = [\omega, \mathbf{q}]\ ,$$

где квадратными скобками обозначено векторное произведение. Кинетический момент в системе координат, вращающейся с эллипсоидом, $\mathbf{M} = I\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$. Переход к безразмерным величинам: $t \Rightarrow \boldsymbol{\Omega}_0 \cdot t$, $\omega \Rightarrow \omega/\boldsymbol{\Omega}_0$. Диагональная матрица I представляет моменты инерции относительно главных осей эллипсоида: $I_1 = b^2 + c^2$, $I_2 = a^2 + c^2$, $I_3 = a^2 + b^2$.

Далее $\mathbf{p} = \dfrac{2ab}{c} \cdot \left(a \sin\gamma, 0, c\cos\gamma\right)$, $\mathbf{M_0} = \left(bc\sin\lambda_0, 0, ab\cos\lambda_0\right)$.

Безразмерный вектор $\mathbf{q} = -\dfrac{gc}{2ab\Omega_0^2} \cdot \dfrac{1}{T_*} \cdot \left(\tau_1, \tau_2, \tau_3\right)$.

Уравнения совпадают по форме с уравнениями Эйлера–Пуассона движения твердого тела с неподвижной точкой. В связи с этим уместно напомнить о конструкции Арнольда обобщенного твердого тела (ОТТ) и ее расширении на случай движения в полях со скалярным и векторным потенциалами, которые включают в себя механические и гидродинамические уравнения как частные случаи в зависимости от выбора конфигурационного пространства. В частности, понятие обобщенного тяжелого волчка (ОТВ), введенного в (*Должанский, 2005*), включает в себя, с одной стороны, уравнения Эйлера–Пуассона с конфигурационным пространством группы SO(3) (группа собственных вращений трехмерного евклидового пространства), а, с другой стороны, уравнения Обербека–Буссинеска и переноса температуры движения несжимаемой расслоенной жидкости с конфигурационным пространством группы SDiffD диффеоморфизмов трехмерной области D в себя, сохраняющих элемент объема. Как следствие этого, упомянутые механические и гидродинамические уравнения обладают общими симметриями, которые выражаются в существовании общих с теоретико-групповой точки зрения инвариантов. Этому вопросу посвящена работа. Поэтому исследуемая система имеет общегидродинамическое значение.

Что же касается конкретно взятой эллипсоидальной полости, то полученное линейное решение – просто бесплатное приложение, "подарок" концепции ОТТ. Заметим в связи с этим, что в настоящее время это пока единственный (и простейший) пример реализации концепции ОТТ для гидродинамических задач. Связано это с тем, что в данном случае линейные по пространству поля скорости и температуры, с одной стороны, являются точными частными решениями уравнений, а с другой – описываемые этими полями вращения соответствуют группе аффинных преобразований эллипсоида в себя, которые входят в группу SDiffD – основу конструкций Арнольда для гидродинамических уравнений.

Простейшее теоретическое исследование шестимодовой модели.

Для проведения моделирования атмосферных процессов с помощью шестимодовой модели необходимо ввести внешний приток тепла для приведения жидкости в движение. Поскольку при наличии внешнего нагрева требуется и вязкость, и тепловая диссипация, то была рассмотрена аппроксимация полей скорости и отклонения температуры вблизи поверхности эллипсоида для соблюдения граничных условий прилипания и постоянства температуры жидкости. В толще жидкости зависимости вектора скорости и отклонения температуры линейные по координатам, а вблизи поверхности эллипсоида нелинейная зависимость активирует диссипативные слагаемые в уравнениях Навье–Стокса и в уравнении переноса температуры. В результате воздействие этих слагаемых может быть представлено линей-

ными членами с явно анизотропными свойствами. Ранее в работах было введено изотропное трение (*Должанский, 1973; Должанский и Мямлина, 1976*).

Запишем уравнения для неизвестных $\omega_i(t)$ (i = 1,2,3) и $\tau_k(t)$ (k = 1,2,3) в безразмерной форме:

$$t \Rightarrow \Omega_0 \cdot t;\ \omega_i \Rightarrow \frac{\omega_i}{\Omega_0}, i = 1,2,3;$$

$$q_k = -\frac{gc}{2ab\Omega_0^2} \cdot \frac{\tau_k}{T_*}, k = 1,2,3\ ;$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} = +G_1\omega_2\omega_3 - \rho\rho_x\omega_1 + \frac{\omega_2 \sin\varphi\cos\lambda_0 - q_2\cos\gamma}{r_1}\ ,$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = -G_2\omega_1\omega_3 - \rho\rho_y\omega_2 - \frac{\omega_1 \sin\varphi\cos\lambda_0 - q_1\cos\gamma}{r_2} - \frac{a}{c}\frac{\sin\gamma}{r_2}q_3$$

$$+\frac{c}{a}\frac{\sin\varphi\sin\lambda_0}{r_2}\omega_3\ ,$$

$$\frac{d\omega_3}{dt} = +G_3\omega_1\omega_2 - \rho\rho_z\omega_3 + \frac{a}{c}\frac{\sin\gamma}{r_3}q_2 - \frac{c}{a}\frac{\sin\varphi\sin\lambda_0}{r_3}\omega_2\ ,$$

$$\frac{dq_1}{dt} = -\rho\rho_1 q_1 + \omega_2 q_3 - \omega_3 q_2 - R + \varepsilon\left(\Gamma_{north} + \Gamma_{south}\right),$$

$$\frac{dq_2}{dt} = -\rho\rho_2 q_2 - \omega_1 q_3 + \omega_3 q_1\ ,$$

$$\frac{dq_3}{dt} = -\rho\rho_3 q_3 + \omega_1 q_2 - \omega_2 q_1\ . \qquad (8)$$

Постоянные G_1, G_2, G_3, r_1, r_2, r_3 определяются геометрией эллипосида:

$$G_1 = \frac{b^2 - c^2}{b^2 + c^2}, G_2 = \frac{a^2 - c^2}{a^2 + c^2}, G_3 = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2};$$

$$r_1 = \frac{b^2 + c^2}{2ab}, r_2 = \frac{a^2 + c^2}{2ab}, r_3 = \frac{a^2 + b^2}{2ab}\ .$$

В работах (*Гледзер, 2004, 2006*) внешнее воздействие, приводящее жидкость в эллипсоиде в движение, бралось в виде радиационного механизма теплопередачи к жидкости вдоль наибольшей оси эллипсоида a по закону Ньютона с коэффициентом μ_T с внешней разницей температур $\gamma_x x$, обеспечивающей неоднородный нагрев жидкости (бароклинность). Эта внешняя разница температур не имела никакого отношения к процессам в жидкости, она была постоянной. Для указанных работ использовались следующие коэффициенты $\sigma = 5\mu_v / \mu_T$, $\rho = \mu_T / \Omega_0$, $\sin\varphi = 1$, $\varepsilon = 0$, $Q = \frac{gc}{2ab\Omega_0^2} \cdot \frac{\gamma_x \cdot a}{T_*}$, $R = \rho Q$. Коэффициенты μ_v и ν_v пропорциональны молекулярным коэффициентам теплопроводности μ и вязкости ν соответственно.

Для анизотропного случая имеем:

$$\rho_x = \frac{\nu_v}{\mu_v}\frac{\sigma}{b^2+c^2}\frac{b^4+c^4}{b^2c^2}, \rho_y = \frac{\nu_v}{\mu_v}\frac{\sigma}{a^2+c^2}\frac{a^4+c^4}{a^2c^2},$$

$$\rho_z = \frac{\nu_v}{\mu_v}\frac{\sigma}{a^2+b^2}\frac{a^4+b^4}{a^2b^2}, \rho_1 = \frac{\sigma}{a^2}, \rho_2 = \frac{\sigma}{b^2}, \rho_3 = \frac{\sigma}{c^2}.$$

Для изотропного случая имеем: $\rho_x = \rho_y = \rho_z = \lambda / \mu_T$, $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 1$.

Хотя $\rho\sigma = 5\mu_v / \Omega_0$ не зависит от μ_T, но значение μ_T потребуется, т.к. присутствует в теплопритоке R. Параметр $\rho_h = \dfrac{5\mu_v}{\mu_T\left(a^2+b^2\right)}$ в дальнейших расчетах шестимодовой модели как раз и задает эту величину μ_T.

Скорость вращения полости охарактеризуем числом Тэйлора. Для анизотропного случая $Ta = \Omega_0^2 / \left(\dfrac{5\nu_v}{a^2+b^2}\cdot\dfrac{a^4+b^4}{a^2b^2}\right)^2$, для изотропного случая соответственно $Ta = {\Omega_0}^2 / \lambda^2$. Отсюда имеем $(\mu_T / \Omega_0) = 1/\left(\rho_z\sqrt{Ta}\right)$ для обоих случаев. Определим число Рэлея по притоку тепла: $Ra = \dfrac{ab}{a^2+b^2}\cdot|Q|$.

Для системы (8) в работах (*Гледзер, 2004, 2006*) без вязкости, теплопроводности и внешнего притока тепла записывались три закона сохранения энергии E, потенциального вихря J и квадрата отклонения температуры θ^2:

$$E = \frac{r_1\omega_1^2 + r_2\omega_2^2 + r_3\omega_3^2}{2} + q_3\cos\gamma + \frac{a}{c}q_1\sin\gamma,$$

$$J = r_1\omega_1 q_1 + r_2\omega_2 q_2 + r_3\omega_3 q_3 + \frac{c}{a}q_1\sin\lambda_0 + q_3\cos\lambda_0,$$

$$\theta^2 = {q_1}^2 + {q_2}^2 + {q_3}^2.$$

Отметим существенную разницу влияния на законы сохранения углов наклонов γ, λ_0. Угол γ отклонения **g** от направления оси c дает вклады в потенциальную энергию течения и поэтому в изменение полной энергии. В то же время угол λ_0 отклонения $\mathbf{W}_0$ от направления оси c влияет только на потенциальный вихрь и его изменения.

Основное приложение рассматриваемой модели – оценка основных характеристик циркуляции атмосферы, представляющей собой в целом подъем воздуха в экваториальной части и опускание в высоких широтах (*Лоренц, 1970; Пальмен и Ньютон, 1973*). Горизонтальный поток тепла моделирует разницу температур между экватором и полюсом. Полуоси эллипсоида a, b, c, ответственные в анизотропном случае за различающиеся коэффициенты трения, отражают рельефные особенности земного шара. Горизонтальным компонентам относительной завихренности соответствуют в (8) величины ω_1 и ω_2, горизонтальный градиент отклонения температуры определяется через q_1, q_2. Введение малых углов γ и λ_0, возможно, дает способ промоделировать на таких системах влияние бета-эффекта (фактически углы γ и λ_0 моделируют эффекты наклонов (sloping-effect; см. название статьи (*Hide and Mason, 1975*)), которые по сути близки к бета-эффекту).

Поиск стационарных решений системы является неотъемлемой частью исследования циркуляционных режимов. Можно находить эти решения аналитически

приближенно и для полной системы, но для геофизических приложений целесообразно воспользоваться упрощениями. Крупномасштабным движениям атмосферы свойственны малость относительной завихренности ($Ro : \left|\nabla\times\mathbf{u}\right|/\Omega_0 = 1$), тонкость погранслоя, большой временной масштаб явлений. Такие движения являются квазигеострофическими, что позволяет использовать соотношения термического ветра, связывающие вертикальные градиенты горизонтальных скоростей и горизонтальный градиент температуры. Применительно к рассматриваемому случаю эти соотношения записываются в виде:

$$q_1\cos\gamma \approx \omega_1\sin\varphi\cos\lambda_0 + \frac{a}{c}q_3\sin\gamma - \frac{c}{a}\omega_3\sin\varphi\sin\lambda_0\ ,$$
$$q_2\cos\gamma \approx \omega_2\sin\varphi\cos\lambda_0\ . \qquad (9)$$

Используя эти соотношения, последние три уравнения системы можно переписать следующим образом:

$$\frac{dq_1}{dt} = -\rho\rho_1 q_1 + q_2 q_3\frac{\cos\gamma}{\sin\varphi\cos\lambda_0} - \omega_3 q_2 - R,$$
$$\frac{dq_2}{dt} = -\rho\rho_2 q_2 - q_1 q_3\frac{\cos\gamma}{\sin\varphi\cos\lambda_0} + \omega_3 q_1 + \frac{a}{c}q_3^2\frac{\sin\gamma}{\sin\varphi\cos\lambda_0} - \frac{c}{a}q_3\omega_3\frac{\sin\lambda_0}{\cos\lambda_0},$$
$$\frac{dq_3}{dt} = -\rho\rho_3 q_3 - \frac{a}{c}q_2 q_3\frac{\sin\gamma}{\sin\varphi\cos\lambda_0} + \frac{c}{a}q_2\omega_3\frac{\sin\lambda_0}{\cos\lambda_0}, \qquad (10)$$
$$\frac{d\omega_3}{dt} = G_3 q_1 q_2\frac{\cos^2\gamma}{\sin^2\varphi\cos^2\lambda_0} - \rho\rho_z\omega_3 + \frac{a}{c}\frac{\sin\gamma}{r_3}q_2 - \frac{a}{c}G_3 q_2 q_3\frac{\sin\gamma\cos\gamma}{\sin^2\varphi\cos^2\lambda_0} +$$
$$+\frac{c}{a}G_3 q_2\omega_3\frac{\sin\lambda_0}{\cos\lambda_0}\cdot\frac{\cos\gamma}{\sin\varphi\cos\lambda_0} - \frac{c}{a}\frac{\cos\gamma}{r_3}q_2\frac{\sin\lambda_0}{\cos\lambda_0}\ .$$

Система уравнений (10), называемая системой геострофического триплета, включает в себя порядки Ro (величины q_1 и q_2) и Ro^2 (величина ω_3).

В работах (*Гледзер, 2004, 2006*) исследовались стационарные решения системы (10). В этой системе величину q_3 можно не учитывать из-за отсутствия фонового вертикального градиента температуры. Зафиксировав случай $Q > 0$. Для простоты запишем их для изотропного случая с использованием параметров для этих работ:

$$\text{H}\quad \omega_1 = -Q\frac{\cos\gamma}{\cos\lambda_0}, \omega_2 = 0, \omega_3 = 0\ ;$$
$$\text{R}_{\pm}\ \ \omega_1 = -\sqrt{\left(\frac{\mu_T}{\Omega_0}\right)^2\cdot\frac{\lambda/\mu_T}{G_3} + \left(\frac{\tau/r_3}{2G_3}\right)^2} - \frac{\tau/r_3}{2G_3} < 0\ ,\ q_3 = 0\ , \qquad (11)$$
$$\omega_2 = \pm|\omega_1|^{1/2}\cdot\sqrt{Q\frac{\cos\gamma}{\cos\lambda_0} - |\omega_1|}\ ,\ \omega_3 = \mp\frac{\mu_T}{\Omega_0}\cdot|\omega_1|^{-1/2}\cdot\sqrt{Q\frac{\cos\gamma}{\cos\lambda_0} - |\omega_1|}\ ,$$
$$\tau = \frac{a}{c}\cos\lambda_0\tan\gamma - \frac{c}{a}\sin\lambda_0\ ,$$

Заметим сразу неэффективность режима *H* как переноса тепла от нагревателя к холодильнику, т.к. движение осуществляется в плоскостях, перпендикулярных внешнему притоку тепла. Такая циркуляция не в состоянии уменьшить разницу температур между полюсом и экватором. В лабораторных экспериментах с кольцевыми сосудами, где внешний и внутренний цилиндры имели различные температуры, этот *H*-режим (по имени Хэдли) соответствует зональному течению с очень небольшой меридиональной скоростью (примерно один процент от зональной). Хотя формально он существует всегда, но реализуется лишь при малых значениях притока тепла от экватора к полюсу. В случае значительных чисел *Ra*, являющимся важным случаем для геофизических приложений, зональное течение становится неустойчивым, и можно видеть достаточно сложные конфигурации циклонов, приходящих в соприкосновение то с полюсом, то с экватором, и осуществляющих, таким образом, передачу тепла. При этом трение о дно кюветы существенно.

Нижняя граница существования квазигеострофических режимов $R_{\pm}$ определяется из условия отрицательности подкоренного выражения в (11). Запишем это условие для общности в анизотропном случае:

$$\frac{G_3}{\rho_1}\frac{\cos\gamma}{\cos\lambda_0}\cdot Ra^{\bullet} > \tau + \sqrt{\tau^2 + \frac{\rho_2}{\rho_z}\cdot\frac{G_3}{Ta^{\bullet}}}, Ra^{\bullet} = Ra\left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)^2, Ta^{\bullet} = Ta\left(\frac{ab}{a^2+b^2}\right)^2 .$$

Заметим, что при достаточно больших $Ta^{\bullet}$, поскольку величина τ фиксирована, кривая представляется в следующих видах в зависимости от знака τ:

$$Ra^{\bullet} > \frac{1}{2}\frac{\cos\lambda_0}{\cos\gamma}\frac{\rho_1\rho_2}{\rho_z}\frac{1}{Ta^{\bullet}\cdot|\tau|}, \tau < 0 ,$$

$$\ln(Ra^{\bullet}) > -\frac{1}{2}\ln(Ta^{\bullet}) + \ln\rho_1 + \frac{1}{2}\ln\rho_2 - \frac{1}{2}\ln(\rho_z G_3) + \ln\frac{\cos\lambda_0}{\cos\gamma}, \tau = 0 ,$$

$$Ra^{\bullet} > \frac{2\rho_1}{G_3}\frac{\cos\lambda_0}{\cos\gamma}\cdot|\tau|, \tau > 0 .$$

При этом критические значения углов γ, λ_0, определяющие переход от асимптотики, задаются комбинацией величин $\sin\gamma$, $\sin\lambda_0$, входящих в один параметр $\tau = \tau_{cr} : (Ta^{\bullet})^{-1/2}$. Заметим также, что условие существования корней $R_{\pm}$ (неотрицательность подкоренного выражения совпадает с условием неустойчивости корня *H*, получаемым при линеаризации уравнений относительно этого корня. Это общее свойство для трехмодовых систем.

Отметим, что (*Лоренц, 1962*) с помощью малопараметрической модели для кольцевых сосудов аналитически получил схожую нижнюю кривую существования режимов $R_{\pm}$ при $\tau = 0$.

Естественная атмосферная конвекция с подъемом жидкости в местах наиболее сильного нагрева и опускания в более холодном месте соответствует отрицательным значениям ω_2. Режим R_{-} как раз и отвечает требованиям эффективности теплопередачи: циркуляция вокруг оси потока тепла не зависит от внешнего нагрева, и, вследствие уравнений термического ветра, устанавливается универсальное распределение температуры вдоль нее. Вращение вокруг осей, ортогональных потоку тепла, усиливается с ростом числа Рэлея. Для режима R_{-} компонента

$\omega_2 < 0$, что отвечает указанному на вращению жидкости вокруг оси y, т.е. подъему теплой жидкости и опусканию холодной.

Режим R_+ – обратная ячейка циркуляции в меридиональной плоскости, т.е. с подъемом в холодных широтах и опусканием на экваторе. Этот противоестественный, на первый взгляд, с физической точки зрения тип движения наблюдается в указанных выше экспериментах с кольцевыми сосудами. Он сопровождается интенсивными струйными течениями на верхней свободной границе, которые, поочередно приходя в соприкосновение с внешним нагретым и внутренним холодным цилиндрами, осуществляют эффективный перенос тепла. В режиме R_+ имеется вращение вокруг оси z, играющее роль этого струйного течения.

Режимы H и R_+ вполне соответствуют качественным представлениям о циркуляции в земной атмосфере. Схема общей циркуляции, предложенная Хэдли (1735 г.), соответствующая режиму H, ошибочно дает северо-западные ветры в умеренных широтах северного полушария вместо юго-западных. Модель циркуляции по Феррелю (1856 г.) дает противоположно направленное второе кольцо циркуляции в умеренных широтах и требуемые юго-западные ветры. Эта циркуляция соответствует режиму R_+. В более поздних моделях по Бьеркнесу (1921 г.) и Россби (1941 г.) можно видеть и общую тенденцию к подъему в экваториальных, а опусканием в высоких широтах, и учет неустойчивости зонально-симметричной циркуляции, и развитие циклонов. Это может соответствовать режиму R_-.

Наиболее впечатляюще выглядит режим R_+, называемый часто режимом Россби, наблюдаемый также и экспериментально, движение в котором оказывается турбулентным. Именно в таком турбулентном движении проявляется эффект "отрицательной турбулентной вязкости", но не как явления, а как свойства установившегося режима, поддерживаемого источниками тепла. Например, в книге (*Starr, 1968*) упоминается эксперимент с шаровым слоем газа, находящимся под действием симметричного нагревания и охлаждения соответственно в низких и высоких широтах, при наличии быстрого основного вращения. В зоне средних широт можно видеть режим R_+ с западными ветрами, а в полярных широтах реализуется снова часть стандартной циркуляции – подъем нагретых масс и опускание на полюсе холодных. Такая циркуляция должна быть результатом действия какой-то вынуждающей турбулентной силы. Но мы же, с нашей точки зрения, можем уверенно сказать, что это лишь смена циркуляционных режимов, и лишь только ограниченность модели не позволяет иметь более радикальных отличий между режимами R_+ и R_-, чем в знаках компонент завихренности. Уместно отметить, что для воспроизведения обратной ячейки циркуляции с помощью осредненных уравнений гидродинамики приходится прибегать к необычной гипотезе замыкания, отражающей активную роль напряжений Рейнольдса в формировании среднего течения, которое компенсирует энергетические потери за счет энергии пульсаций. В связи с вышеупомянутыми особенностями режимов H и $R_\pm$, области их существования и устойчивости представляют особый интерес.

Некоторые диаграммы режимов шестимодовой модели.

Рассмотрим простейшую ориентацию эллипсоида, при которой $\gamma = 0$ и $\lambda_0 = 0$ и без ограничения общности изотропный случай.

Численные исследования системы для параметров эллипсоида $a = 3.0$, $b = 2.0$, $c = 1.0$ в случае изотропного трения при $\lambda / \mu_T = 1.0$ показаны на рис. 1а. Оказа-

лось, что стационарные решения системы (8) мало отличаются от соответствующих стационарных решений системы (11). Итак, для нижней части 1 диаграммы параметров $Ta^{\bullet}$ – $Ra^{\bullet}$ на рис. 1а существует только циркуляция Хэдли с единственным стационарным состоянием, очень близким к квазигеострофическому корню H. В области 2 между двумя жирными кривыми реализуются оба режима $R_{\pm}$, причем трудно сказать, к какому из них приведут расчеты с начальным условием от геострофического корня H системы. Выше самой верхней прямой наблюдается только стационарная циркуляция R_{-}. Заметим, что нижняя граница существования режимов $R_{\pm}$ (11), показанная на рис. 1а (закон "–1/2"), отделяет параметры $Ta^{\bullet}$, $Ra^{\bullet}$, при которых исчезает режим H и появляются режимы $R_{\pm}$.

Случай исследованного анизотропного трения с параметрами a = 3.0, b = 2.0, c = 1.0 и ν_v / μ_v = 1.0, ρ_h = 1.0 (рис. 1б) отличается от соответствующего ему изотропного (λ / μ_T = 1.0) наличием при 7.0 < ln($Ta^{\bullet}$), 3.0 < ln($Ra^{\bullet}$) помимо двух режимов $R_{\square}$ и R_{+} еще и периодического режима 4, который проявляется от начальных данных, соответствующих геострофическому корню H. На рис. 1б этот режим выделен большим количеством значков. Следует особо подчеркнуть, что эти два режима перемежаются, т.е. при большем числе точек на диаграмме можно заметить, что режим 4 окружен режимами 2, и наоборот. При построении диаграммы рис. 03b–ws использовались 392 точки.

Начальные данные соответствовали геострофическому корню H. Из этих рисунков можно видеть, что период колебаний сопоставим со временем 7 и более оборотов полости, что в безразмерных единицах составит $2\pi \cdot 7 \approx 43.98$. Это соответствует ходу погоды с периодом от недели до нескольких недель, если сопоставить динамику данной модели с атмосферой. Такие движения можно поставить в ряд с низкочастотными атмосферными колебаниями или межсезонными колебаниями, чей период составляет от 30 до 60 дней. Обоснование таких колебаний – орография: ее действие имитируется анизотропным трением модели. Таким образом, при небольших изменениях параметров $Ta^{\bullet}$, $Ra^{\bullet}$ в атмосфере, моделируемой системой, может происходить чередование сложных колебаний типа "погоды" и обычных циркуляционных режимов.

Заметим, что порядок величины относительной вертикальной завихренности у стационарного решения (11) $|\omega_3|$: $(\mu_T / \Omega_0)\cdot|\omega_1|^{-1/2}\cdot\sqrt{Q}$: $\sqrt{(\mu_T / \Omega_0)Q}$ и есть с физической точки зрения число Россби, поэтому определим:

$$Ro \equiv \sqrt{(\mu_T / \Omega_0)Q} = \left(Ra^{\bullet}\right)^{1/2}\cdot\left(Ta^{\bullet}\right)^{-1/4}\cdot\left(\nu_v / \mu_v\right)^{-1/2}\cdot\rho_h^{-1/2}\cdot\frac{ab}{a^2+b^2}\cdot\frac{ab}{\sqrt{a^4+b^4}}\,.$$

Например, для данных a = 3.0, b = 2.0, c = 1.0, ν_v / μ_v = 1.0, ρ_h = 1.0, γ = 0, λ_0 = 0, $\ln(Ta^{\bullet}) = \frac{37}{5} = 7.4$, $\ln(Ra^{\bullet}) = \frac{106}{30} \approx 3.533$ получим $Ro \approx 0.26$. Отметим, что в (Лоренц, 1970) при объяснении результатов эксперимента Хайда во вращающемся кольцевом сосуде указана другая трактовка числа Россби. В переменных данной статьи параметр Ro_T из (*Лоренц, 1970*) можно отождествить с величиной $|Q| = \frac{a^2+b^2}{ab}\cdot Ra$, определенной выше. Термическое число Россби Ro_T равно обычному числу Россби Ro, если за основное состояние взять режим Хэдли. Это было бы разумно при рассмотрении средней циркуляции на Юпитере или Сатур-

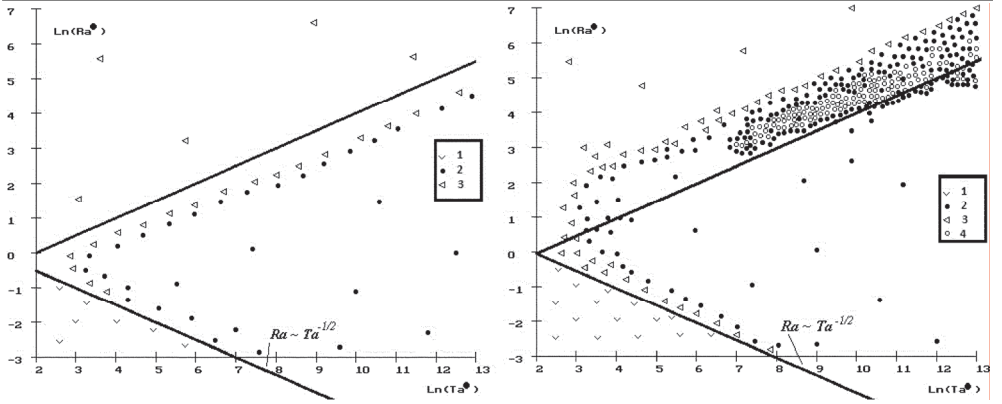


Рис. 1. Диаграммы режимов в координатах $\ln(Ta^{\bullet})$ – $\ln(Ra^{\bullet})$ для параметров $a = 3.0$, $b = 2.0$, $c = 1.0$; а – изотропное трение $\lambda / \mu_T = 1.0$, $\gamma = 0$, $\lambda_0 = 0$; б – $\nu_v / \mu_v = 1.0$, $\rho_h = 1.0$, $\gamma = 0$, $\lambda_0 = 0$

не (*Обухов, 1983*), т.к. приток солнечной радиации там крайне мал, а быстрое вращение планеты вокруг ее оси приводит к появлению, очевидно, только циркуляции Хэдли во всей атмосфере, а не только в экваториальных широтах, как это происходит на Земле.

Рассмотрим случай $\gamma \neq 0$, $\lambda_0 = 0$. Поскольку $\mathbf{g} = (-g \sin\gamma, 0, -g\cos\gamma)$, то значение угла $\gamma < 0$ соответствует конфигурации, когда дополнительная компонента ускорения направлена в сторону положительной полуоси x, т.е. в сторону нагревателя. Соответственно в случае $\gamma > 0$ направлен в сторону холодильника. Таким образом, при $\gamma < 0$ нагреватель оказывается в нижней части течения (напомним, что вектор $\mathbf{g}$ задает вертикаль). Это способствует усилению конвекции. При $\gamma > 0$ более теплая часть течения находится сверху, что равносильно устойчивости стратификации. В определенном смысле введение угла γ аналогично наличию слабого вертикального градиента температуры с соответствующим знаком. Из диаграмм, которые приводятся ниже, легко увидеть качественную разницу для критических параметров перехода от режима H к $R_{\pm}$ при $\gamma < 0$ и $\gamma > 0$.

Из систем (8), (9) следует квазигеострофическое приближение уравнений:

$$\frac{d\omega_1}{dt} = -\frac{\mu_T}{\Omega_0}\rho_1\omega_1 - \omega_3\omega_2 - \frac{\mu_T}{\Omega_0}Q\ ,\ \frac{d\omega_2}{dt} = -\frac{\mu_T}{\Omega_0}\rho_2\omega_2 + \omega_3\omega_1\ ,$$

$$\frac{d\omega_3}{dt} = -\frac{\mu_T}{\Omega_0}\rho_z\omega_3 + G_3\omega_1\omega_2 + \frac{a}{c}\frac{\sin\gamma}{r_3}\omega_2\ .$$

Эта система напоминает систему Лоренца (Lorenz, 1963, 2):

$$\dot{x} = \sigma\left(y - x\right), \dot{y} = rx - y - xz\ , \dot{z} = -bz + xy\ ,$$

Следовательно, при соответствующих параметрах система описывает стохастические режимы.

На рис. 2а, 2б представлены диаграммы режимов изотропного трения для эффективного числа Прандтля $\lambda / \mu_T = 1.0$ при величине угла γ в $\pm 1^{\circ}$ соответственно. Все обозначения соответствуют случаю нулевых углов (рис. 1а). Никаких других режимов по сравнению с рис. 1а не было обнаружено. Рис. 2б похож на рис. 1а,

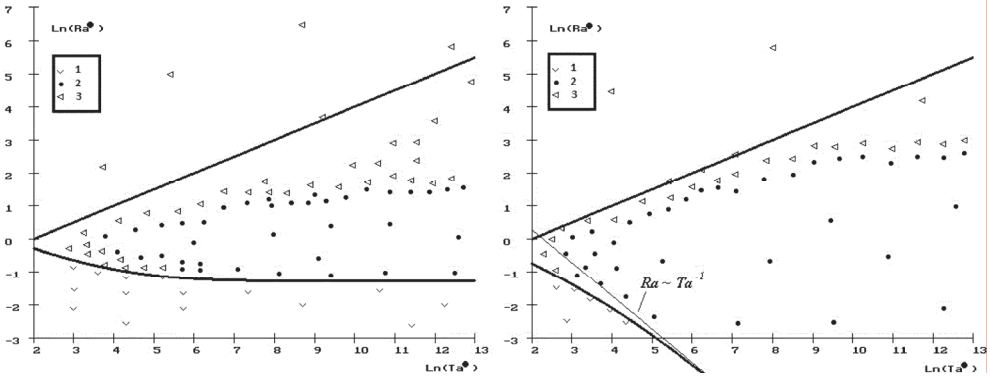


Рис. 2. Диаграммы режимов для изотропного трения при $\lambda / \mu_T = 1.0$; а – $\gamma = 0{,}1^{\circ}$, $\lambda_0 = 0$; б – $\gamma = -1^{\circ}$, $\lambda_0 = 0$

для которого $\gamma = 0$, только в нем увеличена область с режимом 3, а рис. 2а сильно сжат к центру диаграммы, по сравнению с диаграммой рис. 1а, поскольку для $\gamma > 0$ конвекция при малых $Ra^{\bullet}$ ослаблена по сравнению с $\gamma = 0$, а при $\gamma < 0$, наоборот, усилена (рис. 2б). Отметим также, что при $\gamma > 0$ (рис. 2а) переход к режиму $R_{\square}$ в верхней части диаграммы осуществляется при меньших $Ra^{\bullet}$, чем для $\gamma < 0$.

Рассмотрим подробнее нижнюю часть диаграммы рис. 2б, для которой $\gamma < 0$, а также других диаграмм, где $\tau < 0$ ($\gamma < 0$ или $\lambda_0 > 0$). Здесь соответствующая кривая отделяет области с режимами H и $R_{\pm}$, причем, как видно из рисунка, уже для выбранных значений $\ln(Ta^{\bullet}) > 3.0$ эта кривая соответствует граничной области, отделяющей H и $R_{\pm}$, полученной из расчетов по полной системе. При этом уже для $\ln(Ta^{\bullet}) > 5.0$ кривая практически близка к асимптоте $-\ln(Ta^{\bullet})$ первой формулы, также показанной на рис. 2б тонкой линией. Таким образом, нижняя граница смены режимов для $\gamma < 0$ описывается законом, близким к закону "–1".

На рис. 3а представлена диаграмма режимов для эффективного числа Прандтля $\lambda / \mu_T = 3.0$ при величине угла $\gamma = -1^{\circ}$. На диаграмме различные режимы отделены тонкими ломаными линиями. Там, где и положено, существует один режим Хэдли 1. Область 2 существования двух стационарных режимов R_+ и R_- сильно ограничена при умеренных числах Тэйлора периодическим режимом 4, представляющим собой в плоскости (ω_1, ω_2) намотку на несколько оборотов вокруг геострофического корня R_-, затем короткое огибание вокруг геострофического корня R_+, затем процесс в целом повторяется. Таким образом, это движение в фазовом пространстве (ω_1, ω_2, ω_3) похоже на стохастический аттрактор Лоренца (*Lorenz, 1963, 2*).

На рис. 3б приведены фазовые портреты системы (8) после того, как она вышла на него, стартовав от геострофического корня R_-. Расчет велся при числах Тейлора и Рэлея $\ln(Ta^{\bullet}) = 6.07$, $\ln(Ra^{\bullet}) = -\frac{1}{3}$. Символами "GR+", "GR–" и "GH" на рис. 3б отмечены стационарные решения геострофической системы. Заметим, что на границе областей, например, между режимами 2 и 4, может возникнуть промежуточный режим, совмещающий свойства этих двух соседних. Если система (8) стартует от геострофического корня R_-, то сначала некоторое длительное

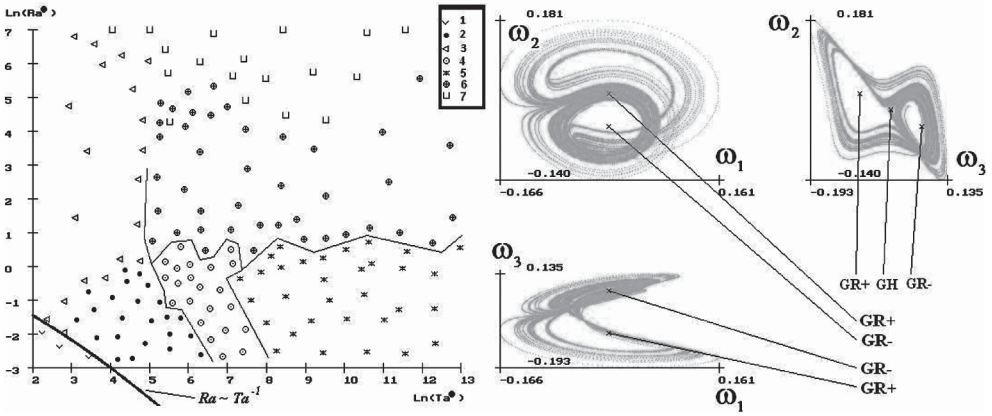


Рис. 3. а – Диаграмма режимов для изотропного трения при $\lambda / \mu_T = 3.0$; а – $\gamma = -1^o$, $\lambda_0 = 0$; б – Фазовые портреты системы (8) для анизотропного трения в плоскостях (ω_1, ω_2), (ω_1, ω_3), (ω_3, ω_2) после того, как она вышла на цикл. Расчеты проведены для параметров $a = 3.0$, $b = 2.0$, $c = 1.0$, $\lambda / \mu_T = 3.0$, $\gamma = -1^o$, $\lambda_0 = 0$, $\ln(Ta^\bullet) = \dfrac{607}{100} = 6.07$,

$$\ln(Ra^\bullet) = -\frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

время можно видеть очень слабые колебания около этого корня, т.е. имеет место метастабильное состояние, которое затем разрушается, и система уходит на стохастический аттрактор. При больших значениях числа Тэйлора имеем другой периодический процесс 5 – простые колебания в окрестности геострофических корней $R_\pm$. При увеличении параметра Рэлея наблюдаем известный нам режим 3 одного лишь решения R_-, сдавленный в сторону низких чисел Тэйлора режимами 6 и 7, которые описывают соответственно вращение в плоскости (ω_1, ω_2) вокруг геострофических корней $R_\pm$ и достаточно хаотическое движение. Как и для случая $\lambda / \mu_T = 1.0$, в этой диаграмме нижняя граница существования режимов $R_\pm$ соответствует закону "–1".

Теперь вспомним знаменитую диаграмму Фальца и др. (Fultz et al., 1964), в которой для экспериментов в кольцевом канале (с нагревом на внешней границе и охлаждением на внутренней) в параметрах $Ta - Ro_T$ была получена нижняя граница перехода от симметричного режима H к волновым $R_\pm$, которая в точности соответствует закону "–1". На рис. 4а приведена эта диаграмма, взятая из работы (*Hide and Mason, 1975*). Здесь абсцисса и ордината соответствуют с точностью до множителей числам $Ta^\bullet$ и $Ra^\bullet$. (Описание этих результатов имеется также в книге (*Лоренц, 1970*).) Указанный эксперимент проводился во вращающемся кольцевом канале, так что неизбежно возникающая центробежная сила приводила к наклону слоя жидкости в сторону внешней окружности (экватора). При этом центробежная сила также направлена в эту же сторону, т.е. к нагревателю. Таким образом, конфигурации экспериментов для кольцевого канала и рассмотренные в этой части работы при $\gamma < 0$ с точки зрения направления сил и параметров подобия эквивалентны. Фактически это означает, что наклон "–1" критической кривой

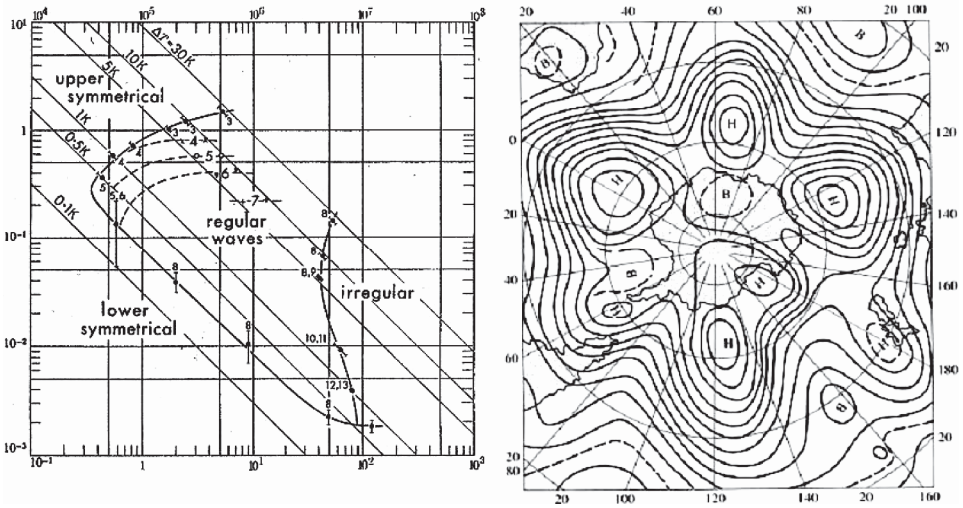


Рис. 4. а – Диаграмма режимов в координатах чисел Тэйлора и Рэлея для экспериментов Фальца в кольцевом канале (Hide and Mason, 1975); б – Цепочка циклонов над Антарктидой

экспериментов в кольцевых каналах объясняется действием центробежной силы, направленной в сторону экватора (нагревателя), и возникновением соответствующего угла наклона свободной поверхности жидкости.

Все показанные выше диаграммы режимов вблизи нижних ветвей перехода от циркуляции Хэдли (H) к режимам Россби ($R_{\pm}$) в целом схожи друг с другом. Различие проявляется только в форме зависимости $Ra^{\bullet}(Ta^{\bullet})$ асимптотик при $Ta^{\bullet} \to +\infty$ кривых смены режимов: от закона "–1/2" при $\gamma = 0$, $\lambda_0 = 0$ к законам "–1" и "const" при соответственно $\gamma < 0$, $\lambda_0 > 0$ и $\gamma > 0$, $\lambda_0 < 0$. Переход к этим формам осуществился благодаря достаточно большим числам Тэйлора, хотя сами значения углов, на первый взгляд, являются малыми величинами (: 1°). Вероятно, малость соответствующего угла и связанной с ним центробежной силы побудила Э.Лоренца в работах (*Lorenz, 1962, 1963, 1*) при построении 8- и 12-модовых систем пренебречь ими в исходных уравнениях, что в конечном итоге привело к зависимости "–1/2" для нижней ветви кривой смены режимов на диаграмме $Ta^{\bullet}$ – $Ra^{\bullet}$. (См. также Fig.15 статьи (*Hide and Mason, 1975*), авторы которой приводят результаты ряда других теоретических исследований). В результате в своей книге (*Лоренц, 1970*) Э.Лоренц пишет (стр. 204), что "Лоренц получил кривую смены режимов Хэдли и Россби, очень похожую на эмпирическую кривую Фальца, хотя абсолютный масштаб установить трудно." Ясно, что в данном случае из-за значительных чисел Тэйлора потеря симметрии ($\gamma = 0$, $\lambda_0 = 0$) в системе происходит при очень маленьких углах наклонов γ, λ_0, определяемых величиной τ_{cr}. Вероятно, что в экспериментах Фальца в кольцевых каналах смена асимптотик при $Ta^{\bullet} \to +\infty$ нижних ветвей диаграмм режимов может произойти при очень малых скоростях вращения ω_0, для которых переходы $H \to R_{\pm}$ не наблюдались.

В случае значительных чисел Ra, являющимся важным случаем для геофизических приложений, зональное течение становится неустойчивым, и можно видеть достаточно сложные конфигурации циклонов (рис. 4б), приходящих в соприкосно-

вение то с полюсом, то с экватором, и осуществляющих, таким образом, передачу тепла. При этом трение о дно кюветы существенно (см. (*Должанский, 1981*)).

Простейшая климатическая модель на основе взаимодействующих шестимодовых систем.

Несмотря на успехи шестимодовой модели Ф.В. Должанского в описании общих положений о циркуляционных атмосферных режимов, следует отметить ограниченную практическую ценность этой модели. Множество сложных колебательных и хаотических режимов не имеют прямой физической трактовки, их нельзя наглядно отождествить с известными из наблюдений вихрями, волнами, струями. Поэтому была предложена попытка самым простым образом распространить шестимодовую модель для описания взаимодействия циркуляционных режимов. Поскольку предполагается наличие в каждой климатической зоне своего циркуляционного колеса, то можно в самом простом случае рассмотреть три (четыре) взаимодействующие шестимодовые системы.

Северное полушарие разделено на три (четыре) широтные области – северная (N, холодное море), центральная (C, лес), южная (S, пустыня) (экваториальная (J, джунгли)), каждая в определенном широтном угле $\varphi_s < \varphi < \varphi_n$. В каждой области выбрано характерное значение широтного угла φ для вычисления параметра Кориолиса. По долготе рассматривается лишь небольшой сектор в $\lambda_e - \lambda_w = 15^o$, $\lambda_w < \lambda < \lambda_e$, центрированный на нулевом меридиане. Модель однослойная, никаких развитий в долготном направлении не предусмотрено. Общие схемы моделей приведены на рис. 5а, 5б.

Радиус Земли принят равным $R_{Earth} = 6400$ км. На основе него для каждой области вычисляются величины a, b, c в модели (8) как длины дуг в соответствующих направлениях:

$$2a = R_{Earth}\left(\varphi_n - \varphi_s\right),\ 2b = R_{Earth}\cos\varphi\left(\lambda_e - \lambda_w\right),\ c = 0.002a\ .$$

Суточная частота вращения Земли $\Omega_0 = 2\pi\ /\ (24{\cdot}3600)$ с$^{-1}$, ускорение силы тяжести $g = 9.8$ м/с^2, фоновая температура $T_* = 293$ K.

Параметры системы следующие: $\sigma = 5\mu_v / \Omega_0$, $\rho = 1$. Углы γ или λ_0 модели (8) формально могут быть учтены, однако это реализовано не было, т.е. углы были нулевыми. Рассматривается только анизотропный случай.

Значение коэффициента молекулярной кинематической вязкости $\nu = 15{\cdot}10^{-6}$ м^2/с, а коэффициента молекулярной теплопроводности $\mu = 21{\cdot}10^{-6}$ м^2/с, что соответствует значению числа Прандтля 0.7. Конечно, в рачетах были использованы значительно большие значения вязкости, однако не настолько, чтобы заглушить полностью общую климатическую динамику.

Взаимодействие между областями осуществлялось по компоненте градиента температуры вдоль меридиана, т.е. только в уравнении для q_1. Мерой взаимодействия является безразмерный коэффициент ε.

Для трехобластной модели взаимодействие определялось выражениями:

$$\Gamma_{CS} = -\frac{c_C}{c_S}\frac{a_S b_S}{a_C b_C} q_{1S}\ ,\ \Gamma_{CN} = -\frac{c_C}{c_N}\frac{a_N b_N}{a_C b_C} q_{1N}\ ;$$

$$\Gamma_S = -\frac{c_S}{c_C}\frac{a_C b_C}{a_S b_S} q_{1C}\ ;\ \Gamma_N = -\frac{c_N}{c_C}\frac{a_C b_C}{a_N b_N} q_{1C}\ .$$

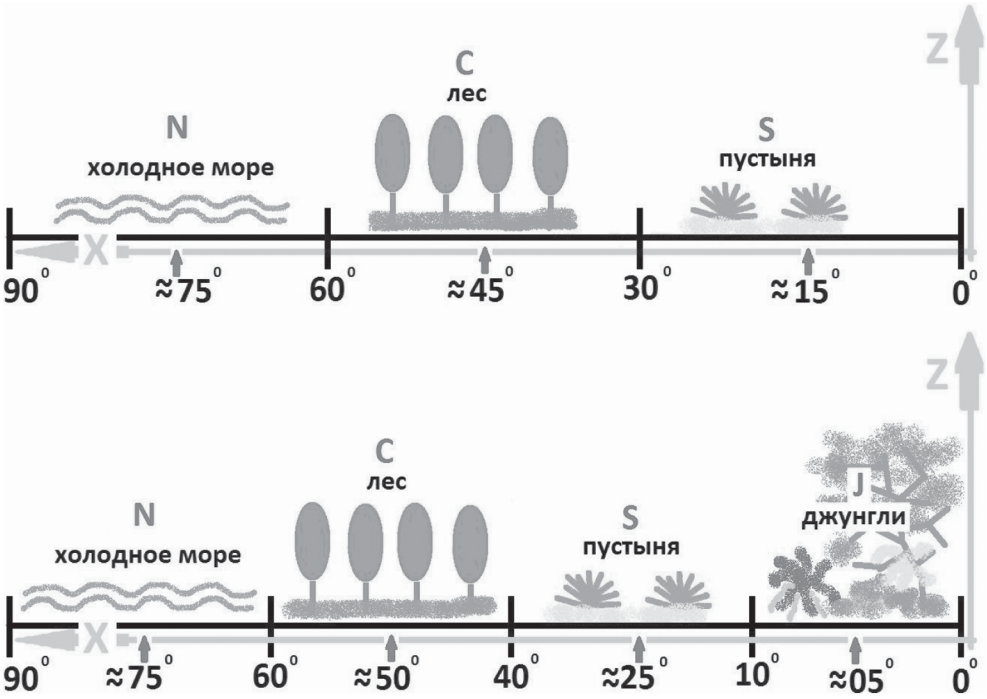


Рис. 5. а – Схема трехобластной модели; б – Схема четырехобластной модели

Для четырехобластной модели взаимодействие определялось выражениями:

$$\Gamma_{SJ} = -\frac{c_S}{c_J}\frac{a_J b_J}{a_S b_S} q_{1J} \ , \ \Gamma_{SC} = -\frac{c_S}{c_C}\frac{a_C b_C}{a_S b_S} q_{1C} ;$$

$$\Gamma_{CS} = -\frac{c_C}{c_S}\frac{a_S b_S}{a_C b_C} q_{1S} \ , \ \Gamma_{CN} = -\frac{c_C}{c_N}\frac{a_N b_N}{a_C b_C} q_{1N} ;$$

$$\Gamma_{J} = -\frac{c_J}{c_S}\frac{a_S b_S}{a_J b_J} q_{1S} \ ; \ \Gamma_{N} = -\frac{c_N}{c_C}\frac{a_C b_C}{a_N b_N} q_{1C} .$$

Эти величины определяют соответственно Γ_{north} или Γ_{south} в зависимости от типа модели, индексов и номера области. Например, для четырехобластной модели в центральной области $\Gamma_{north} = \Gamma_{CN}$, $\Gamma_{south} = \Gamma_{CS}$.

Приток тепла ε в систему (8) моделируется в данном варианте значительно сложнее, чем в шестимодовой модели.

В расчетах учитывается, что Земля вращается по эллиптической орбите $r_{SE} = (b^2_{orbit} / a_{orbit}) / (1+\varepsilon_{orbit} \cos\theta)$ вокруг Солнца, которое находится в одном из фокусов эллипса. Сохраняется угловой момент количества движения: $r^2_{SE} d\theta / dt = 2\pi a_{orbit} b_{orbit} / T_{orbit}$. Здесь T_{orbit} = 365 дней – период обращения по орбите. Эксцентриситет эллипса $\varepsilon_{orbit} = \sqrt{1 - b^2_{orbit} / a^2_{orbit}}$ определяется по полуосям a_{orbit}, b_{orbit}, которые связаны с минимальным и максимальным расстоянием от Солнца до Земли r_{SE}: $2a_{orbit} = r_{SE,\,min} + r_{SE,\,max}$, $2a_{orbit}\varepsilon_{orbit} = r_{SE,max} - r_{SE,min}$. Большая полуось эллипса $a_{orbit} \approx$ 150 млн км может считаться средним расстоянием от Земли до

Солнца. Известно, что в перигелии (3 января, $\theta = 0^o$) $r_{SE,min} = 147.3$ млн км, и в афелии (4 июля, $\theta = 180^o$) $r_{SE,\,max} = 152.1$ млн км.

Северный полюс Земли отвернут строго от Солнца 21 декабря (Земля не доходит до перигелия угол $\mu \approx 10.85^o$) на угол $\nu = 23.5^o$ (от вертикали к плоскости годичного вращения Земли). Это положение оси суточного вращения Земли сохраняется в процессе перемещения Земли вокруг Солнца, поэтому 22 июня будет Северный полюс будет повернут строго к Солнцу на этот же угол. Угол θ характеризует положение Земли на орбите: 21 декабря $\theta = 360^o - \mu$, 22 июня $\theta = 180^o - \mu$, 23 марта $\theta = 90^o - \mu$, 23 сентября $\theta = 270^o - \mu$.

Количество коротковолновой солнечной радиации, поступающей на 1 кв. м верхней поверхности земной атмосферы представляется формулой $\varepsilon_{SUN} = I_{SUN} \sin(h_{SUN}) / (r_{SE} / a_{orbit})^2$. Величина I_{SUN} определяется по солнечной постоянной $S_{SUN} \approx 4 \cdot 10^{26}$ Ватт: $I_{SUN} = S_{SUN} /(4\pi a^2_{orbit})$. В расчетах использовалось $I_{SUN} = 1370$ Ватт/м^2.

Угловая высота поднятия Солнца над горизонтом рассчитывается формулой:

$$\sin(h_{SUN}) = -\cos\theta n_x - \sin\theta n_y,$$
$$n_x = +\cos\varphi\cos\lambda\,(+\cos\mu\cos\alpha\cos\nu + \sin\mu\sin\alpha) +$$
$$+ \cos\varphi\sin\lambda\,(-\cos\mu\sin\alpha\cos\nu) + \sin\varphi\cos\mu\sin\nu,$$
$$n_y = +\cos\varphi\cos\lambda\,(-\sin\mu\cos\alpha\cos\nu + \cos\mu\sin\alpha) +$$
$$+ \cos\varphi\sin\lambda\,(+\sin\mu\sin\alpha\cos\nu + \cos\mu\cos\alpha) - \sin\varphi\sin\mu\sin\nu.$$

Обозначения: n_x, n_y – компоненты вектора нормали к исследуемой точке поверхности Земли в декартовых координатах, связанных с Солнцем; в той же системе компоненты единичного вектора от Солнца к Земле задаются как ($\cos\theta$, $\sin\theta$); λ – долгота точки, $\alpha = \Omega_0 t$ – часовой угол.

Формула, приведенная выше, значительно отличается от соответствующей из учебников по географии, она точнее и дает много преимуществ. Вычисление угловой высоты Солнца проводится в каждом требуемом в расчете моменте времени. Если эта высота меньше нуля, т.е. Солнце под горизонтом, то в данный момент в исследуемой точке Земли ночь, а поток коротковолновой радиации равен нулю. Времена восхода и захода Солнца, продолжительность светового дня, инсоляция в таком подходе доступны в любой момент времени. Расчеты суммарной за сутки инсоляции (в МДж/м^2) по этой формуле приведены на рис. 6.

Представляет интерес несколько вариантов. Первый – точный, т.е. учитывается строго чередование дня и ночи, а поток радиации считается по формуле. Второй вариант тоже учитывает смену дня и ночи, но поток радиации усредненный за световой день. Третий вариант не учитывает время суток, но поток осреднен за 24 часа. Вовсе не очевидно, что правильный вариант приведет численную модель к устойчивому и приемлемому решению. Возможно, вариант осредненного потока даст более правильные результаты.

Кроме этого следует заметить, что поток коротковолновой радиации несколько редуцирован за счет альбедо $A_{albedo} = 0.505$ (*Haney, 1971*).

Рассеянная радиация в модели не учитвается, как и поток отраженной радиации от подстилающей поверхности.

Температура воздуха связана с температурой подстилающей поверхности линейно $T_{surface} = T_{air} + t_{air} p_t$ с постоянным коэффициентом $p_t = 1/3$ (t_{air} – значение температуры воздуха в градусах Цельсия, T_{air} – градусы Кельвина) (*Хромов и Петросянц, 1994*). Если температура воздуха положительна, то соответствующая тем-

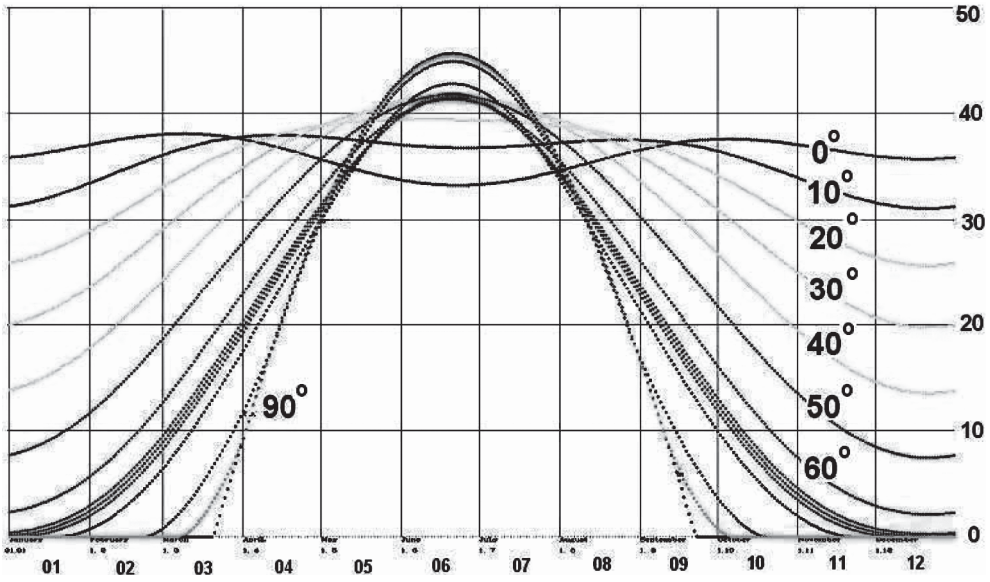


Рис. 6. Суммарной за сутки инсоляции (в МДж/м^2) в зависимости от времени года (номер месяца, абсцисса) и широты (градусы)

пература подстилающей поверхности еще выше, если температура воздуха отрицательна, то соответствующая температура подстилающей поверхности еще более отрицательна. Значения температуры подстилающей поверхности необходимы для вычисления направленного вверх потока уходящей радиации $\varepsilon_{\Uparrow} = \sigma T^4_{Surface}$, где постоянная Стефана–Больцмана $\sigma = 5.6697 \cdot 10^{-8}$ Ватт/(м^2 К^4). Противоизлучение атмосфера за счет водяного пара вычисляется по экспериментальной формуле, широко используемой в ряде работ: $\varepsilon_{\Downarrow} = \sigma T^4_{air}(1–0.261\exp(–7.77 \cdot 10^{-4} \cdot t^2_{air}))$ (*Brutsaert, 1975*; *Братсерт, 1985*; *Meissner, 1999*). Температура воздуха в зависимости от широты и времени года вводится в качестве внешних данных.

Для четырехобластной модели в экваториальной и северной областях необходимо учесть поток тепла ε_{water}, связанный с конденсацией. Количество конденсирующейся воды в секунду, вычисленное на основе количества осадков D в мм на 1 кв. м за год, определяет количество тепла (в Дж), переданного при конденсации атмосфере за 1 секунду на 1 кв. м: $\varepsilon_{wasser} = L \cdot D$ / (365·24·3600), где $L = 2.5 \cdot 10^6$ Дж/кг – удельная теплота парообразования. Данные на осадки взяты как внешние.

Далее снова запишем закон сохранения энергии через отклонение температуры (*Братсерт, 1985; Fieg, 1996; Кислов, 2011*):

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \left(\mathbf{u} \cdot \nabla\right) T' = \varepsilon = \frac{\varepsilon_{SUN}\left(1 - A_{albedo}\right) + \varepsilon_{\Downarrow} - \varepsilon_{\Uparrow} + \varepsilon_{water}}{C_p \Lambda_* h}.$$

В этой формуле h – высота слоя воздуха, которая может быть выражена как по гидростатике $\Pi_* = \Lambda_* g h$, так и по вертикальной оси эллипсоида, т.е. $h = 2c$. В расчетах принимались следующие значения плотности и теплоемкости $\Lambda_* = 1.3$ кг/м^3, $C_p = 1005$ Дж/(кг К).

Поэтому разница температур вдоль меридиана подчиняется уравнению

$$\frac{d\tau_1}{dt} = +\omega_2\tau_3 - \omega_3\tau_2 + a\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\ ,\ \varepsilon = \frac{\varepsilon_{SUN}(1-\alpha) + \varepsilon_{\Downarrow} - \varepsilon_{\Uparrow} + \varepsilon_{water}}{C_p\Lambda_* 2c}\ .$$

В уравнение для безразмерного градиента температуры вдоль меридиана q_1 будет входить следующая величина, являющаяся аналогом производной от бюджета по меридиональному направлению:

$$R = \frac{gc}{2ab\Omega_0^2}\frac{a\dfrac{\varepsilon(\varphi_{s+}) - \varepsilon(\varphi_{n-})}{\text{distance}}}{T_*}\ ,\ \text{distance} = R_{Earth}(\varphi_{n-} - \varphi_{s+})\ .$$

Расчеты по простейшей климатической модели.

Численная реализация системы осложняется невозможностью ее решения явными методами (семейство Рунге–Кутта), численная неустойчивость наступает даже при очень малых шагах, что связано с нелинейностью. Обозначим неизвестный вектор

$$Q = \{\omega_{1N}, \omega_{2N}, \omega_{3N}, q_{1N}, q_{2N}, q_{3N}, \omega_{1C}, \omega_{2C}, \omega_{3C}, q_{1C}, q_{2C}, q_{3C},$$

$$\omega_{1S}, \omega_{2S}, \omega_{3S}, q_{1S}, q_{2S}, q_{3S}, \omega_{1J}, \omega_{2J}, \omega_{3J}, q_{1J}, q_{2J}, q_{3J}\}^{trans}\ .$$

Была предложена следующая неявная аппроксимация первого порядка $A_{\delta t}Q_{\delta t} = B_0$ с вектором неизвестным в момент времени $t + \delta t$ и правой частью B_0, вычисляемой по известным значениям вектора Q в момент t. Для трех (четырех) взаимодействующих шестимодовых систем матрица $A_{\delta t}$ имеет размерность 18×18 (24×24), блочного вида, причем каждый блок имеет размерность 6×6. Вектор B_0 размерности 18 (24), как и вектор $Q_{\delta t}$. Каждый блок матрицы $A_{\delta t}$ соответствует какой-либо из областей N, C, S и, возможно, J. Все блоки формируются одинаково, также и соответствующие компоненты вектора B_0, поэтому в дальнейшем показан только один произвольный блок.

Правая часть B_0 вычисляется по значениям известного вектора Q в момент t, обозначенным надстрочным индексом 0:

$$B_0(1) = \frac{\omega_1^0}{\delta t} - (1-\beta)\rho_x\omega_1^0 + (1-\alpha)[+G_1\omega_2^0\omega_3^0 + \frac{\omega_2^0\sin\varphi\cos\lambda_0 - q_2^0\cos\gamma}{r_1}]\ ,$$

$$B_0(2) = \frac{\omega_2^0}{\delta t} - (1-\beta)\rho_y\omega_2^0 + (1-\alpha)[-G_2\omega_1^0\omega_3^0 - \frac{\omega_1^0\sin\varphi\cos\lambda_0 - q_1^0\cos\gamma}{r_2}] +$$

$$+(1-\alpha)[-\frac{a}{c}\frac{\sin\gamma}{r_2}q_3^0 + \frac{c}{a}\frac{\sin\varphi\sin\lambda_0}{r_2}\omega_3^0]\ ,$$

$$B_0(3) = \frac{\omega_3^0}{\delta t} - (1-\beta)\rho_z\omega_3^0 + (1-\alpha)[+G_3\omega_1^0\omega_2^0 + \frac{a}{c}\frac{\sin\gamma}{r_3}q_2^0 - \frac{c}{a}\frac{\sin\varphi\sin\lambda_0}{r_3}\omega_2^0]\ ,$$

$$B_0(4) = \frac{q_4^0}{\delta t} - (1-\beta)\rho_1 q_1^0 - R + (1-\alpha)[+\omega_2^0 q_3^0 - \omega_3^0 q_2^0 + \varepsilon(\Gamma_{north} + \Gamma_{south})]\ ,$$

$$B_0(5) = \frac{q_5^0}{\delta t} - (1-\beta)\rho_2 q_2^0 + (1-\alpha)[-\omega_1^0 q_3^0 + \omega_3^0 q_1^0]\ ,$$

$$B_0(6) = \frac{q_6^0}{\delta t} - (1-\beta)\rho_3 q_3^0 + (1-\alpha)[+\omega_1^0 q_2^0 - \omega_2^0 q_1^0] .$$

В основу неявной аппроксимации положено некоторое расщепление нелинейных слагаемых системы (8), подбираемое из возможности получения таким методом ограниченных решений при счете на длительное время. Матрица $A_{\delta t}$ записывается по столбцам (ввиду нехватки места) с использованием неизвестных значений вектора Q в момент $t + \delta t$. Используется локальная для каждой из областей N, C, S, J нумерация.

Часть $A_{\delta t}$ (1÷6,1÷3):

$$\begin{pmatrix}
1/\delta t + \beta\rho_x & \alpha[-\frac{\sin\varphi\cos\lambda_0}{r_1} - P_{\omega_2,\omega_3} G_1\omega_3] & -\alpha\tilde{P}_{\omega_2,\omega_3} G_1\omega_2 \\
\alpha[+\frac{\sin\varphi\cos\lambda_0}{r_2} + P_{\omega_1,\omega_3} G_2\omega_3] & 1/\delta t + \beta\rho_y & \alpha[+\tilde{P}_{\omega_1,\omega_3} G_2\omega_1 - \frac{c}{a}\frac{\sin\varphi\sin\lambda_0}{r_2}] \\
-\alpha P_{\omega_1,\omega_2} G_3\omega_2 & \alpha[-\tilde{P}_{\omega_1,\omega_2} G_3\omega_1 + \frac{c}{a}\frac{\sin\varphi\sin\lambda_0}{r_3}] & 1/\delta t + \beta\rho_z \\
0 & -\alpha P_{\omega_2,q_3} q_3 & +\alpha P_{\omega_3,q_2} q_2 \\
+\alpha P_{\omega_1,q_3} q_3 & 0 & -\alpha P_{\omega_3,q_1} q_1 \\
-\alpha P_{\omega_1,q_2} q_2 & +\alpha P_{\omega_2,q_1} q_1 & 0
\end{pmatrix};$$

Часть $A_{\delta t}$ (1÷6,4÷6):

$$\begin{pmatrix}
0 & +\alpha\frac{\cos\gamma}{r_1} & 0 \\
-\alpha\frac{\cos\gamma}{r_2} & 0 & +\alpha\frac{a}{c}\frac{\sin\gamma}{r_2} \\
0 & -\alpha\frac{a}{c}\frac{\sin\gamma}{r_3} & 0 \\
1/\delta t + \beta\rho_1 & +\alpha\tilde{P}_{\omega_3,q_2}\omega_3 & -\alpha\tilde{P}_{\omega_2,q_3}\omega_2 \\
-\alpha\tilde{P}_{\omega_3,q_1}\omega_3 & 1/\delta t + \beta\rho_2 & +\alpha\tilde{P}_{\omega_1,q_3}\omega_1 \\
+\alpha\tilde{P}_{\omega_2,q_1}\omega_2 & -\alpha\tilde{P}_{\omega_1,q_2}\omega_1 & 1/\delta t + \beta\rho_3
\end{pmatrix}.$$

Входящая функция двух аргументов $\tilde{P}_{p_1,p_2} = 1 - P_{p_1,p_2}$, явный вид существенной роли не играет.

Взаимодействие между шестимодовыми системами определяется матричными элементами, стоящими не в главных блоках, в общей нумерации матрицы $A_{\delta t}$ они выписаны далее.

Для трех систем: $A_{\delta t}(04,10) = -\alpha\varepsilon \frac{c_N}{c_C}\frac{a_C b_C}{a_N b_N}$, $A_{\delta t}(10,04) = -\alpha\varepsilon \frac{c_C}{c_N}\frac{a_N b_N}{a_C b_C}$,

$A_{\delta t}(10,16) = -\alpha\varepsilon \frac{c_C}{c_S}\frac{a_S b_S}{a_C b_C}$, $A_{\delta t}(16,10) = -\alpha\varepsilon \frac{c_S}{c_C}\frac{a_C b_C}{a_S b_S}$.

Для четырех систем: $A_{\delta t}(04,10) = -\alpha\varepsilon \frac{c_N}{c_C}\frac{a_C b_C}{a_N b_N}$,

$A_{\delta t}(10,04) = -\alpha\varepsilon \frac{c_C}{c_N}\frac{a_N b_N}{a_C b_C}$, $A_{\delta t}(10,16) = -\alpha\varepsilon \frac{c_C}{c_S}\frac{a_S b_S}{a_C b_C}$,

$A_{\delta t}(16,10) = -\alpha\varepsilon \frac{c_S}{c_C}\frac{a_C b_C}{a_S b_S}$, $A_{\delta t}(16,22) = -\alpha\varepsilon \frac{c_S}{c_J}\frac{a_J b_J}{a_S b_S}$,

$A_{\delta t}(22,16) = -\alpha\varepsilon \frac{c_J}{c_S}\frac{a_S b_S}{a_J b_J}$.

Для разъяснения произведем явную запись схемы для первой строки матричного уравнения $A_{\delta t}Q_{\delta t} = B_0$ (т.е. для компоненты ω_1):

$$+A_{\delta t}(1,1)\omega_1 + A_{\delta t}(1,2)\omega_2 + A_{\delta t}(1,3)\omega_3 + A_{\delta t}(1,4)q_1 + A_{\delta t}(1,5)q_2 + A_{\delta t}(1,6)q_3 =$$

$$= \frac{\omega_1}{\delta t} + \beta\rho_x\omega_1 - \alpha\frac{\sin\varphi\cos\lambda_0}{r_1}\omega_2 - \alpha P_{\omega_2,\omega_3} G_1\omega_3\omega_2 - \alpha\tilde{P}_{\omega_2,\omega_3} G_1\omega_2\omega_3 + \alpha\frac{\cos\gamma}{r_1}q_2 =$$

$$= \frac{\omega_1^0}{\delta t} - (1-\beta)\rho_x\omega_1^0 + (1-\alpha)G_1\omega_2^0\omega_3^0 + (1-\alpha)\frac{\left(\omega_2^0\sin\varphi\cos\lambda_0 - q_2^0\cos\gamma\right)}{r_1}.$$

Выбор $\tilde{P}_{\omega_2,\omega_3}$ В $1 - P_{\omega_2,\omega_3}$ как раз и ликвидирует в этом выражении какой-либо эффект от функции P_{ω_2,ω_3}. Сформировалось нелинейное уравнение, причем нелинейность имеет происхождение напрямую от нелинейности системы (8). Окончательно это уравнение переписывается в следующем виде

$$\frac{\omega_1 - \omega_1^0}{\delta t} = +\alpha G_1\omega_2\omega_3 + (1-\alpha)G_1\omega_2^0\omega_3^0 +$$

$$+\alpha\frac{\omega_2\sin\varphi\cos\lambda_0 - q_2\cos\gamma}{r_1} + (1-\alpha)\frac{\omega_2^0\sin\varphi\cos\lambda_0 - q_2^0\cos\gamma}{r_1}$$

$$-\beta\rho_x\omega_1 - (1-\beta)\rho_x\omega_1^0 .$$

которое соответствует аппроксимации первого порядка уравнения для компоненты ω_1 из системы (8). Из этой формы записи можно видеть, что диссипативное слагаемое разделено на две части неявного и явного учета с коэффициентами соответственно β, (1–β), а связанные с волчком слагаемые тоже разделены на неявные и явные с коэффициентами α, (1–α). Параметры неявной схемы α = 0.8, β = 0.0. Аналогично и для остальных компонент.

В линейном приближении из системы шести уравнений (8) можно получить частоту гравитационных волн : $2\Omega_0 / \sqrt{r_1 r_2}$ (*Гледзер, 2003*). Эти волны будут присутствовать как высокочастотные колебания в системе и не представляют

интереса с климатической точки зрения. Однако они требуют рассмотрения в численной схеме, иначе возникнет числовая неустойчивость. Матричный вид неявной схемы $A_{\delta t}Q_{\delta t} = B_0$ позволяет итерационно решать нелинейную систему получаемых уравнений, и сходимость быстрая (4 итерации). В расчетах шаг $\delta t \approx$ 6.875 секунд.

Обработка результатов расчета проводилась с помощью метода скользящего осреднения с определенным периодом. С этим методом можно существенно сгладить все высокочастотные колебания, вызванные гравитационными волнами, в итоге получается картина, демонстрирующая общие климатические изменения.

На рис. 7аб показаны горизонтальные и вертикальные разности температур для северной (N) и центральной (C) областей. Параметры расчета: первый вариант коротковолновой радиации, $\varepsilon = +0.004$, $\nu = 1.5 \cdot 10^{-3}$ м^2/с. Период осреднения 90 дней. На рис. 7аб отклонения τ_{2N}, τ_{2C} показывают годовой ход изменения температуры, в то же время для τ_{3N}, τ_{3C} наблюдаются медленные вариации с изменением температуры на 0.2 ÷ 0.5 градусов. При этом амплитуды годовых вариаций величины τ_{2N} на рис. 7а и средние значения величины τ_{2C} на рис. 7б приближенно постоянны в течение ряда лет, а затем быстро меняют свою величину.

На рис. 8а показаны горизонтальные и вертикальные разности температур для северной (N) и южной (S) областей. Параметры расчета: первый вариант коротковолновой радиации, $\varepsilon = -0.003$, $\nu = 6 \cdot 10^{-3}$ м^2/с. Период осреднения 360 дней.

На рис. 8б показана амплитуда завихренности для северной (N) и южной (S) областей. Параметры расчета: первый вариант коротковолновой радиации, $\varepsilon = -0.003$, $\nu = 6 \cdot 10^{-3}$ м^2/с. Эта амплитуда характеризует усиление или ослабление полей скорости в рассматриваемых областях. Период осреднения 360 дней.

Из рисунков следует, что в данной модели проявляются долгопериодные, порядка нескольких и десятков лет, колебания температуры. Такие колебания объясняются взаимодействием климатических областей, показанных на рис. 5а, 5б.

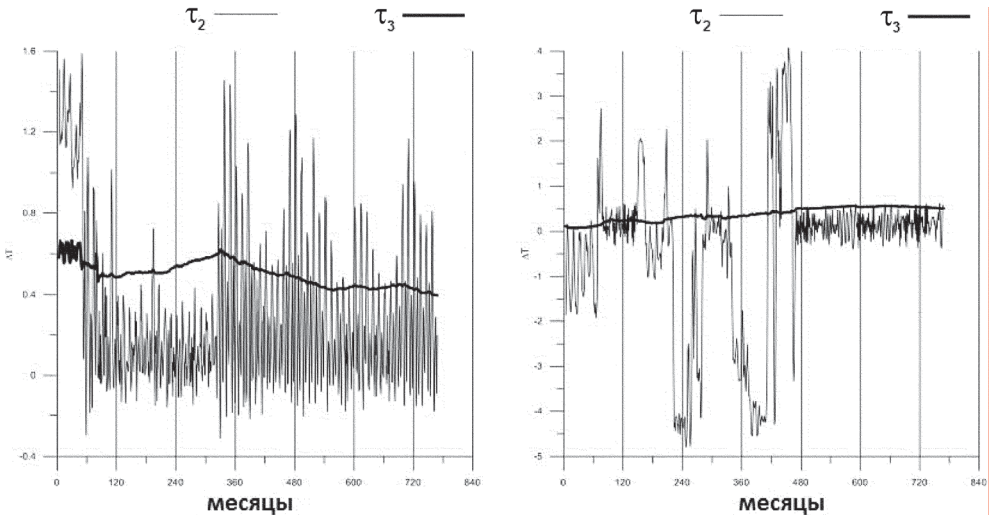


Рис. 7. Горизонтальные (τ_{2N}, τ_{2C}) и вертикальные (τ_{3N}, τ_{3C}) разности температур для северной (N, а) и центральной (C, б) областей. Вертикальные линии отделяют декады

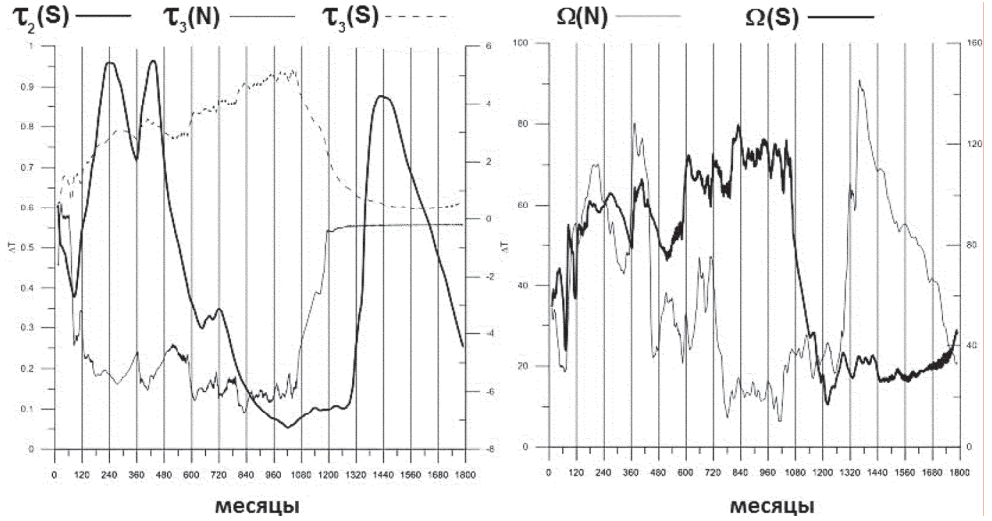


Рис. 8. а – Горизонтальные (τ_{2S}) и вертикальные (τ_{3N}, τ_{3S}) разности температур для северной (N) и южной (S) областей; б – Амплитуда завихренности для северной (N) и южной (S) областей. Вертикальные линии отделяют декады

В заключение отметим, что длиннопериодные колебания типа климатических удается получить на основе простейшей диссипативной шестимодовой модели Ф.В. Должанского для трех взаимодействующих по широтному углу областей, при задании коротковолновой инсоляции и рассмотрении длинноволнового излучения.

2.3. Центры действия атмосферы и их модели

2.3.1. МП-модель для центров действия атмосферы

В (*Мохов и Петухов, 2000*) для качественной оценки изменений характеристик центров действия атмосферы (ЦДА) при климатических изменениях предложена модель (далее МП-модель), основанная на линеаризованном уравнении для вихря скорости на эквивалентно-баротропном уровне H_* в атмосфере (*Блинова, 1943*). В (*Мохов и Петухов, 2000*) получено аналитическое решение для доминирующей сферической гармоники $Y_5^2(\theta, \lambda)$ с учетом зависимости вертикального температурного градиента тропосферы от приповерхностной температуры $\gamma = \gamma(T_S)$ (*Мохов, 1983; Мохов и Акперов, 2006*). Для получения решения на произвольном уровне использовалось уравнение гидростатики, уравнение состояния и линейный вертикальный профиль температуры в тропосфере:

Согласно МП-модели относительные вариации интенсивности ЦДА могут быть оценены с использованием следующего соотношения:

$$\frac{\delta P_S'}{P_S'} \approx \frac{\delta F}{F} + \frac{\delta U_*}{U_*} + \frac{\delta T_S'}{T_S'}, \qquad (1)$$

где P'_S, T'_S – незональные компоненты приповерхностного давления и температуры, U_* – средняя зональная скорость ветра на уровне H_*, F – функция, зависящая от вариаций вертикального температурного градиента тропосферы $\gamma_S \equiv (\partial\gamma / \partial T_S)$

$$F = \frac{(1-\gamma_S H_*)(1-\gamma_S H_0)}{\left[1-(H_0+H_*)\gamma_S\right]}$$

H_0 – высота однородной атмосферы, δX – вариации соответствующей переменной X.

Из (1) следует, что положительные относительные вариации $\delta F/F$ способствуют усилению ЦДА (положительным аномалиям давления в антициклоне и отрицательным аномалиям давления в циклоне). Согласно МП-модели положительные относительные вариации $\delta F/F$ возможны при:

$$\frac{1}{H_0} < \frac{\partial\gamma}{\partial T_S} < \frac{2}{H_0 + H_*}$$

или при:

$$\frac{\partial\gamma}{\partial T_S} > \frac{1}{H_*}$$

Следует отметить, что $(\partial\gamma / \partial T_S)$ характеризует обратную величину высоты $\gamma_S = (1/H_{CR})$, выше которой с ростом T_S температура атмосферы уменьшается (*Мохов, 1993*).

При $H_0 = 8$ км, $H_* = 5$ км эти неравенства сводятся к следующим условиям:

$$0{,}12 km^{-1} < \frac{\partial\gamma}{\partial T_S} < 0{,}15 km^{-1}, \qquad (2а)$$

$$\frac{\partial\gamma}{\partial T_S} > 0{,}2 km^{-1}. \qquad (2б)$$

На основе (1) можно качественно оценивать относительную роль различных климатических переменных в формировании чувствительности характеристик ЦДА к климатическим изменениям, как антропогенным, вследствие увеличения содержания в атмосфере парниковых газов, так и естественным, связанных, например, с явлением Эль-Ниньо (см., напр. (*Мохов и Хон, 2005; Хон и Мохов, 2006*)).

С использованием МП-модели можно, в частности, дать качественное объяснение долгопериодной тенденции углубления Алеутского и Исландского минимумов при глобальном потеплении, а также значительных межгодовых вариаций Алеутского минимума, связанных с явлением Эль-Ниньо. Согласно соотношению (1) вариации интенсивности ЦДА зависят от вариаций вертикального температурного градиента тропосферы, среднего зонального ветра в средней тропосфере и незонального компонента приповерхностной температуры. Пространственное распределение вариаций вертикального температурного градиента свидетельствует об общем ослаблении статической устойчивости тропосферы внетропических широт при потеплении. При этом существенные положительные вариации вертикального температурного градиента тропосферы при потеплении отмечены, в частности, в высоких широтах над Тихим и Атлантическим океанами. Согласно МП-модели эти вариации удовлетворяют условию углубления Алеутского и Исландского минимумов (2б) при потеплении.

Вариации среднего зонального ветра зависят от типа потепления. При глобальном антропогенном потеплении, с уменьшением меридионального градиента температуры в тропосфере, скорость зонального ветра в тропосфере должна ослабевать. В случае явления Эль-Ниньо, с увеличением меридионального градиента температуры в тропосфере, скорость ветра в тропосфере должна усиливаться. Во время Эль-Ниньо, вследствие интенсификации среднего зонального ветра на уровне струйного течения, происходит общее усиление среднего зонального ветра в средней тропосфере. В этом случае явление Эль-Ниньо способствует интенсификации Алеутского минимума.

На основе МП-модели можно качественно оценить тенденции изменения относительных местоположений экстремумов приповерхностного давления и температуры, например для местоположения зимнего Сибирского антициклона относительно азиатского (якутского) центра холода при климатических изменениях. Согласно МП-модели изменение $\delta\Delta\lambda$ между приповерхностными полями температуры и давления определяется соотношением:

$$\delta\Delta\lambda \approx \frac{\widetilde{L}_{Ro}\widetilde{U}_{*}}{\left(U_{*cr}-U_{*}\right)^{2}}\delta U_{*}, \qquad (3)$$

где $\widetilde{L}_{Ro}$ и $\widetilde{U}_{*}$ – соответственно средние величины радиуса деформации Россби и зональной скорости на уровне H_{*} при климатических вариациях.

Согласно (3) усиление зонального потока, в частности, связанное с Эль-Ниньо, должно приводить к увеличению долготного сдвига между Сибирским максимумом и якутским центром холода $\Delta\lambda_{С–Я}$. Эти модельные оценки хорошо согласуются с данными наблюдений.

Проведенный анализ климатических вариаций ЦДА с использованием МП-модели позволил дать качественное объяснение долгопериодных тенденций изменения характеристик ЦДА и их межгодовой изменчивости. В частности, дано

качественное объяснение долгопериодной тенденции углубления Алеутского и Исландского минимумов при глобальном потеплении, а также значительных межгодовых вариаций Алеутского минимума, связанных с явлением Эль-Ниньо. Согласно этой модели вариации интенсивности ЦДА зависят от вариаций вертикального температурного градиента тропосферы, среднего зонального ветра в средней тропосфере и незонального компонента приповерхностной температуры. Пространственное распределение вариаций вертикального температурного градиента свидетельствует об общем ослаблении статической устойчивости тропосферы внетропических широт при потеплении. При этом существенные положительные вариации вертикального температурного градиента тропосферы при потеплении отмечены, в частности, в высоких широтах над Тихим и Атлантическим океанами. Согласно МП-модели, эти вариации удовлетворяют условию углубления Алеутского и Исландского минимумов при потеплении. Вариации среднего зонального ветра зависят от типа потепления. При глобальном антропогенном потеплении, с уменьшением меридионального градиента температуры, скорость зонального ветра должна ослабевать. В случае явления Эль-Ниньо, с увеличением меридионального градиента температуры, скорость ветра должна усиливаться. Показано, что во время Эль-Ниньо, вследствие интенсификации среднего зонального ветра на уровне струйного течения, происходит общее усиление среднего зонального ветра в средней тропосфере. В этом случае явление Эль-Ниньо способствует интенсификации Алеутского минимума.

С использованием МП-модели качественно оценена тенденция изменения долготного сдвига между приповерхностными полями давления и температуры, в частности, между Сибирским максимумом давления и якутским центром холода. Усиление зонального потока, связанное с Эль-Ниньо, должно приводить к увеличению долготного сдвига между Сибирским максимумом и Якутским центром холода. Эти модельные оценки хорошо согласуются с данными наблюдений.

2.3.2. Гамильтоновая динамическая система антиподальных точечных вихрей на вращающейся сфере

В (*Мохов и др., 2010; Mokhov et al., 2013*) получены уравнения динамики точечных вихрей на сфере непосредственно из уравнений гидродинамики, как их точное слабое решение. На основе этого решения, точно учтен эффект вращения сферы на взаимодействие точечных вихрей. Показано, что динамическая система, традиционно используемая для описания взаимодействия точечных вихрей на сфере, не соответствует точному слабому решению уравнения сохранения завихренности на сфере, когда для выполнения условия Гаусса (о равенстве нулю интеграла от завихренности по поверхности сферы) вводят компенсирующую постоянную завихренность, однородно распределенную по сфере. При этом обычно не учитывается функция тока, связанная с такой компенсирующей завихренностью для формирования точного слабого решения уравнений гидродинамики. Наоборот, учет указанной функции тока, приводит к уравнениям динамики точечных вихрей на сфере, которые уже являются точным слабым решением уравнения сохранения завихрености (и на неподвижной и на вращающейся сфере), описывая взаимодействие именно пар точечных антиподальных вихрей (АПВ). Установлено, что только АПВ можно рассматривать в качестве элементарного

(первичного и стационарного – не оказывающего воздействия самого на себя) сингулярного вихревого объекта на сфере, удовлетворяющего стационарным уравнениям гидродинамики на сфере. Предложено использовать АПВ для моделирования глобальных вихрей Барретта, введенных в (*Барретт, 1958*) в связи с описанием наблюдаемых глобальных вращений атмосферных масс, имеющих оси вращения, не совпадающие с осью вращения планеты.

Для понимания ключевых физических процессов и характерных вихревых режимов в атмосфере и океане целесообразно и даже необходимо исследование фундаментальных особенностей динамики жидкости на вращающейся сфере. Наряду с детальными сложными теоретическими моделями необходимы разносторонние исследования вихревых структур, в том числе вихревых волн и сингулярных (точечных) вихрей в рамках базовых (максимально редуцированных) моделей, основанных на фундаментальных законах сохранения и допускающих интегрируемые решения.

Для решения проблем вихревой атмосферной динамики планетарного масштаба необходимо учитывать вращение планеты. Динамика точечных (сингулярных) вихрей на вращающейся сфере рассматривалась в рамках различных приближений (см., напр. (*Громека, 1885; Zermelo, 1902; Богомолов, 1977, 1979; Di-Batista and Polvani, 1998; Dritschel et al., 2015*) и др.). Например, уравнения, описывающие динамику точечных вихрей на сфере, вводились из кинематических соображений с использованием представления поля скорости заданным сингулярным распределением поля вихря (типа закона Био–Савара–Лапласа). При этом исследования сингулярных вихрей и вихревых волн на вращающейся сфере, допускаемые, в частности, решением одного и того же уравнения сохранения абсолютной завихренности (УСАЗ) в тонком слое идеальной несжимаемой жидкости на вращающейся сфере, ранее обычно проводились независимо.

До (*Мохов и др., 2010; Mokhov et al., 2013*) не было примеров точного учета вращения сферы на взаимную динамику точечных вихрей. Далее приводится точное слабое решение для УСАЗ. Оно представляется в виде гамильтоновой конечномерной динамической системы дифференциальных уравнений, описывающей взаимодействие точечных вихрей при точном учете эффекта вращения сферы. При этом полученная система динамических уравнений, описывающая взаимодействие произвольного числа антиподальных вихрей (АПВ), используется для моделирования взаимодействия глобальных вихрей Барретта. Ранее вихри Барретта рассматривались только в рамках исследований регулярных волновых решений УСАЗ.

Элементарные вихревые объекты на сфере

При рассмотрении динамики точечных вихрей на сфере представляется важным установление элементарного (первичного, стационарного) сингулярного вихревого объекта, характерного для динамики на замкнутой односвязной сферической поверхности. Для сравнения, например, на плоскости элементарным вихревым объектом является один точечный вихрь, который не производит самоиндуцированного движения и остается неподвижным. Создаваемая им функция тока, обеспечивающая движение жидких частиц с конечной скоростью вне точки расположения вихря, соответствует точному решению двумерных уравнений гидродинамики. В (*Мохов и др., 2010*) показано, что для случая сферической замкнутой односвязной поверхности аналогичным элементарным вихревым объектом может являться только система АПВ, состоящая их двух точечных вихрей

равной, но разного знака, интенсивности, расположенных в диаметрально противоположных точках сферы.

Основные выводы далее связаны с рассмотрением предложенного в (*Мохов и др., 2010*) нового подхода к описанию динамики точечных вихрей на вращающейся сфере именно в виде системы АПВ. Следует отметить особенности, отличающие описываемую далее теорию точечных вихрей на сфере от традиционного рассмотрения этих сингулярных объектов на сфере.

Традиционно в качестве элементарного сингулярного вихревого объекта на сфере, как и на неограниченной плоскости, рассматривают единичный точечный вихрь ((*Богомолов, 1977, 1979; Dritschel and Boatto, 2015*) и др.), которому соответствует функция тока (для простоты, пусть точечный вихрь расположен на полюсе сферы, где дополнение к широте $\theta = 0$)

$$\psi_1 = \frac{\Gamma_1}{4\pi}\ln\left(\frac{1}{1-\cos\theta}\right), \tag{1}$$

В (1) Γ_1 – величина циркуляции такого вихря. Для функции тока (1) величина завихренности представляется в виде

$$\omega_1 = -\Delta\psi_1 = \frac{\Gamma_1}{4\pi r^2}\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\ln(1-\cos\theta) = \frac{\Gamma_1}{2r^2}\delta(\theta) - \frac{\Gamma_1}{4\pi r^2}, \tag{2}$$

где δ – дельта – фунция Дирака. Интеграл от распределения завихренности (2) по поверхности сферы радиуса r имеет вид $r^2\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}d\theta\sin\theta\omega_1 = -\Gamma_1$. Отличие от нуля этого интеграла обусловлено именно наличием второго члена в правой части (2), связанного с постоянной однородной завихренностью. Таким образом, согласно (2), функция тока (1) описывает не только поле точечного вихря, но и вполне определенную постоянную однородную завихренность, приводящую к отличию от нуля интеграла по поверхности сферы от (2). При этом обычно для обеспечения выполнения условия Гаусса (*Dritschel and Boatto, 2015*) или теоремы Кельвина (*Богомолов, 1979*) к (2) добавляют компенсирующую постоянную завихренность ω_0, имеющую ту же величину, что и второй член в правой части (2.2), но обладающую при этом противоположным знаком. В результате для завихренности $\omega = \omega_1 + \omega_0$, условие Гаусса оказывается выполненным и имеющим вид

$$r^2\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}d\theta\sin\theta\omega = 0\cdot \tag{3}$$

При этом, как это следует из (2), постоянная величина ω_0 в (3) должна иметь вид

$$\omega_0 = \frac{\Gamma_1}{4\pi r^2}\cdot \tag{4}$$

В (*Богомолов, 1979*) отмечено, что “легко доказать, что наличие постоянной завихренности ω_0 не изменяет уравнений движения точечных вихрей...“, но соответствующего доказательства нигде не приводится (см. также (*Dritschel and Boatto, 2015*)).

Судя по всему впервые вопрос о возможном влиянии завихренности (4) на динамику жидких частиц и, соответственно, на динамику других вихрей рассмотрен в (*Мохов и др., 2010*). Для этого был определен вид функции тока ψ_{10},

которая соответствует завихренности (4) согласно соотношению $\omega_0 = -\Delta\psi_{10}$. Вид этой функции получается из решения уравнения:

$$\omega_0 = \frac{\Gamma_1}{4\pi r^2} = -\frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial\psi_{10}}{\partial\theta}. \quad (5)$$

Учитывая постоянность величины завихренности ω_0, уравнение (5) можно легко решить и найти вид функции тока (которую надо добавлять к функции тока ψ_1 в (1)), определенной вне точек $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ (где $\sin\theta = 0$):

$$\psi_{10} = C_0 - \frac{C_1}{2}\ln(\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}) + \frac{\Gamma_1}{4\pi}\ln(\sin\theta), \quad (6)$$

где C_0 и C_1 – произвольные постоянные интегрирования. Из (1) и (6) следует выражение (если принять, что $C_0 = 0; C_1 = -\frac{3\Gamma_1}{4\pi}$) для суммарной функции тока

$$\psi = \psi_1 + \psi_{10} = \frac{\Gamma_1}{2\pi}\ln(\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}). \quad (7)$$

Функция тока (7) совпадает с рассматриваемой далее функцией тока, соответствующей АПВ.

Соотношение $\omega = -\Delta\psi$, используемое для функции тока (7), приводит к следующему представлению для завихренности АПВ

$$\omega = \frac{\Gamma_1}{r^2}(\delta(\theta) - \delta(\theta - \pi)). \quad (8)$$

Величина ω в (8) совпадает с рассмотренной далее величиной ω_{0V} при $r = R$ и $\Gamma_1 = \Gamma_0$.

Обычное игнорирование динамической роли компенсирующей завихренности (4) не представляется правильным. Ее учет приводит к необходимости рассмотрения именно АПВ во всех тех случаях, когда требуется возможность независимого введения интенсивностей точечных вихрей, которые могут теперь относиться к разным АПВ и при этом условие Гаусса и теорема Кельвина, выраженные равенством (3), автоматически удовлетворяются. Важность отличия в использовании функций тока в виде (1) или в виде (7) особенно проявляется при рассмотрении далее точного слабого решения уравнения сохранения абсолютной завихренности на вращающейся сфере, когда уравнения динамики точечных вихрей оказываются напрямую зависящими от вида используемой базовой функции тока. При этом, например, для случая двух точечных вихрей на неподвижной сфере траектории движения вихрей, рассчитанные на основе использования (1) и (7) точно совпадают. В случае же, когда число вихрей $N > 2$ или даже при N=2, но при учете вращения сферы такое совпадение траекторий уже отсутствует. Это указывает на необходимость рассмотрения именно системы АПВ в качестве элементарных вихревых объектов на сфере.

Следует отметить, что требование обращения в нуль суммарной интенсивности точечных вихрей на сфере обусловлено, согласно (*Громека, 1885*), не только необходимостью выполнения условия (3), но еще и требованием того, что “скорость каждой жидкой частицы, не лежащей бесконечно близко к которому-либо из бесконечно тонких вихрей, имела конечную величину“. Это означает, что при рассмотрении (*Богомолов, 1979; Dritschel and Boatto, 2015*) ненулевой суммарной интенсивности точечных вихрей на сфере отмеченная скорость жидких частиц уже не сможет быть конечной именно при обычно используемом представлении

об отсутствии динамического эффекта на жидкие частицы и вихри со стороны постоянной компенсирующей завихренности, обеспечивающей выполнение условия Гаусса (3). Однако, как показано выше, этого противоречия уже не возникает, если вместо функции тока (1) использовать функцию тока (7), когда фактически вместо введения компенсирующей однородной завихренности следует использовать именно АПВ, как это и предлагается в (*Громека, 1885*).

Можно показать, что в отличие от функции тока (1), функция тока (7) удовлетворяет исходным трехмерным уравнениям гидродинамики (используемым при выводе УСАЗ в тонком слое идеальной несжимаемой жидкости на вращающейся сфере – см. далее).

В случае стационарного режима, когда отлична от нуля только зональная компонента поля скорости $V_\varphi = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta}$, уравнения гидродинамики идеальной несжимаемой жидкости в сферических координатах (r, θ, φ) имеют вид (здесь, для простоты, рассмотрен случай неподвижной сферы в аксиально симметричном случае, когда отсутствует зависимость от угловой переменной φ)

$$\frac{V_\varphi^2}{r} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial r}, \tag{9}$$

$$\frac{V_\varphi^2}{r} ctg\theta = \frac{1}{r\rho_0}\frac{\partial p}{\partial \theta}. \tag{10}$$

Условие совместности уравнений (9) и (10) имеет вид (оно является следствием равенства $\frac{\partial^2 p}{\partial \theta \partial r} = \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta}$ и получается при дифференцировании левой и правой частей уравнения (9) по θ и дифференцирования левой и правой частей уравнения (10) по r – после сокращения r в знаменателях слева и справа в (10))

$$\frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \theta} = \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} ctg\theta. \tag{11}$$

Для функции тока АПВ (7) имеем представление $V_\varphi = \frac{\Gamma_1}{r\pi \sin\theta}$, которое, как нетрудно проверить, удовлетворяет условию (11) при любых значениях переменных r; θ. В то же время, для функции тока (1) имеем

$$V_\varphi = \frac{\Gamma_1}{4r\pi} ctg(\frac{\theta}{2}). \tag{12}$$

При подстановке (12) в (11) получаем, что поле скорости (12), соответствующее функции тока (1), не удовлетворяет условию (12) при любых значениях θ, и для этого поля скорости уравнения гидродинамики (9) и (10) не являются совместными.

Таким образом, функция тока (1) не может описывать никакого реализуемого гидродинамического течения в отличие от функции тока АПВ вида (7).

Волны Россби и вихри Барретта

Уравнение сохранения абсолютной завихренности

Россби (*Rossby, 1939*) были получены долгоживущие квазистационарные планетного масштаба структуры (центры действия атмосферы – ЦДА) после исключения флуктуаций поля давления, связанных с подвижными циклонами. Для мо-

делирования режимов типа ЦДА, линейное решение уравнения сохранения абсолютной завихренности (УСАЗ) было использовано Россби в приближении β-плоскости. Дальнейшее исследование этой проблемы было проведено в (*Haurwitz, 1940; Craig, 1945; Neamtan, 1946; Barrett, 1958*) для вращающейся сферы. УСАЗ в сферических координатах, (r, θ, ϕ), для этого случая имеет вид (*Batchelor, 1967*) при $r = R$, где R – радиус сферы:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{V_\theta}{R}\frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \frac{V_\varphi}{R\sin\theta}\frac{\partial \omega}{\partial \varphi} = 0\,. \tag{13}$$

Здесь $\omega = \omega_r + 2\Omega\cos\theta$, Ω – угловая скорость вращения сферы (для Земли, $\Omega \approx 7.3\cdot10^{-5}$ sec^{-1}), θ – дополнение к широте, φ – долгота; $V_\theta = R\dot{\theta}$, $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$, $V_\varphi = R\sin\theta\dot{\varphi}$, $\omega_r = \frac{1}{R\sin\theta}\left(\frac{\partial(V_\varphi\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial\varphi}\right) = -\Delta\psi$ – радиальная компонента локального поля вихря на сфере, Δ – оператор Лапласа; ψ – функция тока, для которой $V_\varphi = -\frac{1}{R}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}$, $V_\theta = \frac{1}{R\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}$ в (13).

В более общей форме уравнение (13) соответствует сохранению потенциала завихренности $\frac{D}{Dt}\left(\frac{\omega}{H}\right) = 0$, где H – толщина слоя жидкости (см. (*Batchelor, 1967*)). Уравнение (13) справедливо не только для постоянных H, но и для случая, когда H – инвариант Лагранжа и поле скорости (с нулевой радиальной компонентой скорости, $\dot{r} = V_r = 0$) – бездивергентное, т.е.

$$divV = \frac{1}{R\sin\theta}\left(\frac{\partial V_\theta\sin\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}\right) = -\frac{1}{H}\frac{DH}{Dt} = 0\,.$$

Последнее позволяет ввести функцию тока Ψ. Отметим, что относительная (локальная) завихренность, ω_r , меняется только для элемента жидкости, движущегося с изменением широты. Уравнение (13) применимо к потокам с любым масштабом длины L только когда $L > H$ для $H << R$ (*Mokhov et.al., 2013*).

Решения уравнения (13): (*Rossby, 1939; Craig, 1945*) и (*Neamtan, 1946*)

Решение, полученное для уравнения (13) (*Rossby, 1939*), в линейном приближении имеет следующий вид:

$$\psi = \alpha R^2\cos\theta + \psi_{\alpha 0}\cos(\beta t + m\varphi)P_n^m(\cos\theta)\,, \tag{14}$$

$$\beta = m\left(\frac{2(\alpha+\Omega)}{n(n+1)} - \alpha\right) \tag{15}$$

с целыми числами n и m, $m \le n$, $n = 1, 2, ...$, и сопряженными полиномами Лежандра, P_n^m. В (*Rossby, 1939*) предполагается, что амплитуда возмущения, $\psi_{\alpha 0}$, мала по сравнению с величиной αR^2, характеризующей интенсивность зонального потока, $V_{0\varphi} = \alpha R\sin\theta$, относительно которого волновое возмущение поля вихря рассматривается на основе уравнения (13).

В (*Craig, 1945; Neamtan, 1946*) показано, что решения типа (14), (15) также сохраняют свою форму для случая нелинейных волн, когда условие $\Psi_{\alpha 0} << \alpha R^2$ не является необходимым. Решения (14), (15) в пределе $\alpha \to 0$ описывают волну,

двигающуюся с востока на запад с угловой скоростью, $c = \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{2\Omega}{n(n+1)}$. Условие стационарного состояния с $\beta = 0$ в (15) для такой волны необходимо для описания режимов типа ЦДА, которые могут быть возможны только для определенного значения $\alpha = \frac{2\Omega}{n(n+1)-2}, n > 1$.

В (*Barrett, 1958*) получено новое нелинейного уравнения (13). Этому решению соответствует вихревое движение глобального масштаба, охватывающего всю атмосферу Земли. Ось такого глобального вихря, положение которой характеризуется сферическими координатами (θ_0, φ_0) в начальный момент времени, не совпадает с осью вращения сферы и прецессирует около нее с востока на запад с угловой скоростью $c = -\frac{2\Omega}{n(n+1)}$, где Ω – частота вращения Земли.

Учитывая, что в (*Barrett, 1958*) вид решения дает после подстановки $\cos u_0 = \cos\theta \cos\theta_0 + \sin\theta \sin\theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0)$ вместо $\cos\theta$ в (14), (15) для $\alpha = 0$в (14), (15), получаем следующее представление:

$$\psi = A_1 + B_1[P_n(\cos\theta_0)P_n(\cos\theta) + 2\sum_{m=1}^{n}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_n^m(\cos\theta_0)P_n^m(\cos\theta)\cos m(\varphi - \varphi_0 + \frac{2\Omega t}{n(n+1)}) = \quad (16)$$

$$= A_1 + B_1 P_n(\cos u_0).$$

Здесь θ_0, φ_0 – сферические координаты начального положения оси вихря планетарного масштаба типа Барретта, введенного в (*Barrett, 1958*) в соответствии с наблюдениями (*LaSeur, 1954*). Согласно (*LaSeur, 1954*) циркуляция средней тропосферы имеет значительный эксцентриситет с центром симметрии для течения на значительном удалении от географического полюса. В таком случае интенсивность зональной комоненты потока (по отношению к географическому полюсу) низкая, в то время как меридиональная компонента большая. Гармонический анализ показывает, что большая часть энергии меридионального движения связана с первой долготной гармоникой (*Barrett, 1958*). Согласно (*Barrett, 1958*) циркуляция большой меридиональной компоненты может быть весьма симметричным зональным вихрем по отношению к полюсу эксцентрика.

Как отмечено в (*Barrett, 1958*), такие эксцентричные планетарного масштаба вихри ранее не рассматривались в отличие от вихрей (значительно меньшего масштаба), как это представлено в (*Rossby, 1948; Rossby, 1949*). Ось одного (N=1) вихря Барретта неподвижна в абсолютной системе координат (где сфера вращается с запада на восток с угловой скоростью Ω). В системе же координат, связанной с Землей, ось вихря Барретта поэтому вращается с востока на запад с угловой скоростью $c = -\Omega$. Далее рассмотрены N АПВ для моделирования положений осей и процесс динамики N различных вихрей Барретта с сильным вихревым взаимодействием между этими вихрями планетарного масштаба. В (*Barrett, 1958*) рассмотрен только случай одного планетарного вихря ($N = 1$).

Решение уравнения (13): (*Verkley, 1984*)

Для дальнейшего рассмотрения удобно представить решение уравнения (13) в следующей более общей форме, допускающей сингулярные особенности в структуре соответствующей такому решению (13) вихревой волны, охватывающей всю сферу (см. также (*Verkley, 1984*)):

$$\psi = Y\left(\cos u_0\left(\theta,\ \theta_0,\ \varphi-\varphi_0+\frac{2\Omega t}{\nu(\nu+1)}\right)\right). \qquad (17)$$

В (17), Y – собственная функция оператора Лапласа, т.е. $\Delta Y = -\frac{\nu(\nu+1)}{R^2}Y$. Случай целых собственных чисел $\nu = n$ соответствует решению (16). Для произвольного (в том числе комплексного)ν, решение подобного типа было рассмотрено в (*Verkley, 1984*) в связи с моделированием явления блокинга на основе вихревых дипольных структур (модонов). При этом определение Y в уравнении (17) дается в терминах функций Лежандра первого и второго рода (функция второго рода Q_0, имеющая сингулярное поведение в двух точках сферы, рассматривается также далее: P_ν^γ, Q_ν^γ, т.е.:

$$Y(\theta,\varphi) = G(\varphi)H(\theta), G = e^{\pm i\gamma\varphi}, \gamma = m, m = 0,\pm1,..,\ H(\theta) = \begin{cases} P_\nu^\gamma\left(\cos\theta\right) \\ Q_\nu^\gamma\left(\cos\theta\right) \end{cases}.$$

Следует отметить, что в стационарном случае с $\Omega = 0$ (т.е. для неподвижной сферы) существует сходная с равенством (17), но более общая форма (предложена Е.А. Новиковым в частном сообщении) для решения уравнения (13) как $\psi = F(\cos u_0)$, где F – произвольная функция от $\cos u_0$ (θ, θ_0, $\varphi - \varphi_0$) (см. (*Chefranov, 1985*)). В частности, в (*Chefranov, 1985*) модель глобального распространения загрязнения ансамблем вихрей типа ЦДА рассмотрена как пример линейной функции F соответствующей твердотельному вращению.

Новая модификация решений (*Barrett, 1958*) и (*Verkley, 1984*)

Решение уравнения (13) можно представить как линейную суперпозицию (в наиболее общей форме при $\alpha \neq 0$) функции тока ψ_0 и (17):

$$\psi = \psi_0 + Y + \alpha R^2\cos\theta\ . \qquad (18)$$

Функция ψ_0 в уравнении (18) соответствует нулевой абсолютной завихренности $\omega = -\Delta\psi_0 + 2\Omega\cos\theta = 0$ и имеет вид $\psi_0 = -\Omega R^2\cos\theta$, характеризующий твердотельное вращение относительно поверхности сферы с востока на запад. В этом случае жидкость в абсолютной системе координат (в которой сфера вращается с угловой скоростью Ω) неподвижна для $\omega = 0$ и $\psi = \psi_0$.

Для функции тока в форме (18) с любым ν в Y, соответствующие оси глобальных вихрей вращаются с той же угловой скоростью Ω с востока на запад только в случае $\alpha = 0$. В отличие от функции тока в форме (17), эта скорость не зависит от ν (или от n). Действительно, из уравнений (13) и (18), следует, что $\frac{\partial Y}{\partial t} + c\frac{\partial Y}{\partial\varphi} = 0$ для $c = \alpha\left(1-\frac{2}{\nu(\nu+1)}\right)-\Omega$. Когда ψ_0 равна нулю в (18) (как в (*Neamtan, 1946; Verkley, 1984*)), то имеем $c = \alpha\left(1-\frac{2}{\nu(\nu+1)}\right)-\frac{2\Omega}{\nu(\nu+1)}$, где $\nu = n$. Отметим, что подобное выражение $c = \alpha\left(1-\frac{2}{\nu(\nu+1)}\right)$ было получено в (*Zermelo, 1902*) для $\Omega = 0$ и $\nu = n$. В (*Craig, 1945*) и (*Barrett, 1958*) для $\alpha = 0$ и $\nu = n$

выражение для угловой скорости имеет вид $c = -\dfrac{2\Omega}{\nu(\nu+1)}$. Это означает, что для функции тока в виде (19) в абсолютной системе координат ось планетарного вихря Барретта (*Barrett, 1958*) может быть неподвижна для $\alpha = 0$,так как

$$c = -\Omega, \tag{19}$$

когда $\psi_0 \neq 0$ в (18).

В (19) уже отсутствует зависимость угловой скорости прецессии осей вихрей Барретта от параметра ν. В результате именно при $\psi_0 \neq 0$ и $\alpha = 0$ в (18) оси вихрей Барретта всех типов симметрии (параметризуемых разными значениями ν) прецессируют вокруг оси вращения планеты с одинаковой угловой скоростью, равной по величине, но противоположной по знаку угловой скорости вращения планеты. Это и означает, что в абсолютной системе координат положение осей таких вихрей оказывается неизменным при отсутствии взаимодействия между такими вихрями. Далее, как и в (18), введена функция тока ψ_0, которая также приводит к постоянству расположения в абсолютной системе координат осей, задаваемых каждым из АПВ, если не учитывать влияния на него со стороны остальных АПВ. При этом получено точное слабое решение уравнения (13), позволяющее моделировать взаимодействие между различными вихрями Барретта, положение осей которых определяется соответствующими координатами различных АПВ на сфере и гамильтоновой динамической системой для этих координат.

Точное слабое решение уравнения сохранения абсолютной завихренности

При моделировании вихрей Барретта каждый из них представляется в виде пары антиподальных сингулярных вихрей (равной по величине, но с разными знаками интенсивности) расположенных на сфере в диаметрально-сопряженных точках. Динамическое взаимодействие такой вихревой пары рассмотрим на основе точного слабого решения уравнения (13) сохранения завихренности на вращающейся сфере.

Можно искать слабое решение уравнения (13) в виде суперпозиции N+1 диаметрально-сопряженных точечных вихревых пар на вращающейся сфере, называемых здесь АПВ (*Borisov et al., 2007*):

$$\omega = \frac{\Gamma_0}{R^2}(\delta(\theta) - \delta(\theta-\pi)) + \sum_{i=1}^{N} \frac{\Gamma_i}{R^2 \sin\theta_i}(\delta(\theta-\theta_i)\delta(\varphi-\varphi_i) - \delta(\theta-\pi+\theta_i)\delta(\varphi-\varphi_i-\pi)), \tag{20}$$

где δ – дельта–функция Дирака. Функция тока ψ для завихренности (20), имеет вид (18) и соответствует наличию сингулярности в 2(N+1) точках на сфере:

$$\psi = \psi_0 + \frac{\Gamma_0}{\pi} Q_0(\cos\theta) + \sum_{i=1}^{N} \frac{\Gamma_i}{\pi} Q_0(\cos u_i(\theta,\varphi)), \tag{21}$$

где $\psi_0 = -\Omega R^2 \cos\theta$ (как и в (18) введение этой функции, соответствующей нулевому решению уравнения (13), позволяет точно учесть эффект вращения сферы), а $Q_0(x) = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$ – функция Лежандра второго типа нулевого порядка и нулевой степени, $\cos u_i = \cos\theta\cos\theta_i + \sin\theta\sin\theta_i\cos(\varphi-\varphi_i)$, и θ_i, φ_i – сферические координаты точечных вихрей, которые могут зависеть от времени. Отметим, что указанная форма функции Лежандра второго рода в (21) соответствует частному случаю введенного в (17) и (18) обобщения описания вихря Барретта. При этом использование в настоящей работе именно системы АПВ обусловлено главным образом рассмотрением задачи о моделировании взаимодействия вихрей Баррет-

та, характеризуемых глобальной осью вращения, расположение которой адекватно может описывать именно структура АПВ.

Очевидно, структура выражения (21) точно соответствует частному случаю функции тока (18) для $\alpha = 0$ и $m = n = 0$. Необходимое равенство нулю интегральной завихренности на сфере ($\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta\omega = 0$) при этом для АПВ выполняется тождественно для всех значений Γ_0 и Γ_i, $i = 1...N$, в представлении вида (3.1) для слабого решения уравнения (13).

Выражение для ψ в (21) учитывает (см. также (7) и (8)), что решением уравнения

$$\omega_{r0} = -\frac{1}{R^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial\psi_{0V}}{\partial\theta} = \frac{\Gamma_0}{R^2}\left(\delta(\theta) - \delta(\theta-\pi)\right) \qquad (22)$$

является функция $\psi_{0V} = \frac{\Gamma_0}{2\pi}\ln\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}$. Последний член в (21) получается решением уравнения (22) и подстановкой $\cos\theta \to \cos u_i(\theta, \varphi)$, когда ось вихря поворачивается в направлении (θ_i, φ_i) от $\theta = 0$.

Поле вихря (20) и функция тока (21) могут быть использованы для получения точного слабого решения (в смысле обобщенных функций) для уравнения (13). В результате получаем функции $\theta_i(t)$, $\varphi_i(t)$, являющиеся решениями следующей $2N$-мерной Гамильтоновой системы обыкновенных дифференциальных уравнений ($\dot\theta_i = \frac{d\theta_i}{dt}$ и так далее):

$$\dot\theta_i = \frac{1}{R^2\sin\theta_i}\frac{\partial\psi(\theta_i,\varphi_i)}{\partial\varphi_i} = -\frac{1}{\pi R^2}\sum_{k=1,k\neq i}^{N}\frac{\Gamma_k\sin\theta_k\sin(\varphi_i-\varphi_k)}{1-\cos^2 u_{ik}},$$

$$\sin\theta_i\dot\varphi_i = -\frac{1}{R^2}\frac{\partial\psi(\theta_i,\varphi_i)}{\partial\theta_i} = -\Omega\sin\theta_i + \frac{\Gamma_0}{\pi R^2\sin\theta_i} - \qquad (23)$$

$$\frac{1}{\pi R^2}\sum_{k=1,k\neq i}^{N}\frac{\Gamma_k(\cos\theta_i\sin\theta_k\cos(\varphi_i-\varphi_k)-\sin\theta_i\cos\theta_k)}{1-\cos^2 u_{ik}}, i = \overline{1,N}$$

Здесь $\Gamma_k = const$ для любых $\Omega = const$ и $\Gamma_0 = const$ (в общем случае Ω и Γ_0 могут зависеть от времени), и $\cos u_{ik} = \cos\theta_i\cos\theta_k + \sin\theta_i\sin\theta_k\cos(\varphi_i - \varphi_k)$. Система (23) для $\Omega = 0$ и $\Gamma_0 = 0$ с точностью до постоянного числового множителя совпадает с соответствующей системой выведенной для N пар АПВ в (*Borisov et al., 2007*), где система введена с помощью кинематических соображений (см. (*Zermelo, 1902; Bogomolov, 1977*)), а не на основе точного слабого решения уравнения (13). В рассматриваемом случае процессы диссипации и накачки энергии в системе рассматриваются как несущественные и сбалансированные. Уравнения (23), следующие из (13) и (20), (21), должны обеспечивать сохранение интегральных инвариантов кинетической энергии $\overline{E}$, углового момента $\overline{\boldsymbol{M}}$ и импульса $\overline{\boldsymbol{P}}$, где линия над переменной означает процесс усреднения соответствующей переменной по поверхности сферы. Отмеченные значения на единицу массы во вращаю-

щейся системе координат имеют следующий вид: $E = \frac{1}{2}\boldsymbol{V}^2$, $\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{V}]$, $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}$,

где $\boldsymbol{V} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$, $\boldsymbol{r}$ – радиус–вектор в декартовой системе координат с началом в центре сфере. Сфера вращается с частотой Ω вокруг оси z и радиальное движение отсутствует ($V_r = 0$).

Из определения $\overline{E} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta E = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \psi\omega_r$ следует $\overline{\boldsymbol{P}} = 0$, а также

$$\overline{E} = \frac{1}{8\pi}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{k=1,\\ i\neq k}}^{N}\frac{\Gamma_i\Gamma_k}{R^2}\ln\frac{1+\cos u_{ik}}{1-\cos u_{ik}} + \frac{\Gamma_0}{2\pi R^2}\sum_{k=1}^{N}\Gamma_k \ln\frac{1+\cos\theta_k}{1-\cos\theta_k} + \frac{4\pi}{3}\Omega^2R^2 - \Omega(2\Gamma_0 + \sum_{i=1}^{N}\Gamma_i\cos\theta_i) \quad (24)$$

$$\overline{M}_z = 2\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i\cos\theta_i + 4\Gamma_0 - \frac{8\pi\Omega R^2}{3}, \quad (25)$$

$$\overline{M}_x = 2\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i\cos\varphi_i\sin\theta_i, \overline{M}_y = 2\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i\sin\varphi_i\sin\theta_i\ . \quad (26)$$

Значения θ_i и φ_i, $i = \overline{1, N}$, в (24)–(26) являются функциями времени, полученными из динамических уравнений (3.4) при соответствующих начальных условиях. Для $\Omega = 0$ и $\Gamma_0 = 0$ все четыре значения (24)–(26) являются инвариантами системы (23). Это можно проверить дифференцированием по времени принимая во внимание (23). Эти инварианты для $\Omega = 0$, $\Gamma_0 = 0$ точно совпадают с инвариантами динамической системы в (*Богомолов, 1977; Богомолов, 1979; Борисов и др., 2007*).

Для $\Omega \neq 0$ и $\Gamma_0 \neq 0$ значения (26) уже не инварианты, но $\overline{E}$ и $\overline{M}_z$ являются инвариантами системы (23) (это верно для $\overline{E}$ только если $\Gamma_0 = const$ и $\Omega = const$). Таким образом, вращение сферы или учет полярных вихрей устраняет вырождение, соответствующее случаю $\Omega = 0$ и $\Gamma_0 = 0$. В результате, система (23) для $\Omega \neq 0$ или $\Gamma_0 \neq 0$ имеет только два независимых интегральных инварианта. Более того, и для $\Omega = \Gamma_0 = 0$ инварианты (26) могут быть независимы от (24), (25).

Обычно, однако, рассматривают не систему (20) из N пар АПВ, для которой условие Гаусса тождественно выполнено, а систему из N точечных вихрей (*Богомолов, 1977; Polvani and Dritschel, 1993; Dritschel et al., 2015*), функция тока которых имеет вид

$$\psi_B = \frac{1}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i \ln\left(\frac{1}{1-\cos u_i}\right) \quad (27)$$

Функции тока (27) соответствует сингулярное распределение завихренности (*Богомолов, 1977*)

$$\omega_B = -\Delta\psi_B = \frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{\sin\theta}\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i\delta(\theta-\theta_i)\delta(\varphi-\varphi_i) - \sum_{i=1}^{N}\Gamma_i\right) \quad (28)$$

которое удовлетворяет условию Гаусса только при дополнительном условии (которое совпадает с условием (20) в (*Богомолов, 1977*))

$$\sum_{i=1}^{N} \Gamma_i = 0 . \qquad (29)$$

Используя (27)–(28), можно получить точное слабое решение уравнения (13) при помощи введения функции тока ψ_0. При этом с учетом полярных вихрей (т.е. при использовании представления для радиальной компоненты завихренности в виде $\omega_r = \frac{\Gamma_0}{\pi R^2}(\delta(\theta) - \delta(\theta - \pi)) + \omega_B$) точное слабое решение уравнения для абсолютной завихренности (13) имеет вид:

$$\dot{\theta}_i = -\frac{1}{4\pi R^2} \sum_{k=1}^{N} \frac{\Gamma_k \sin\theta_k \sin(\varphi_i - \varphi_k)}{1 - \cos u_{ik}},$$

$$\cos u_{ik} = \cos\theta_i \cos\theta_k + \sin\theta_i \sin\theta_k \cos(\varphi_i - \varphi_k) \qquad (30)$$

$$\dot{\varphi}_i = -\Omega + \frac{\Gamma_0}{\pi R^2 \sin^2\theta_i} + \frac{1`}{4\pi R^2} \sum_{k=1}^{N} \frac{\Gamma_k (\cos\theta_k - ctg\,\theta_i \sin\theta_k \cos(\varphi_i - \varphi_k))}{1 - \cos u_{ik}} \qquad (31)$$

где $i = 1,2,..,N$.

Система (30), (32) имеет те же инварианты (24) и (25), что и система (23), но в отличие от (23), является точным слабым решением уравнения (13) только при условии (29). Поэтому представляется ошибочным использование системы (30), (31) при нарушении равенства (29), накладывающего ограничение на выбор интенсивностей вихрей. Действительно, при нарушении (29) уже представляется неправомерным использование функции тока (27) при выводе (30), (31). В случае же использования однородно распределенной по сфере постоянной завихренности, компенсирующей завихренности точечных вихрей (именно в случае нарушения условия (29)), требуется введение функции тока (7), ей соответствующей и реально влияющей на динамику вихрей. Это, однако, обычно не учитывается при использовании системы (30), (31) (см., напр., (*Bogomolov, 1979; Dritschel et al., 2015*), где система (30), (31) используется при нарушении (29) – в случаях $\Omega = 0$; $\Gamma_0 = 0$). В результате, при учете указанной функции тока такой однородной компенсирующей завихренности требуется использование не функции тока (27), а функции тока АПВ (21), приводящей к системе (23) в качестве точного слабого решения (14) вместо системы (30), (31).

В этой связи, представляется целесообразным провести сравнение результатов расчета на основе системы (23) и на основе (30), (311). Нетрудно убедиться в том, что для случая N = 2 системы (23) и (30), (31) приводят к точно совпадающим траекториям вихрей только при отсутствии учета вращения сферы и полярных вихрей, когда в (23) и в (30), (31) $\Omega = 0$; $\Gamma_0 = 0$. В то же время, уже при $\Omega \neq 0$ (для $\Gamma_0 = 0$) при N = 2 имеется существенное различие траекторий, соответствующих решениям (23) и (30), (31), полученным при одинаковых начальных условиях для одних и тех же безразмерных величин интенсивностей вихрей, которые определяются в виде $g_0 = \frac{\Gamma_0}{\pi R^2 \Omega}, g_1 = \frac{\Gamma_1}{\pi R^2 \Omega}, g_2 = \frac{\Gamma_2}{\pi R^2 \Omega}$.

Следует отметить, что как при учете вращения сферы, так и для неподвижной сферы уравнения (30), (31) имеют смысл только при выполнении условии Гаусса

в виде равенства (29), когда интенсивности точечных вихрей не могут задаваться независимо от ограничения, связанного с (29).

Таким образом, система (30), (31), соответствующая именно представлениям (27) и (28), является точным слабым решением уравнения сохранения абсолютной завихренности (14) только при выполнении ограничения (29) на суммарную интенсивность точечных вихрей. И наоборот, при нарушении условия (29) система (30), (31) уже не может являться точным слабым решением уравнения гидродинамики (14) и не соответствует какой-либо физической модели гидродинамики на сфере.

Система (30), (31) при условии (29), как и система (23), не связанная условием (29), представляют собой новые точные слабые решения уравнения для абсолютной завихренности. В этих решениях впервые точно учитывается влияние вращения сферы на взаимную динамику точечных вихрей на сфере.

Покажем, в дополнение к проведенному выше анализу, что в некоторых случаях, соответствующих выполнению условия (29) система (30), (31) может приводить к выводам, которые следуют и из системы (3.4) для АПВ. Рассмотрим в качестве примера случай N = 2 и исследуем на линейную устойчивость стационарные решения систем (23) и (30), (31), которые соответствуют равномерному зональному движению пары вихрей равной интенсивности и противоположного знака циркуляции. При этом пусть и в (23) и в (30), (31) постоянное дополнение к широте $\theta_2 = \theta_{20} = const$ вихря с номером 2, связано с дополнением к широте $\theta_1 = \theta_{10} = const$ вихря с номером 1 следующим соотношением (32).

Более общий чем (32) случай стационарного режима, но уже только для системы (23), применимость которой не связанной с ограничением (29), рассмотрен в следующем разделе, главным образом, в связи с моделированием взаимодействия глобальных вихрей Барретта и исследованием устойчивости вихревых структур, связанных с центрами действия атмосферы над океанами. При этом обсуждается возможность моделирования и явления блокинга на основе рассмотрения условий устойчивости равномерного стационарного зонального движения АПВ в западном направлении. Рассматривается стационарный режим, соответствующий равномерному движению пары вихрей – каждого вдоль своей фиксированной широты или дополнения к широте, между которыми предполагается связь

$$\theta_{20} = \pi - \theta_{10}. \qquad (32)$$

Аналогичная задача об устойчивости стационарного зонального движения пары вихрей именно при условии (32) исследовалась и в (*DiBatista and Polvani 1998*) в связи с проблемой моделирования блокингов в условиях, когда вихревая пара находится под воздействием зонального твердотельного вращения. При этом в указанной статье в отличие от (23) и (30), (31) (где вращение сферы и полярные вихри учитываются точно) зональное вращение на сфере описывается лишь приближенно на основе введения кусочно постоянных зон приполярной завихренности.

Если ввести безразмерную угловую скорость $\frac{d\varphi_{10}}{d\tau} = \frac{d\varphi_{20}}{d\tau} = \omega_0 = const$; $\tau = t\Omega$ зонального движения вихрей и безразмерные интенсивности $g_0 = \frac{\Gamma_0}{\pi R^2 \Omega}; g_1 = \frac{\Gamma_1}{\pi R^2 \Omega}; g_2 = \frac{\Gamma_2}{\pi R^2 \Omega}$, то при условии (32) для рассматриваемого стационарного режима согласно (23) и (30), (31) должно выполняться соотноше-

ние $g_2 = -g_1$, которое точно соответствует условию (30). При этом из (23) имеем соотношение

$$g_1 = -2\cos\theta_{10}(g_0 - (\omega_0 + 1)\sin^2\theta_{10}). \tag{33}$$

Из (30), (31) аналогичное условие реализации указанного стационарного режима имеет вид

$$g_1 = -\frac{4\cos\theta_{10}}{\sin^2\theta_{10}}(g_0 - (\omega_0 + 1)\sin^2\theta_{10}). \tag{34}$$

При этом вихревая пара как целое перемещается с запада на восток при положительной величине $\omega_0 > 0$, а при $\omega_0 < 0$ имеет место перемещение в западном направлении, что характерно именно для вихревой системы, наблюдаемой для явления блокинга.

Несмотря на различие (33) и (34) уравнение для малых возмущений систем (3.4) и (30), (31) относительно указанного стационарного режима зонального движения пары вихрей имеет совершенно одинаковый вид

$$\ddot{\theta}_1 + \theta_1 D = 0; D = \frac{(\omega_0 + 1)^2 \sin^4\theta_{10} - g_0^2}{\sin^4\theta_{10}} \tag{35}$$

Таким образом, только при условии

$$-|\omega_0 + 1|\sin^2\theta_{10} < g_0 < |\omega_0 + 1|\sin^2\theta_{10} \tag{36}$$

возможна реализация устойчивого (устойчивость типа "центр") стационарного движения пары вихрей. Это движение может осуществляться и в восточном и в западном направлении. При этом, однако, случай соответствующий отрицательности $g_1 < 0$ в (34) (что соответствует характерному для блокинга расщепляющего тип, при котором в вихревой паре антициклонически закрученный вихрь находится севернее вихря с циклоническим направлением циркуляции) может реализоваться лишь при очень большой величине угловой скорости в западном направлении при условии $\omega_0 = -|\omega_0| < 0; |\omega_0| > 1$. При этом условие устойчивости (36) остается в силе (лишь при замене в нем $\omega_0 + 1$ на $|\omega_0| - 1$). Причем этот вывод в равной степени следует и из рассмотрения системы (23) для АПВ и из системы (30), (31), которая в данном случае имеет физический смысл именно в силу выполнения для нее условия (29).

В (*DiBatista and Polvani, 1998*) при рассмотрении устойчивости равномерного движения вихревой пары в западном направлении (когда $\omega_0 < 0$) для случая соответствующего условию (32) делается вывод о том, что для отрицательных значений параметра $G = 2g_1 \cos\theta_{10}$ условию устойчивости удовлетворяют лишь значения $|G| > 0.1$. Наоборот, неустойчивость имеет место при:

$$|G| < 0.1. \tag{37}$$

В то же время, данным наблюдений блокинга соответствуют именно величины $|G| \approx 0.01$, для которых, согласно (*DiBatista and Polvani, 1998*) реализуется неустойчивость стационарного режима зонального переноса в западном направлении и авторы делают вывод о невозможности моделирования явления блокинга на основе соответствующего гидродинамического стационарного вихревого режима.

В полученном условии (36) об устойчивости стационарного режима зонального переноса АПВ в западном направлении нет необходимости во введении дополнительного условия отрицательности величины g_1 в (33) и в (34). При точном

учете вращения сферы вихревая пара может смещаться в западном направлении и при положительных величинах g_1. Это расширяет возможность использования полученных устойчивых стационарных режимов зонального переноса пар точечных вихрей для моделирования явления блокинга. В случае, когда $\omega_0 = -|\omega_0| < 0$; $|\omega_0| > 1$ возможна реализация и условия $g_1 < 0$, которое согласуется с неравенствами (36), обеспечивающими устойчивость соответствующего режима переноса вихревой пары в западном направлении. При этом согласно (33) имеем $G = -4\cos^2\theta_{10}\left[g_0 + (|\omega_0| - 1)\sin^2\theta_{10}\right] < 0$. В случае выполнения условия устойчивости (36), например, для $\theta_{10} \approx 84^\circ$ (это соответствует рассмотрению в (*DiBatista and Polvani, 1998*) режима приэкваториального зонального движения вихревой пары) при $|\omega_0| \cong 1.01; g_0 \cong 0.2$ получается оценка $|G| \cong 0.009$. Такая оценка, допустимая условием устойчивости (36), указывает на возможность применения рассматриваемого режима для моделирования явления блокинга. При этом, однако, возникает другая проблема, связанная уже не с величиной $|G|$, как в (*DiBatista and Polvani, 1998*), а с большой величиной угловой скорости ω_0.

Стационарные вихревые режимы ($N = 2$) и их устойчивость

В (*Мохов и др., 2010*) рассмотрены условия существования и устойчивости стационарных режимов соответствующих равновесию вихревых пар с $N = 2$ в (23). При условии $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = 0$, равновесие возможно либо для $\varphi_1 = \varphi_2 = const$, или для $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$. Это соответствует в общем двум различным вихревым стационарным режимам на сфере. Например, в случае $\varphi_1 = \varphi_2$, при $\dfrac{d(\varphi_1 - \varphi_2)}{dt} = 0$, получено следующее условие:

$$\frac{\gamma_0(\sin^2\theta_{20} - \sin^2\theta_{10})}{\sin\theta_{10}\sin\theta_{20}} = \frac{\gamma_1\sin\theta_{10} + \sin\theta_{20}}{\sin(\theta_{20} - \theta_{10})}, \qquad (38)$$

где $\gamma_0 = \dfrac{\Gamma_0}{\Gamma_2}; \gamma_1 = \dfrac{\Gamma_1}{\Gamma_2}$ и θ_{10}, θ_{20} – стационарные значения для θ_1 и θ_2. Дополнительное условие отсутствия абсолютного движения в этом случае (с использованием равенства $\dfrac{d(\varphi_1 + \varphi_2)}{dt} = 0$) имеет следующий вид

$$\frac{2\pi R^2\Omega\sin\theta_{10}\sin\theta_{20}}{\Gamma_2} = \frac{\gamma_0(\sin^2\theta_{10} + \sin^2\theta_{20})}{\sin\theta_{10}\sin\theta_{20}} + \frac{\gamma_1\sin\theta_{10} - \sin\theta_{20}}{\sin(\theta_{20} - \theta_{10})}. \qquad (39)$$

Можно показать, что при $\gamma_0 = 0$ стационарный вихревой режим из (38), (39), существующий для $\gamma_1 = -\dfrac{\sin\theta_{20}}{\sin\theta_{10}} < 0$, $\dfrac{\Omega R^2}{\Gamma_2} < 0$, устойчив к малым возмущениям. Следует отметить, что левая часть (38) может обращаться в нуль и при $\gamma_0 \neq 0$, когда имеет место соотношение (32).

При ненулевой интенсивности полярных вихрей их влияние на устойчивость стационарного режима (38), (39) может быть весьма существенной.

Можно рассмотреть вопрос об устойчивости стационарного состояния (38), (39) в общем случае, когда $\gamma_0 = \dfrac{g_0}{g_2} = \dfrac{\Gamma_0}{\Gamma_2} \neq 0$.

Можно показать, что при $\gamma_0 \neq 0$ рассмотренное стационарное состояние устойчиво к малым возмущениям только при выполнении следующего неравенства:

$$D \equiv A\gamma_1^2 + 2B\gamma_1 + C < 0\,, \qquad (40)$$

где

$$\theta_{10} \equiv y, \theta_{20} \equiv z\,,$$

$$A = \sin^3 y[\sin(2z - y) + \frac{2\sin^2 y\cos z\sin(z-y)}{\sin^2 z - \sin^2 y}], B = \sin y\sin z(\sin^2 z + \sin^2 y)$$

$$C = \sin^3 z[\sin(2y - z) + \frac{2\sin^2 z\cos y\sin(z-y)}{\sin^2 z - \sin^2 y}]\,.$$

Неравенство (40) соответствует реализации колебательного режима для малых возмущений, описываемых следующей системой уравнений:

$$\frac{d\theta_1^*}{d\tau} = -\Delta\varphi\sin z / \sin^2(z-y), \frac{d\Delta\varphi}{d\tau} = -\frac{\theta_1^* D}{\sin^2(z-y)\sin^2 y\sin^3 z}\,,$$

где $\theta_1{}^*(\tau)$ – возмущение стационарного состояния y, и $\Delta\varphi(\tau)$ – отклонение от 0 для разности долгот $\varphi_1 - \varphi_2$, $\tau = t\Gamma_2 / \pi R^2$.

В случае Исландского минимума и Азорского максимума в Северном полушарии над Атлантическим океаном, условие устойчивости (40) для $R_0 = 0$ сводится к средним значениям для z и y ($z \sim 55^o$, $y \sim 25^o$) (согласно данным из (*Мохов и Хон, 2005*)) при следующих ограничениях на отношения интенсивностей вихрей (при $\gamma_1 = -|\gamma_1| < 0$): $1.35 < |\gamma_1| < 5.24$. Согласно уравнению (38), при значениях, использованных для y и z, значение γ_0 должно иметь вид $\gamma_0 = 0.3(1.94 - |\gamma_1|)$.

Заключение

Показана возможность моделирования взаимодействия планетарных вихрей Барретта, соответствующих ЦДА, на основе динамической системы для N антиподальных вихрей (АПВ) на вращающейся сфере (*Мохов и др., 2010*). Получены уравнения динамики точечных вихрей на сфере непосредственно из уравнений гидродинамики, как их точное слабое решение. На основе этого решения, точно учтен эффект вращения сферы на взаимодействие точечных вихрей. Показано, что динамическая система, традиционно используемая для описания взаимодействия точечных вихрей на сфере, не соответствует точному слабому решению уравнения сохранения завихренности на сфере, когда для выполнения условия Гаусса (о равенстве нулю интеграла от завихренности по поверхности сферы) вводят компенсирующую постоянную завихренность, однородно распределенную по сфере. При этом обычно не учитывается функция тока, связанная с такой компенсирующей завихренностью для формирования точного слабого решения уравнений гидродинамики. Наоборот, учет указанной функции тока, приводит к уравнениям динамики точечных вихрей на сфере, которые уже являются точным слабым решением уравнения сохранения завихрености (и на неподвижной и на

вращающейся сфере), описывая взаимодействие именно пар точечных АПВ. Установлено, что только АПВ можно рассматривать в качестве элементарного (первичного и стационарного – не оказывающего воздействия самого на себя) сингулярного вихревого объекта на сфере, удовлетворяющего стационарным уравнениям гидродинамики на сфере. Предложено использовать АПВ для моделирования глобальных вихрей Барретта, введенных (*Барретт, 1958*) в связи с описанием наблюдаемых глобальных вращений атмосферных масс, имеющих оси вращения, не совпадающие с осью вращения планеты.

2.4. Механизмы формирования атмосферных блокингов и их модели

2.4.1. МП-модель для атмосферных блокингов

В (*Мохов и Петухов, 1997*) предложена модель для атмосферных блокингов с использованием некоторых предположений. Характеристики атмосферных блокингов расщепляющегося типа могут быть оценены на основе простейшей модели пары баротропных вихрей с противоположными завихренностями, κ – для циклона и $-\kappa$ – для антициклона, в баротропном квазизональном потоке U, направленном в средних широтах на восток. При этом антициклон располагается полярнее циклона. Условие стационарности подобной пары вихрей имеет вид (см., напр., (*Обухов и др., 1984*)

$$U = \kappa/(2\pi D) > 0, \tag{1}$$

где $\kappa = \int w_z ds$, w_z – вертикальная компонента относительной завихренности и интегрирование проводится по всей площади вихря; D – расстояние между вихрями по меридиану. В простейшем варианте модели (*Мохов и Петухов, 1997*) вихри считались имеющими форму круга диаметра L с симметричным относительно центра вихря распределением скорости с ее максимумом u_m на окружности радиуса $L/4$ и квадратичным радиальным профилем изменения.

С учетом уравнения неразрывности из (1) следует

$$U = F(\kappa)u_m, \tag{1a}$$

где $F(\kappa) = O(1)$. Использование уравнения геострофического баланса при условии гидростатики приводит к следующему выражению:

$$u_m = | g(\partial H/\partial y)/f |_{\max}, \tag{2}$$

где $f = 2\Omega\sin\varphi$ – параметр Кориолиса, Ω – угловая скорость вращения Земли, φ – широта, H – высота изобарической поверхности 500 гПа (относительно фона) в вихре, ось y направлена к полюсу. В соответствии с распределением скорости распределение H предполагается симметричным относительно центра вихря с максимумом H_m в центре.

На основе (2) можно получить оценку

$$U \sim (g/f)H_m/L. \tag{2a}$$

В модели (*Мохов и Петухов, 1997*) предполагается также функциональная связь между L и H_m, в простейшем случае – линейная (см., напр. (*Lupo et al., 1997*)):

$$H_m - H^* = a(L - L^*), \tag{3}$$

где a, H^*, L^* – параметры. Из (2), (2a), (3) следует

$$L = (aL^* - H^*)/(a - 2fU/g). \tag{4}$$

Соотношение (4) характеризует зависимость L от U и f при заданных параметрах a, H^*, L^*. Согласно этому соотношению при $aL^* - H^* > 0$: 1) L увеличивается при увеличении U; 2) существует минимальный линейный размер блокинга $L_{\min}$ при U=0; 3) существует максимальное значение $U_{\max} = ag/(2f)$, при превышении которого (при $U > U_{\max}$) блокинги расщепляющегося типа не могут

Для оценки времени формирования и времени жизни атмосферных блокингов в модели (*Мохов и Петухов, 1997*) использовалось выражение для скорости роста

кинетической энергии K баротропных возмущений (см. (*Дымников и Филатов, 1990*)):

$$dK/dt \approx - U^2 (\partial U/\partial\lambda)/R_3 \cos\varphi, \qquad (5)$$

где R_3 – радиус Земли, λ – долгота. Согласно (5) баротропные возмущения усиливаются в областях с $\partial U/\partial\lambda < 0$. В простейшем случае время жизни атмосферных блокингов (время формирования, период развитой фазы и время диссипации) можно оценить по времени их формирования. Продолжительность разных фаз жизни атмосферных блокингов могут значительно отличаться при существенном влиянии неадиабатических факторов с реализацией долгоживущих блокингов. На основе (5) можно сделать следующие оценки:

$$dK/dt \sim u_m^2/\tau, \quad \partial U/\partial\lambda \approx (UR_3/L)\cos\varphi, \qquad (6)$$

где τ – характерное время формирования блокинга. Выражение для характерного времени

$$\tau \sim L/U \qquad (7а)$$

с учетом (1а), (5), (6) принимает вид

$$\tau = 2\Omega L_e^{\,2} / (H_e^{\,*} + 2H_e(1 - L_O^{'}/L_e)), \qquad (7б)$$

где широтные зависимости включены в модифицированные характеристики блокингов $L_e = L\sin\varphi$, $H_e = H_m\sin\varphi$, $H_e^{\,*} = H^*\sin\varphi$, а $L_O^{'} \equiv L_O/\sin\varphi = (RT)^{1/2}/2\Omega$ не зависит (явно) от широты (R – газовая постоянная, T – температура).

Для зависимости τ от L согласно (7б) характерно наличие двух асимптот $L = L_{\min}$ и $\tau = fL/(ag)$ с минимумом $\tau = \tau_{\min}$ при $L = 2L_{\min}$. Для $L = L(\tau_{\min}) = L_O$ и $H_m(\tau_{\min}) = H_0$Ma, что соответствует максимально быстро растущей баротропной моде на масштабе Обухова $L_O = (RT)^{1/2}/f$), следует

$$a = 2H_0\mathrm{Ma}/L_O, \qquad H^* = aL_O/2, \qquad aL^* - H^* = H_0\,\mathrm{Ma} > 0, \qquad (8)$$

где $H_0 \equiv RT/g$ – высота однородной атмосферы, $\mathrm{Ma} = U/(RT)^{1/2}$ – число Маха. При $H_0 \sim 10$ км, $L_O \sim 3\,000$ км, $\mathrm{Ma} \sim 1/30$ из (8) следует: $a = 0.0002$, $H^* = 300$ м. Это согласуется с эмпирическими оценками (*Lupo et al., 1997*). При этом $\tau_{\min} \sim 5$ сут, что соответствует обычно принимаемым минимальным значениям продолжительности блокингов.

При $L(\tau_{\min}) = L_O$ и условии термического ветра ($U = -g(\partial T/\partial\varphi)H_0/fR_3T$) из (7) следует

$$\tau_{\min} = - R_3(T/R)^{1/2}/(\partial T/\partial\varphi). \qquad (9)$$

В (*Мохов и Петухов, 1997*) отмечено, что наименьшие значения $\tau_{\min}$ в среднегодовом режиме соответствуют средним широтам. Это получено, в частности, с использованием в (9) зонально осредненной температуры T в виде разложения по первым трем полиномам Лежандра. При учете годового хода $\tau_{\min}$ увеличивается от зимы к лету. Согласно (9) глобальное потепление должно сопровождаться увеличением $\tau_{\min}$.

В (*Мохов и Петухов, 1997*) отмечено также, что аналогичный анализ возможен для блокингов в обратном квазизональном потоке с востока на запад (в частности, возможно в стратосфере или в низких или высоких широтах в тропосфере) соответственно с более низкоширотным антициклоническим вихрем по отношению к циклоническому. Наряду с этим можно сделать аналогичные оценки для блокингов омега-типа – системы мощного антициклона с двумя ци-

Выражения (2а) и (7) можно использовать для оценки чувствительности L и τ к различным воздействиям, в том числе к естественным и антропогенным клима-

тическим изменениям. Параметры чувствительности размера блокингов L и характерного времени τ к изменению температуры T аналогично (*Mokhov et al., 1995; Мохов и Петухов, 1997*) можно представить в виде:

$$(1/L)\mathrm{d}L/\mathrm{d}T \sim (1/H)\mathrm{d}H/\mathrm{d}T - (1/U)\mathrm{d}U/\mathrm{d}T, \quad (10)$$

$$(1/\tau)\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}T \sim (1/L)\mathrm{d}L/\mathrm{d}T - (1/U)\mathrm{d}U/\mathrm{d}T. \quad (11)$$

Согласно этим оценкам в более теплой тропосфере при более слабой зональной циркуляции блокинги должны жить дольше. При этом блокинги с уменьшающимися, неизменнными или слабо увеличивающимися размерами при тропосферном потеплении должны становиться более слабыми, тогда как блокинги с достаточно сильно увеличивающимися при тропосферном потеплениии размерами должны интенсифицироваться. В целом это согласуется с результатами (*Lupo et al., 1997*), полученными с использованием климатической модели общей циркуляции при увеличении содержания CO_2 в атмосфере.

В (*Мохов и Петухов, 1997*) отмечена также общая тенденция увеличения характерного времени формирования (диссипации) и времени жизни блокингов при общем приповерхностном потеплении по эмпирическим данным для нескольких десятилетий. В частности, по данным для Северного полушария оценено увеличение времени формирования (диссипации) атмосферных блокингов на 13% при увеличении приповерхностной температуры полушария на 1К.

2.4.2. Уравнение Чарни–Обухова – блокинги

В настоящее время очень большое внимание уделяется изучению блокирующих ситуаций в атмосфере, во-первых, в силу их связи с крупномасштабными погодными аномалиями, иногда сопровождающимися катастрофическими последствиями, как это произошло летом 2010 года над Европейской территорией России, и во-вторых, потому что их исследование может указать пути дальнейшего совершенствования прогноза погоды среднесрочной и долгосрочной заблаговременности. В работе (*Rex, 1950a, b*) впервые было четко сформулировано понятие блокирования расщепляющегося типа, которое характеризуется наличием стационарного антициклона на севере (для определенности рассматривается Северное полушарие Земли) и примерно равного ему по интенсивности циклона на юге, причем западнее района блокирования наблюдается интенсивное струйное течение. В дальнейшем было дано понятие блокирования меридионального типа и омега-блокирования. В работах (*Charney and DeVore, 1979; Charney et al., 1981*) было обращено внимание на ключевую роль орографии, в частности Скалистых гор, для объяснения явления блокирования над Северной Америкой. Более детальное описание указанных трех типов блокирования и их гидродинамическая интерпретация были даны *Обуховым и др.* (1984).

Для объяснения крупномасштабных погодных аномалий на территории России особое значение имеет исследование блокирования расщепляющегося типа (по *Rex, 1950a, b*). Так, анализируя явление блокирования лета 2010 года над Европейской территорией России, *Müller et al.* (2015) заключили, что в период с 18 июня по 23 июля 2010 г. над указанной территорией наблюдалась дипольная структура в поле геопотенциала поверхности 500 гПа, т.е. имело место блокирование расщепляющегося типа, а в период с 24 июля по 07 августа 2010 г. там устанавливалось омега-блокирование. Трудность исследования блокирования этого

типа усугубляется тем, что для него по-видимому, не существует прямого влияния орографии (как это имеет место для блокирования меридионального типа над Северной Америкой) и необходимо искать тонкие гидродинамические механизмы, ответственные на образование, продолжительность существования и географическую привязку блокирующей структуры.

Как показывает анализ карт барической топографии, блокирующие структуры, характеризующиеся продолжительностью существования от 7 до 10 сут, прослеживаются на всех основных уровнях от 850 до 200 и даже до 100 гПа, причем максимумы и минимумы поля геопотенциала четко совпадают с очагами тепла и холода соответственно. Это является достаточным условием того, что блокирующее образование в первом приближении представляет собой эквивалентно–баротропную структуру, что чрезвычайно облегчает анализ блокирования, позволяя пользоваться моделью баротропной атмосферы, а само блокирующее образование трактовать как стационарное решение уравнений этой модели.

Поэтому основным уравнением для описания явления блокирования в атмосфере является уравнение сохранения квазигеострофической баротропной потенциальной завихренности, называемое (напр. *Должанский, 2011; Dolzhansky, 2013*) уравнением Обухова–Чарни (*Charney, 1948; Обухов, 1949*)

$$\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial t} - \frac{1}{L_0^2}\frac{\partial \psi}{\partial t} + J\left(\psi, \nabla^2 \psi\right) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0\,, \qquad (1)$$

где $\psi(x, y, t)$ – геострофическая функция тока течения; $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$, $J(a, b) = (\partial a/\partial x)(\partial b/\partial y) - (\partial a/\partial y)(\partial b/\partial x)$ – лапласиан и якобиан соответственно, причем ось x направлена на восток, ось y – на север; сферичность Земли учтена в приближении бета-плоскости, т.е. параметр Кориолиса $f = f_0 + \beta y$; L_0 – синоптический масштаб Обухова, характеризующий крупномасштабную сжимаемость атмосферы. Функция тока ψ связана геострофическим соотношением с приземным давлением воздуха, точнее, с его отклонением от среднего (стандартного) значения. *Hasegawa and Mima* (*1978*) показали, что уравнение (1) описывает в первом приближении эволюцию электростатического потенциала в слабо замагниченной неоднородной плазме, и в зарубежной литературе (напр. *Swaters, 2000*) уравнение (1) иногда называют уравнением Чарни–Хасегавы–Мимы, что на наш взгляд исторически несправедливо. Существенным свойством уравнения (1), которое – насколько нам известно – крайне редко упоминается в литературе по динамической метеорологии и геофизической гидродинамике, является его галилеевская неинвариантность, т.е. уравнение (1) не сохраняет форму при преобразовании

$$\psi(x, y, t) \to \psi(x - ct, y, t) + cy \qquad (2)$$

для произвольной постоянной c размерности скорости (ср. *Swaters, 2000*). Иначе говоря, существует одна и только одна галилеева система отсчета, в которой уравнение (1) имеет указанный вид и можно утверждать, что это – система отсчета, которая покоится относительно Земли, поскольку именно в ней производится измерение приземного давления воздуха. Сказанное имеет важные приложения, в том числе к теории атмосферного блокирования.

Рассмотрим класс стационарных решений уравнения (1) и допустим, что функция тока имеет представление

$$\psi(x, y, t) = -Uy + \psi'(x, y, t), \qquad (3)$$

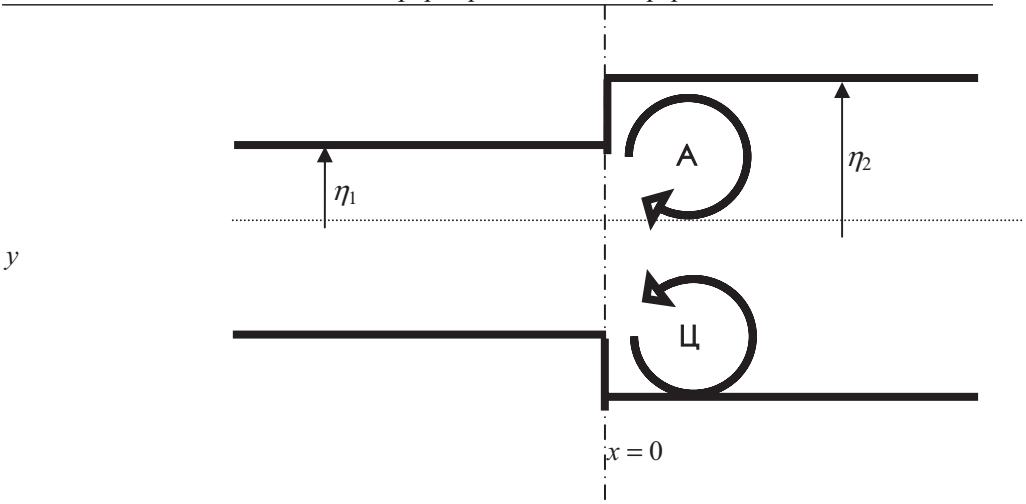


Рис. 1. Схема образования атмосферного блокирования расщепляющегося типа за счет скачка ширины струйного течения («варикозная» неустойчивость) по К.-Г. Россби (см. *Rex, 1950a, b*)). Буквой А помечен блокирующий антициклон, а буквой Ц компенсирующий его циклон

где $U = const > 0$ – скорость однородного западного зонального потока. Если $J(\psi', \nabla^2\psi') = 0$, для чего, например, достаточно, чтобы функция ψ' удовлетворяла уравнению

$$\nabla^2\psi' + K^2\psi' = 0, \tag{4}$$

то с необходимостью выполняется дисперсионное соотношение (*Rossby et al., 1939*)

$$U = \beta / K^2, \tag{5}$$

которое по сути является бесконечно вырожденным, поскольку имеет один и тот же вид при любом значении масштаба Обухова L_0. К.-Г. Россби (*Rossby et al., 1939*) применил (5) к объяснению существования квазипостоянных центров действия атмосферы, таких как Исландский или Алеутский минимум. Уравнение (5) можно также пытаться привлечь к объяснению стационарных блокирующих образований, именно неподвижных относительно Земли блокирующего антициклона на севере и циклона на юге, когда имеется отрицательная корреляция поля аномалий относительной завихренности и поля функции тока, т.е. в первом приближении выполняется соотношение (4) и потому справедлива формула (5). Слабым местом подхода, основанного на привлечении понятия волн Россби, является невозможность на этой основе объяснить локализованный в пространстве характер блокирования (см. также ниже).

В стационарном случае можно также ввести понятие квадрата коэффициента регрессии K_*^2 значений баротропного потенциального вихря $q = \nabla^2\psi + f - L_0^{-2}\psi$ на значения функции тока ψ. По расчетам *Агаяна и др.* (*1986*) для блокирующего образования расщепляющегося типа над Атлантикой 25.XII.1978 г. $K_*^2 = 2.46 \cdot 10^{-12}$ м$^{-2}$, что позволяет оценить характерный масштаб блокирования по формуле $L = \pi/K_* \sim 2000$ км.

В литературе имеется элегантная теория образования блокирования расщепляющегося типа, предложенная Россби (см. ссылку в *Rex* (1950a,b) и статье *Кур-*

ганского (*1989*)) и использующая аналогию с «прыжком воды» в гидравлике (рис. 1). Берется уравнение (1) и рассматривается стационарная задача в системе отсчета, связанной с Землей. Предполагается, что в полосе широт $S = \{-\infty < x < \infty, 0 \le y \le \eta(x)\}$ имеется струйное течение $u = u(x)$, а вне S $u \equiv 0$. Используется приближение длинных волн, когда в меридиональном направлении выполняется условие геострофического баланса. Предполагается полная симметрия задачи относительно широтного круга $y = 0$ (т.е. исследуется так называемая «варикозная» («узловатая») неустойчивость струи и ее результат) и потому рассматривается лишь северная половина струйного течения, связанная с образованием блокирующего антициклона. Южная половина струи, связанная с образованием блокирующего циклона, составляющего вместе с антициклоном вихревую пару, для простоты (но без всякой потери общности) не рассматривается. На пограничной линии тока $y = \eta(x)$ ставится динамическое условие свободной границы $\varpi = 0$ (ϖ обозначает отклонение приземного давления от среднего, поделенное на стандартную приземную плотность воздуха). Используется постоянство потоков массы (масса воздуха над единицей площади земной поверхности временно полагается равной единице)

$$\int_0^{\eta(x)} u\,\mathrm{d}y = A = \mathrm{const}$$

и импульса

$$\int_0^{\eta(x)} \left(uu^* + \varpi\right)\mathrm{d}y = B = \mathrm{const}, \quad u^* = u - \int_0^y f(y')\,\mathrm{d}y'$$

вдоль струи. Делается простейшее предположением о том, что $f = f_0 + \beta y$, где f_0 и β – некоторые константы (модель бета-плоскости). Теперь внутри S

$$\varpi = uf_0(\eta - y) + \frac{1}{2}\beta u\left(\eta^2 - y^2\right)$$

и поэтому

$$u\eta = A,\ u^2\eta + \frac{1}{6}\beta u\eta^3 = B. \qquad (6)$$

При заданных A и B уравнения (6) имеют частное решение типа «прыжка воды» в гидравлике

$$\eta(x) = \begin{cases} \eta_1, x < 0, \\ \eta_2, x > 0, \end{cases}$$

при условии, что $B > B_{crit} = \left(3^{2/3}/2\right)A^{5/3}\beta^{1/3} \approx 1.04A^{5/3}\beta^{1/3}$. Здесь η_1 и η_2 – положительные корни кубического уравнения, к которому сводится (6).

Рассуждения Россби, которые здесь вкратце воспроизведены, дополнены ниже расчетом скорости диссипации кинетической энергии D в окрестности скачка ширины струи при $x = 0$ (*Курганский, 1989а*). Величина D равняется скачку потока энергии

$$C(x) = \int_0^{\eta(x)} u\left(\frac{u^2}{2} + \varpi\right)\mathrm{d}y$$

в сечении $x = 0$. Если ввести обозначение $\alpha = \eta_2/\eta_1$, то как можно показать

$$D = \frac{\beta^3 \eta_1^7}{432}(\alpha - 1)^3 \alpha(\alpha + 1)\cdot$$

Положительной диссипации отвечает скачок расширения струи $\alpha > 1$. Рассчитаем D, положив $\beta = 1.6\cdot10^{-11}$ м$^{-1}$ с$^{-1}$ (при 45°N), $\eta_1 = 2\cdot10^6$ м, $\alpha = 2$: $D = 0.73\cdot10^{10}$ м^4 с$^{-3}$. При этом (поскольку $\alpha = 2$) $B = (7/6)A^{5/3}\beta^{1/3} \approx 1.17A^{5/3}\beta^{1/3} > B_{crit}$. Умножив D на массу воздуха $\rho_0 = 10^4$ кгм$^{-2}$, содержащуюся над единицей площади земной поверхности, получим число $0.73\cdot10^{11}$ кВт, сопоставимое с величиной скорости диссипации кинетической энергии $\rho_0 f_0 (h_E/2H)U^2L^2 \sim 0.5\cdot10^{11}$ кВт в антициклоническом вихре пространственного масштаба $L \sim 3\cdot10^6$ м (что сравнимо с синоптическим масштабом Обухова L_0) за счет механизма экмановского трения. Здесь $U \sim 10$ мс$^{-1}$ – типичный масштаб скорости в вихре, и отношение толщины экмановского пограничного слоя h_E к высоте однородной атмосферы H имеет порядок 10^{-1}.

Как уже было сказано, в явлении атмосферного блокирования присутствует как волновой, так и вихревой аспекты. Чтобы выделить последний аспект в чистом виде, рассмотрим вслед за *Обуховым и др.* (*1984*) модель двумерного движения однородной несжимаемой жидкости в пренебрежении бета-эффектом и крупномасштабной сжимаемостью атмосферы в уравнении (1). Блокирование расщепляющегося типа тогда интерпретируется как расположенная по меридиану пара сосредоточенных вихрей Кирхгофа противоположного знака, но с равными по абсолютной величине интенсивностями. Вихрь положительной интенсивности (циклон) находится на юге, а вихрь отрицательной интенсивности (антициклон) – на севере. Для определенности рассматривается Северное полушарие. Такая вихревая пара движется как целое (как жесткая конструкция) на запад с некоторой постоянной скоростью U, и если эта скорость совпадает (по абсолютной величине) со скоростью основного западного зонального потока, в котором находятся вихри, то вихревая пара покоится относительно Земли. Этот подход позволяет интерпретировать и омега-блокирование (в основном наблюдаемое над Атлантикой, но также иногда и над территорией России, см. выше), как тройку вихрей, расположенных в вершинах равностороннего треугольника с нижним основанием, ориентированным вдоль круга широты. Вихрь с отрицательной завихренностью (антициклон) находится в верхней (самой северной) вершине треугольника, а два циклонических вихря половинной интенсивности каждый – в его нижних (южных) вершинах. Такая конструкция, как жесткая, движется с постоянной скоростью на запад и опять же если она находится в потоке, скорость которого равна по величине, но противоположна по направлению скорости движения вихрей, то вихревая тройка будет покоиться относительно Земли. Несмотря на свою ограниченность (в первую очередь, за счет пренебрежения бета-эффектом) эта простая модель качественно верно объясняет явление блокирования расщепляющегося типа и омега-блокирование (см. также *Müller et al., 2015*).

Если вихри, составляющие вихревую пару имеют интенсивность $\pm\kappa$ (отрицательную на севере и положительную на юге, в Северном полушарии) и находятся на расстоянии d друг от друга, то они неподвижны относительно земли в потоке со скоростью $U = \kappa/2\pi d$. Величину κ можно оценить из следующих качественных соображений. Исходим из сохранения абсолютной завихренности $\nabla^2\psi + f_0 + \beta y = const$ и поэтому при внезапном расширении струи и перемещении воздушной массы на север на условное расстояние $\sim d/2$ она приобретает индуцированную

антициклоническую завихренность $\nabla^2\psi \sim -\beta d / 2$. Поэтому в круге с условным радиусом $\sim d / 2$ содержится вихревой заряд $\sim -\beta\pi d^3/8$ и мы приходим к формуле $U \sim \beta d^2 / 16$. Есть основания полагать, что типичный масштаб блокирования совпадает с синоптическим масштабом Обухова, т.е. $d \sim L_0$, и потому $U \sim \beta L_0^2/16$. Беря $\beta = 1.6\cdot10^{-11}$ м$^{-1}$с$^{-1}$, $L_0 = 3\cdot10^6$ м, получаем, что $U \sim 6$ мс$^{-1}$, что отвечает осредненному (по меридиану) ветру на уровне 500 гПа в период блокирования (см. примеры в *Müller et al., 2015*).

Для омега-блокирования, когда на севере находится точечный вихрь (антициклон) интенсивности $-\kappa$, а на юге на одной и той же широте расположены два циклонических вихря интенсивности $\kappa / 2$ каждый, причем вихри находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной b, выполняется соотношение $U = \kappa\sqrt{3}/4\pi b$ (*Обухов и др., 1984*). Обобщение этой формулы на случай циклонических вихрей неравной интенсивности можно найти в (*Müller et al., 2015*); отметим, что суммарная интенсивность вихревой тройки в любом случае обязана обращаться в нуль. Опять же, согласно эмпирическим данным $b \sim L_0$.

В классической гидродинамике (см. напр. *Бэтчелор, 1973*) также известен вихрь Лэмба (иногда называемый в литературе вихрем Лэмба–Чаплыгина) в котором завихренность не сосредоточена в двух точечных вихрях, а непрерывно распределена внутри окружности радиуса a, причем завихренность линейно зависит от функции тока аналогично (4). Если в полярной системе координат с ее началом в центре круга функция тока прямо пропорциональна синусу полярного угла, то решение (4) внутри круга сращивается с классическим решением для потенциального обтекания цилиндра однородным потоком со скоростью U, и такой вихревой диполь также может служить моделью блокирующего образования. Обобщение вихря Лэмба на случай учета бета-эффекта и крупномасштабной сжимаемости атмосферы давалось *Ларичевым и Резником* (*1976*). Такой обобщенный диполь (называемый модоном) может двигаться вдоль круга широты с постоянной скоростью c, однако область допустимых значений c лежит вне интервала значений фазовой скорости волн Россби $\left[-\beta L_0^2, 0\right)$. При этом до конца непроясненным в литературе обстоятельством является строгая возможность наложения на полученное решение постоянного западного зонального потока с тем, чтобы модон покоился относительно Земли; ср. с проблемой галиеевой неинвариантности уравнения (1). Применение теории модонов для объяснения атмосферного блокирования потребовало также переопределения масштаба L_0 путем выбора значения динамически эквивалентной высоты атмосферы $h \approx 1.5$ км вместо обычно принимаемой высоты однородной атмосферы (эффективный учет вертикальной стратификации атмосферы).

Подчеркнем еще раз, что с волновым подходом применительно к явлению блокирования сопряжена та сложность, что он с равным успехом объясняет стационарность (неподвижность относительно Земли) как барического гребня, так и барической ложбины независимо от их взаимного расположения по меридиану, т.е. наиболее подходит для объяснения квазистационарных центров действия атмосферы, как это и было впервые сделано в *Rossby et al.* (*1939*). С позиций геофизической гидродинамики волновой подход успешно применяется к объяснению блокирования меридионального типа, именно как результат резонансного взаимодействия волны Россби и меридионально ориентированной крупномас-

штабной неоднородности земной поверхности (такой как Скалистые горы в Северной Америке и Анды в Южной) (*Charney et al., 1981* и др.). Применение волновой парадигмы к анализу блокирования расщепляющегося типа и омега–блокирования проблематично, хотя концепция стационарных волн Россби позволяет проинтерпретировать определенную альтернативность явления блокирования, которое как очень долговременное (сверхпродолжительное) явление наблюдается или над территорией Западной Европы (например, тепловая волна 2003 г.) или же, напротив, над Европейской частью России (лето 2010 г.). Отметим в этой связи, что размер всего Европейского континента с запада на восток, от Британских островов до Урала, вполне соответствует длине стационарной волны Россби $2\pi\sqrt{U/\beta} \sim 6000$км.

2.4.3. Связь блокингов с транзиентными неустойчивостями

В настоящем разделе мы рассматриваем новые точные решения уравнения Обухова-Чарни при наличии фонового сдвигового течения. В приближении плоского сдвига линеаризованная система для возмущений оказывается несамосопряженной и помимо возмущений дискретного спектра есть смысл рассмотреть и возмущения непрерывного спектра, для которых удается провести аналитическое рассмотрение задачи об эволюции.

1. Одно из классических уравнений геофизической гидродинамики – уравнение Обухова–Чарни, описывает медленные квазидвумерные движения вращающейся планетной атмосферы толщины D в окрестности широты $\theta = \theta_0$. Данное уравнение представляет собой квазигеострофический вариант уравнения переноса потенциальной завихренности Q, записанный в так называемом приближении β-плоскости, и справедливый для движений с числом Россби $\mathrm{Ro} = \dfrac{U_0}{f_0 L} << 1$, где U_0, L – соответственно характерная скорость и горизонтальный масштаб движений, f_0 – значение параметра Кориолиса на широте θ_0. Безразмерная форма уравнения Обухова–Чарни имеет вид (*Обухов, 1949; Педлоски, 1984; Незлин и Снежкин, 1990; Должанский, 2011*)

$$Q_t + J(h,Q) = 0, Q = B\Delta h - h + \beta y. \qquad (1)$$

Здесь в качестве масштабов x, y, t приняты соответственно $L, L, \dfrac{L}{U_0}$, $J(h,Q) = h_x Q_y - h_y Q_x$ – двумерный якобиан, $B = \left(\dfrac{L_R}{L}\right)^2$ число Бургера, $L_R = \dfrac{(gD)^{1/2}}{f_0}$ – радиус деформации Россби, h – отклонение толщины атмосферы от невозмущенного значения D, нормированное на $\dfrac{f_0 L U_0}{g}$. Связанные с отклонениями h компоненты квазидвумерного поля скорости определяются выражениями $u = -h_y$, $v = h_x$. Неоднородность распределения параметра Кориолиса по широте (меридиональной координате y) в уравнении (1) описывается параметром

$\beta = \frac{\beta_0 L_R^2}{U_0}$, где $\beta = (2\Omega / r_0)\cos\theta_0$, Ω, r_0 – соответственно угловая скорость вращения и радиус планеты. Именно эта неоднородность, учитывающая сферическую кривизну планеты, приводит к появлению специального класса низкочастотных вихревых движений атмосферы волн Россби (*Педлоски, 1984; Незлин и Снежкин, 1990; Должанский, 2011*).

Отметим, что для земной атмосферы с характерной толщиной D = 8 км, на широте 30º значения $f_0 = 10^{-4}$ с$^{-1}$, $\beta_0 = 2\cdot10^{-11}$ м$^{-1}$с$^{-1}$, соответственно L_R = 2800 км и β = 5.2 (при U_0 = 30 м/с). Значение L_R может быть существенно меньше для бароклинных движений атмосферы и океана, описываемых близкими к (11) уравнениями. В физике плазмы, уравнение полностью совпадающее по структуре с (11), было выведено А.Хасегава и К.Мима для описания дрейфовых замагниченных волн (*Незлин и Снежкин, 1990; Hasegawa and Mima, 1978; Петвиашвили и Похотелов, 1989; Horton and Hasegawa, 1994*).

Вклад относительного движения в потенциальную завихренность описывается первыми двумя слагаемыми в выражении для Q (1). При этом первое слагаемое дает вклад от вертикальной компоненты относительного вихря $\xi = v_x - u_y = \Delta h$, второе – от изменения толщины атмосферы h (деформации свободной поверхности). Величина отношения первого слагаемого ко второму определяется числом Бургера B, т.е. отношением радиуса деформации L_R к масштабу движения L. Если $B << 1$ основной вклад в потенциальную завихренность дает изменение h, если $B >> 1$ – относительный вихрь. Аналогичное разделение вкладов можно провести и для полной энергии E, сохраняющейся для движений, ограниченных на бесконечности,

$$\frac{\partial E}{\partial t} = 0, \quad E = \frac{1}{2}\iint\left(B(\nabla h)^2 + h^2\right)dxdy. \tag{2}$$

Согласно (2) при B = 1 основной вклад в E дает потенциальная энергия, при $B >> 1$ – кинетическая (первое слагаемое (2)). Как показано ниже, зависимость от B оказывает принципиальное влияние на динамику волн Россби.

В рамках (1) исследуем поведение возмущений зонального течения с постоянной фоновой скоростью U и горизонтальным сдвигом S. Соответствующее течение описывается точным решением (1)

$$\overline{h}(y) = -Uy - Sy^2/2, \overline{U}(y) = -\overline{h}_y = U + Sy. \tag{3}$$

Полагая в (1) $h = \overline{h}(y) + h'(x,y,t)$, для описания возмущений получим нелинейное уравнение (далее штрих опускаем)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + (U+Sy)\frac{\partial}{\partial x}\right)(B\Delta h - h) + (\beta + U + Sy)\frac{\partial h}{\partial x} + J(h, \Delta h) = 0, \tag{4}$$

которое будем рассматривать на всей плоскости $-\infty < x, y < \infty$. Прежде чем переходить к построению решений этого уравнения, обсудим кратко случай отсутствия горизонтального сдвига S = 0, хорошо изученный в литературе (*Педлоски, 1984*). В этом случае (4) имеет точное решение $h = A\exp\left(i\left(k_x x + k_y y - \omega t\right)\right)$, описывающее волну Россби с дисперсионным соотношением

$$\omega = \omega(\mathbf{k}) = \frac{UBk^2 - \beta}{1 + Bk^2}k_x, \tag{5}$$

где $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ – квадрат модуля волнового вектора. Согласно (5) для потока дующего с востока ($U < 0$), зональная фазовая скорость $\frac{\omega}{k_x} < 0$, т.е. волна всегда распространятся на запад (в геофизических задачах ось x традиционно считают направленной на восток, ось y – на север). В случае западного потока ($U > 0$) существует граничное значение

$$k = k_b = \left(\frac{\beta}{UB}\right)^{1/2}, \tag{6}$$

такое, что при $k > k_b$ фаза волны распространятся на восток, при $k < k_b$ на запад. Волна с $k = k_b$ остается неподвижной или блокированной в потоке. Возможность существования подобной волны представляет значительный интерес прежде всего в связи с явлениями атмосферного блокинга, сопровождающимися установлением над большими территориями продолжительной сухой и жаркой погоды (*Обухов и др., 1984; Агаян и Мохов, 1989; Da Silva and Lindzen, 1993; Мохов и Петухов, 1997*). При $U = 1$ размерная длина блокированной волны

$$\lambda_b = L\frac{2\pi}{k_b} = 2\pi\left(\frac{U_0}{\beta_0}\right)^{1/2}$$

Для земной атмосферы при U_0 = 10 м/с, длина волны λ_b = 5400 км, если β_0 вычисляется на широте $\theta_0 = 45^\circ$. Она практически в два раза превышает радиус деформации. Отметим, что соотношение (5) в частности используется в (*Гледзер и др., 2013*) при анализе явлений блокирования в условиях лабораторных экспериментов.

В следующем разделе обсуждается динамика и возможность существования блокированных волн в присутствии горизонтального сдвига.

2. Как и в работе (*Чагелишвили и Чхетиани, 1995*), где рассматривалась задача о линейной связи волн Россби и волн плотности в приближении сжимаемой мелкой атмосферы (*Петвиашвили и Похотелов, 1989*), будем искать точное решение уравнения (4) в форме плоской волны с переменной амплитудой и меридиональным волновым числом, зависящим от времени

$$h = A(t)\exp i\left(k_x x + k_y(t)\, y\right) \tag{7}$$

Для решения (7) двумерный якобиан обращается в ноль и подстановка (7) в (4) дает

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\left(\left(1+Bk^2(t)\right)A(t)\right)}{\partial t} + iy\left(1+Bk^2(t)\right)A(t)\frac{\partial k_y(t)}{\partial t} \\ &-i\beta k_x A(t) + iB\left(U+Sy\right)k^2(t)\,k_x A(t) = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

где $k^2(t) = k_x^2 + k_y^2(t)$. Из (8) сразу следуют уравнения для нахождения $k_y(t)$ и амплитуды

$$\left(1+Bk^2(t)\right)\frac{dk_y}{dt}+BSk^2(t)k_x=0,$$
$$\frac{d}{dt}\left[\left(1+Bk^2(t)\right)A\right]-ik_x\left(\beta-BUk^2(t)\right)A=0. \quad (9–10)$$

Уравнение (9) получено из (8) приравниванием нулю коэффициента при y.

Для определенности далее будем рассматривать случай положительного значения сдвига $S > 0$, т.е., случай когда у зонального течения есть антициклонический сдвиг. Переходя к новому времени $\tau = St$ и определяя переменную $q(\tau)=\frac{k_y(\tau)}{k_x}$, перепишем уравнения (9, 10) в виде

$$\left(1+B_*(1+q^2(\tau))\right)\frac{dq}{d\tau}+B_*(1+q^2(\tau))=0,$$
$$\frac{d}{d\tau}\left[\left(1+B_*\kappa^2(\tau)\right)A\right]-i\beta_*\left(1-U_*\kappa^2(\tau)\right)A=0. \quad (11–12)$$

Здесь для краткости обозначено $\kappa^2(\tau) = 1 + q^2(\tau)$ и введены параметры

$$B_*=Bk_x^2,\ \beta_*=\frac{\beta k_x}{S},\ U_*=\frac{B_*U}{\beta}. \quad (13)$$

Интегрирование (11) дает неявную зависимость меридионального волнового числа от времени

$$B_*^{-1}\arctan\left(q(\tau)\right)+q(\tau)=\tau_m-\tau,\tau_m=B_*^{-1}\arctan\left(q(0)\right)+q(0). \quad (14)$$

Обозначая $\tilde{A}(\tau)=\left(1+B_*\kappa^2(\tau)\right)A$ и переходя в (12) к независимой переменной $q = q(\tau)$, получим уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{d\tilde{A}}{dq}=i\frac{\beta_*}{B_*}\left(U_*-\frac{1}{1+q^2}\right)\tilde{A}. \quad (15)$$

После интегрирования (15) найдем зависимость от времени амплитуды

$$A(\tau)=A(0)\frac{1+B_*\kappa^2(0)}{1+B_*\kappa^2(\tau)}\exp i\left(\varphi(\tau)-\varphi(0)\right), \quad (16)$$

$$\varphi(\tau)=\frac{\beta_*}{B_*}\left(U_*q(\tau)-\arctan\left(q(\tau)\right)\right). \quad (17)$$

С учетом (16) решение (7) для h можно представить в виде

$$h(\tau)=A(0)\frac{1+B_*\kappa^2(0)}{1+B_*\kappa^2(\tau)}\exp\left(i\Theta(\tau)\right),\Theta=k_xx+k_y(\tau)+\varphi(\tau)-\varphi(0). \quad (18)$$

где функция $\Theta = \Theta(x, y, \tau)$ определяет полную фазу волны. Произведя усреднение по фазе, для полной энергии волны $E = \langle B(\nabla h)^2 + h^2\rangle / 2$ (угловыми скобками обозначен оператор осреднения) легко получить выражение

$$E(\tau)=E(0)\frac{1+B_*\left(1+q^2(0)\right)}{1+B_*\left(1+q^2(\tau)\right)}, \quad (19)$$

где $E(0)=\frac{1}{4}A^2(0)\left(1+B_*(1+q^2(0))\right)$ – энергия в начальный момент времени

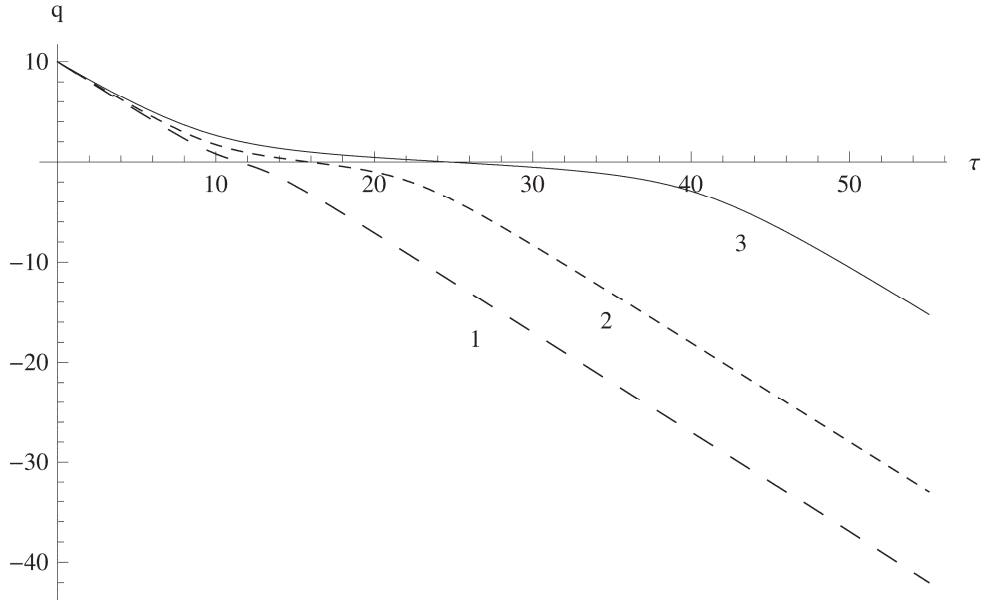


Рис. 1. Зависимость волнового числа $q = \dfrac{k_y}{k_x}$ от времени $\tau = St$ для трех значений B: $B_* = 1$; 2) $B_* = 0.25$; 3) $B_* = 0.1$

Подчеркнем, что (18) представляет собой точное решение уравнения Обухова–Чарни. Суперпозиция таких решений будет являться решением только линеаризованного уравнения. С использованием (18) в рамках линейной теории можно записать полное решение начальной задачи в форме двойного интеграла по компонентам волнового вектора.

Анализ полученного решения начнем со случая $B_* >> 1$, когда можно пренебречь деформацией свободной поверхности. Как следует из (14) в этом случае асимптотически $q(\tau) = q(0) - \tau$, т.е. меридиональное волновое число линейно зависит от времени: $k_y(t) = k_y(0) - Sk_x t$ (рис. 1).

Соответственно, при $q(0) > 0$ полная энергия

$$E(\tau) = E(0)\frac{1 + B_*\left(1 + q^2(0)\right)}{1 + B_*\left(1 + (q(0) - \tau)^2\right)}$$

достигает максимума в момент времени $\tau = \tau_m = q(0)$ и далее убывает. Здесь мы имеем оригинальную разновидность хорошо изученного в литературе процесса транзиентного роста энергии возмущений, т.е. роста на конечном временном промежутке. Он имеет место даже для умеренных значений $B_* = O(1)$ (рис. 1, рис. 2).

Отметим принципиальную роль условия $q(0) > 0$ для реализации данного сценария. Если $q(0) < 0$, т.е. в начальный момент времени линии равной фазы наклонены по потоку, с течением времени полная энергия будет монотонно затухать. При отрицательных значениях сдвига ($S < 0$) транзиентный рост энергии будет происходить при отрицательных начальных значениях k_y . Механизм транзиентного роста возмущений в сдвиговых течениях, в математическом плане связан-

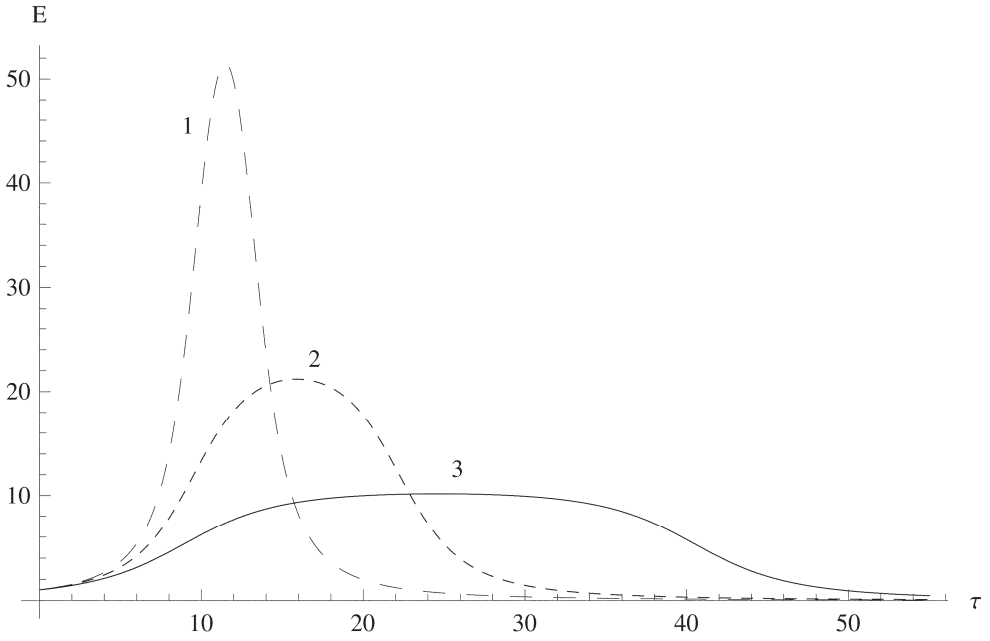


Рис. 2. Зависимость полной энергии возмущения от времени $\tau = St$ для трех значений B_*: $B_* = 1$; 2) $B_* = 0.25$; 3) $B_* = 0.1$

ный с несамосопряженностью оператора линеаризованной задачи устойчивости (*Trefethen et al., 1993*), детально обсуждался в (*Chagelishvili et al., 1996, 1997; Schmid and Heninngson, 2001*).

Совершенно иной тип поведения имеет место в случае $B_* << 1$, когда эффект деформации свободной поверхности становится преобладающим. В этом случае на графике зависимости волнового числа $q(\tau)$ от времени появляется достаточно длительный квазистационарный участок, на котором $q(\tau)$ близко к нулю (рис. 1). Соответствующий этому (также достаточно длительный) квазистационарный участок появляется и на графике зависимости от времени полной энергии $E(\tau)$, причем на этом участке энергия близка к своему максимальному значению

$$E_m = E(0)\frac{1+B_*\left(1+q^2(0)\right)}{1+B_*},$$

достигаемому в момент времени $\tau_m = q(0) + B_*^{-1}\arctan(q(0))$.

Рассматривая отдельно динамику потенциальной и кинетической составляющих энергии видим, в момент замедленной эволюции системы основной вклад составляет потенциальная компонента, соответствующее повышеннному давлению (рис. 3).

Существование квазистационарного участка или стадии квазистационарного поведения обусловлено неравномерной зависимостью $q(\tau)$ от времени при малых B_*, содержащей промежутки с быстрым и медленным изменением. Так, используя (14), легко показать, что на квазистационарном (медленном) участке зависимость $q(\tau)$ близка к прямой $q = B_*(\tau_m - \tau)$ с тангенсом угла наклона, близким к нулю. В то же время, асимптота зависимости $q(\tau)$ при $\tau \to \infty$ есть прямая $q =$

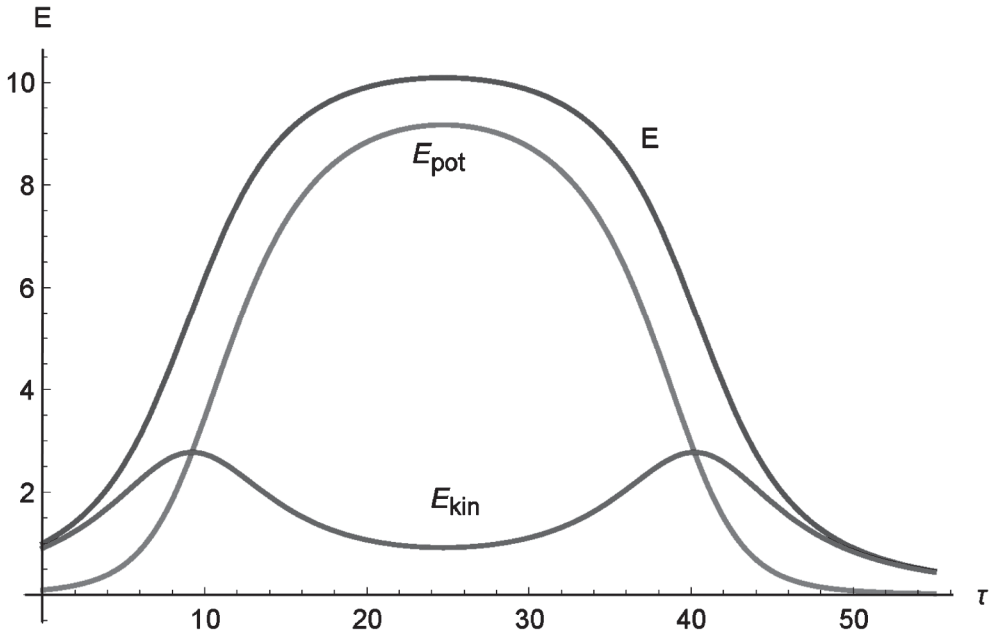


Рис. 3. Потенциальная и кинетическая энергии при $B_* = 0.1$

$\tau_m + B_*^{-1}$ $(\pi / 2) - \tau$ с тангенсом угла наклона равным –1. Несколько условно продолжительность стадии квазистационарного поведения можно определить как длину временного интервала T, на котором $q(\tau)$ меняется от значения $(B_*)^{1/2}$ до значения $-(B_*)^{1/2}$. При таком определении с учетом (14) получим

$$T = 2\left(B_*^{-1}\arctan(B_*^{1/2}) + B_*^{1/2}\right)$$

При $B_* \to 0$ отсюда $T \sim 2B_*^{-1/2} \to \infty$, т.е. продолжительность стадии неограниченно растет с уменьшением B.

Наличие стадии квазистационарного поведения приводит к новым возможностям появления блокированных или неподвижных волн. Действительно, для решений (18) естественно определить локальную частоту выражением $\tilde{\omega}(\tau) = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial\tau}$. С учетом (17) в терминах временной координаты t получим

$$\tilde{\omega}(t) = \frac{(UBk^2(t) - \beta)}{1 + Bk^2(t)}k_x. \qquad (20)$$

На квазистационарной стадии $k_y(t) \sim 0$, $k(t) \sim k_x$, т.е. возмущение не зависит от меридиональной координаты y. С учетом (20) отсюда сразу следует, что при выполнении условия $k_x = \left(\dfrac{\beta}{UB}\right)^{1/2}$ на квазистационарной стадии волна будет блокирована потоком, причем блокировка будет происходить для любых начальных значений $k_y(0)$. Подобное поведение можно назвать эффектом временной блокировки волн Россби в сдвиговом потоке. Данный эффект может иметь прямое отношения к явлениям атмосферного блокинга. Подчеркнем, что как и для обыч-

ных волн Россби, в приведенном рассмотрении анализируется распространение фазы волны, т.е. более правильно говорить о фазовой блокировке.

Отметим, что эффекты, аналогичные эффекту деформации свободной поверхности будут проявляться и в плазменных средах. Однако, при исследовании влияния сдвиговых течений на динамику дрейфовых волн в (*Mikhailenko et al., 2000*) был рассмотрен упрощенный вариант линеаризованного уравнения Хасегава–Мима, исключающий развитие продемонстрированных выше явлений.

3. Рассмотренные особенности динамики волн Россби на сдвиговом течении полностью определяются зависимостью от времени волнового вектора $\mathbf{k}(t) = (k_x, k_y(t))$. В связи с этим полезно привести альтернативный вывод уравнений, определяющих зависимость $\mathbf{k} = \mathbf{k}(t)$. Он основан на привлечении основного уравнения лучевой теории волн (*Лайтхилл, 1981; Свиркунов и Калашник, 2014*) – уравнения сохранения волновых гребней. Данное уравнение имеет вид $\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} + \nabla \omega = 0$, или, в координатной форме,

$$\frac{\partial k_x}{\partial t} = -\frac{\partial \omega}{\partial x}, \frac{\partial k_y}{\partial t} = -\frac{\partial \omega}{\partial y}. \tag{21}$$

Здесь ω – частота волны, выражение для которой в рамках приближений лучевой теории получается из (5) заменой U на $U + Sy$. При такой замене $\omega = \omega(\mathbf{k}, y)$ и $\frac{\partial \omega}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{BSk^2 k_x}{1 + Bk^2}$. Считая компоненты волнового вектора, зависящими только от времени, из (21) получим уравнения

$$\frac{dk_x}{dt} = 0, \frac{dk_y}{dt} = -\frac{BSk_x^2}{1 + Bk^2}. \tag{22}$$

Первое уравнение (22) дает $k_x = \text{const}$, а второе сводится к уравнению (9).

В рамках лучевой теории можно также определить траектории волновых пакетов, привлекая уравнения

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial k_x}, \frac{dy}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial k_y}, \tag{23}$$

где справа стоят компоненты групповой скорости. Поскольку система (21), (22) гамильтонова и гамильтонианом является частота, то на траекториях $\omega(t) = \omega(0) = \text{const}$. Здесь $\omega(0)$ – значение частоты при $\mathbf{k} = \mathbf{k}(0)$ и $y = y(0)$ (начальная координата пакета)

$$\omega(0) = \frac{\big(U + Sy(0)\big) Bk(0)^2 - \beta}{1 + Bk(0)^2} k_x$$

С учетом $\mathbf{k} = \mathbf{k}(t)$ и выражения (5) для частоты отсюда сразу получим зависимость меридиональной координаты пакета от времени

$$y = y(t) = \frac{\omega(0)\big(1 + Bk^2(t)\big) + \beta k_x}{BSk_x k^2(t)} - \frac{U}{S}. \tag{24}$$

При $t \to \infty$ модуль волнового вектора $k(t) \to \infty$ и, согласно (24), с течением времени пакет асимптотически приближается к критической широте (широте захвата)

$$y(\infty)=\frac{\omega(0)-Uk_x}{Sk_x}. \tag{25}$$

С учетом указанной замены, для зональной компоненты групповой скорости из (5) следует выражение

$$c_{gx}=\frac{\partial\omega}{\partial x}=\frac{\omega}{k_x}+\frac{2k_x(\omega+\beta k_x)}{k^2(1+Bk^2)}. \tag{26}$$

Используя условие сохранения ω, после подстановки (26) в (23) получим простое уравнение для нахождения зональной координаты пакета

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\omega(0)}{k_x}+\frac{N}{k^2(t)(1+Bk^2(t))},\ N=2k_x\left(\omega(0)+\beta k_x\right). \tag{27}$$

Из (27) следует $\frac{dx}{dt}\to c_x=\frac{\omega(0)}{k_x}$ при $t\to\infty$, т.е. приближаясь к широте (25) огибающая пакета двигается с постоянной зональной скоростью c_x. Эта скорость положительна (распространение на запад), если $k(0)>\left(\frac{\beta}{\bar{U}_0B}\right)^{1/2}$, $\bar{U}_0=U+Sy(0)$, и отрицательна для противоположного неравенства. Случай практически постоянной скорости реализуется и при наличии квазистационарной стадии (B = 1), когда $k_y(t)\approx 0$, $k(t)\approx k_x$ и $\frac{dx}{dt}\approx\frac{2\beta k_x+3\omega(0)}{k_x}$. Для начального значения модуля волнового вектора

$$k(0)\approx\left(\frac{\beta}{B(3\bar{U}_0+2\beta)}\right)^{1/2} \tag{28}$$

эта скорость обращается в ноль, т.е. в течении длительного времени огибающая пакета остается практически неподвижной. Здесь можно говорить об эффекте амплитудной блокировки волнового пакета. Вопрос о том, какой из двух типов блокировок наблюдается в природных условиях (условия их реализации различаются) требует дальнейшего исследования.

Отметим, что используя уравнения (11), (27) можно получить явное выражение для зональной координаты пакета

$$x(t)=x(0)+c_xt+a\left(F\left(q(t)\right)-F\left(q(0)\right)\right), \tag{29}$$

$$F(q)=\frac{1}{2}\left(\frac{q}{1+q^2}+\arctan(q)\right),$$

где зависимость $q=\frac{k_y}{k_x}$ от времени определена выражением (14) и $a=\frac{N}{BSk_x^4}$. Формулы (24), (29) дают параметрическое представление траектории пакета. Характерный пример траекторий представлен на рис. 4 для B = 0.1, S = U = k_x = 1, β = 5.2 и двух значений $q(0)$ = 2 и $q(0)$ ~ 1.564. Для последнего значения асимптотически выполнено условие (28), при котором на квазистационарной стадии происходит временная амплитудная блокировка пакета. Это хорошо видно на рис. 5, где изображены зависимости зональной координаты от времени. Обратим внима-

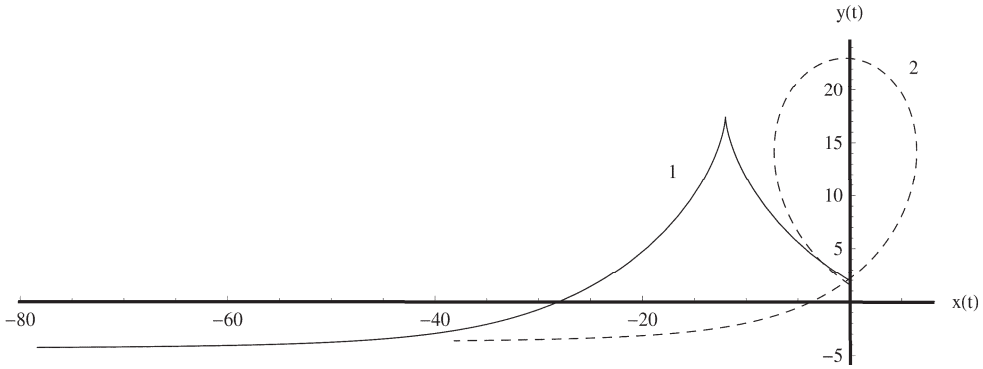


Рис. 4. Лучевые траектории для $B_* = 0.1$, $S = U = k_x = 1$, $\beta = 5.2$ и двух значений $q(0)$: 1) $q(0) = 1.564$ (асимптотически выполнено условие (32), при котором на квазистационарной стадии происходит временная амплитудная блокировка пакета); 2) $q(0) = 2$

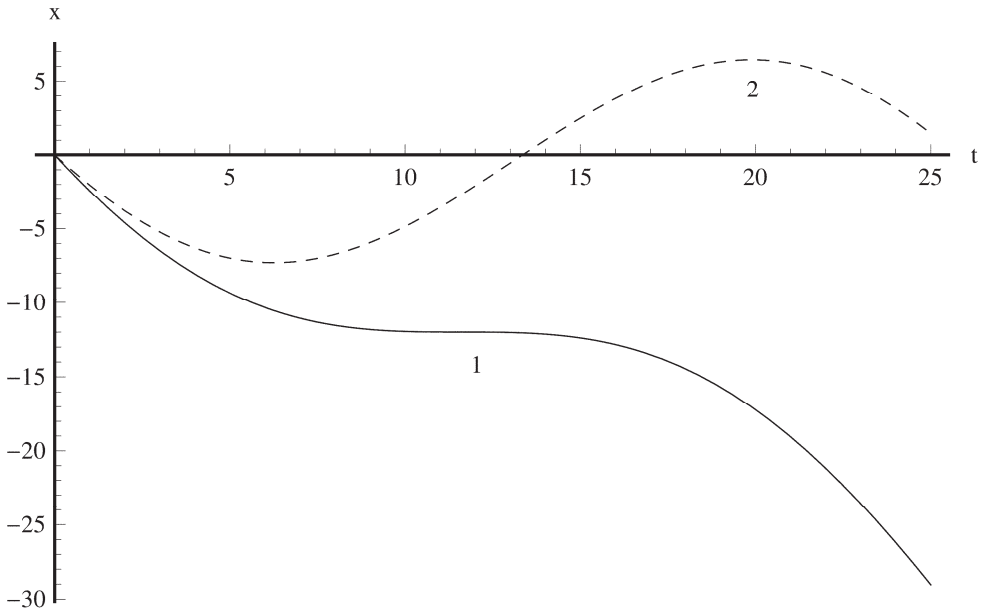


Рис. 5. Зависимость зональной координаты от времени для $B_* = 0.1$, $S = U = k_x = 1$, $\beta = 5.2$ и двух значений $q(0)$: 1) $q(0) = 1.564$; 2) $q(0) = 2$. Горизонтальный участок на кривой 1), на которой примерно выполняется условие (32), отвечает временной амплитудной блокировке пакета

ние, что амплитудной блокировке отвечает задержка пакета на уровне отражения, где обе компоненты групповой скорости обращаются в ноль.

4. В существующих работах по исследованию динамики волн Россби, как правило пренебрегают эффектом деформации свободной поверхности или, что эквивалентно, трехмерным растяжением вихревых трубок (*Yamagata, 1976; Farrel, 1987; Heifetz and Methven, 2005; Kaladze et al., 2008*). Как показано выше, учет

этого фактора оказывается существенным при наличии сдвиговых течений. Он приводит к появлению длительной квазистационарной стадии эволюции волны, при которой полная энергия практически не меняется со временем. При определенных начальных условиях на данной стадии происходит эффективная амплитудная и фазовая блокировка волны в сдвиговом течении. Описанный механизм блокировки, изученный на основе нового класса точных решений Обухова–Чарни, дополняет известный механизм, связанный с формированием в потоке стационарных вихревых диполей (*Мохов и Петухов, 1997; Ларичев, Резник, 1976*).

2.5. Внетропические циклоны и антициклоны: механизмы генерации и модели

2.5.1. ММПХ-модель для внетропических циклонов и антициклонов

В (*Мохов и др., 1992а, б*) предложена сравнительно простая модель циклонической и антициклонической активности в атмосфере внетропических широт, связанная с характеристиками климатической системы, в частности с горизонтальной и вертикальной температурной стратификацией тропосферы (ММПХ-модель). В том числе сделаны модельные оценки для сухой атмосферы и для атмосферы с учетом влажности см. также (*Акперов и Мохов, 2013*).

При построении ММПХ-модели (*Мохов и др., 1992а*) в качестве основного механизма генерации синоптических возмущений в атмосфере средних и высоких широт принималась бароклинная неустойчивость квазизонального потока. Для оценки характерного времени развития бароклинных возмущений использовалась простейшая двухслойная модель бароклинной неустойчивости Филлипса (*Phil-lips, 1954*). В ММПХ-модели характерное время развития квазигеострофических бароклинных возмущений в средних широтах с пространственным масштабом порядка радиуса Россби L_R оценивалось периодом порядка 3 сут. при характерном времени формирования устойчивых статистических режимов синоптических вихрей порядка 10 сут. Механизм бароклинной неустойчивости основного квазизонального потока в атмосфере средних и высоких широт в ММПХ-модели считался действующим постоянно. В рамках этой модели использовались два асимптотических распределения внетропических циклонов и антициклонов на сфере – наряду со свободной упаковкой вихрей, близкой к реальной, рассматривалась их плотная упаковка. Эти распределения характеризуют, соответственно, минимальную и максимальную частоту генерации вихрей и интенсивности их взаимодействия в рамках модельного рассмотрения.

В ММПХ-модели (*Мохов и др., 1992а*) учитывалось, что циклоническая активность во влажной атмосфере сопровождается процессами облако- и осадкообразования с выделением скрытого тепла фазовых переходов и соответствующим влиянием на устойчивость атмосферы, скорость роста и масштаб неустойчивых мод (волн) (*Дымников, 1978; Mak, 1982, 1994*). При этом в области восходящих движений воздух при подъеме достигает насыщения, и параметр статической устойчивости определяется разностью $\gamma_{ва} - \gamma$, тогда как в области нисходящих движений определяющую роль играет разность $\gamma_a - \gamma$.

Согласно ММПХ-модели число циклонов для разных широтных зон в случае свободной упаковки циклонов можно представить в виде

$$N = A(\frac{L_O}{L_R})\left|\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right| T^{-3/2} \sin^3 2(\varphi). \qquad (1)$$

Здесь T – температура, φ – широта, $L_O = c/f$ – синоптический масштаб Обухова, $f = 2\omega \sin\varphi$ – параметр Кориолиса, ω – частота вращения Земли, $c = (gH)^{1/2}$, $H = RT/g$ – высота однородной атмосферы, R – универсальная газовая постоянная, g – гравитационное ускорение, $L_R = NH/f$ – радиус деформации Россби для бароклинной атмосферы, $N=(g(d\theta/dz)/\theta)^{1/2}$ – частота Брента–Вяйсяля, θ – потенциальная температура, z – высота, размерный коэффициент A зависит от параметров

земной системы, в частности, от частоты вращения и радиуса Земли (см. (*Мохов и др., 1992а,б; Мохов и др., 1993*)). Характерные размеры L_O и L_R можно представить в виде: $L_O = (RT)^{1/2}/f$, $L_R = R(\gamma_\alpha - \gamma)^{1/2} T^{1/2} g^{1/2} f^{-1}$, где γ_a – сухоадиабатическое значение вертикального градиента температуры в тропосфере γ. При этом соотношение $L_0 / L_R = (gH)^{1/2} N^{-1}$ не зависит от параметра Кориолиса и связано со статической устойчивостью атмосферы (параметр статической устойчивости $\alpha^2 = R(\gamma_\alpha - \gamma)g^{-1} = (L_R / L_0)^2$). Далее при оценках для T использовались значения приповерхностной температуры.

Зависимость (1) в целом для полушария можно представить в виде

$$N' \cong \frac{(T')^{-3/2} T'_{ep}}{\alpha'}, \tag{2}$$

где T_{ep} – перепад приповерхностной температуры между экватором и полюсом, штрихом отмечены нормированные (на соответствующие значения в современном режиме) величины. Чувствительность количества внетропических циклонов N к изменению приповерхностной температуры T для СП в целом можно оценить согласно (2) следующим образом:

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{dT} \cong -\frac{3}{2T} - \frac{(-dT_{ep}/dT)}{T} - \frac{1}{2}\frac{d(\gamma_e - \gamma)/dT}{(\gamma_e - \gamma)} \tag{3}$$

или в случае сухой (безоблачной) атмосферы

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{dT} \cong -\frac{3}{2T} - \frac{(-dT_{ep}/dT)}{T} - \frac{1}{2}\frac{d(\gamma_a - \gamma)/dT}{(\gamma_a - \gamma)}. \tag{3a}$$

При этом параметры чувствительности N к изменению T, γ и T_{ep} для полушария в целом в (3) имеют вид:

$$\frac{1}{N}\frac{\partial N}{\partial T} \cong -\frac{3}{2T}, \tag{4}$$

$$\frac{1}{N}\frac{\partial N}{\partial \gamma} \cong \frac{1}{2}\frac{1}{(\gamma_e - \gamma)}, \tag{5}$$

$$\frac{1}{N}\frac{\partial N}{\partial T_{ep}} \cong \frac{1}{T_{ep}}. \tag{6}$$

Здесь $\gamma_e = \gamma_a - (\gamma_a - \gamma_{ва})\delta$, $\gamma_{ва}$ – влажно-адиабатический градиент, δ – доля объема тропосферы, занятая облачностью (в простейшем случае вклад облачности учитывается долей небосвода, покрытого облаками n) в ММПХ-модели. При $\delta = 0$ в сухой атмосфере с $\gamma_e = \gamma_a$ и $L_R / L_O = R(\gamma_a - \gamma)/g$ выражение (5) принимает вид

$$\frac{1}{N}\frac{\partial N}{\partial \gamma} \cong \frac{1}{2}\frac{1}{(\gamma_a - \gamma)}. \tag{5a}$$

Эмпирические оценки параметра чувствительности dN/dT количества внетропических циклонов N к изменению температуры T можно получить на основе линейной регрессии N на T:

$$N(T) = N_* + N'T. \tag{7}$$

При достаточно тесной связи N с T в линейном приближении коэффициент регрессии N' в (7) можно использовать для оценки параметра чувствительности dN/dT. Для получения соответствующих эмпирических оценок параметров чувствительности $\partial N/\partial T$, $\partial N/\partial \gamma$, $\partial N/\partial T_{ep}$ можно использовать множественные линейные регрессии N на T, γ, T_{ep}:

$$N(\gamma, T, T_{ep}) = N_0 + N_T^{'}T + N_\gamma^{'}\gamma + N_{Tep}^{'}T_{ep}\,. \qquad (8)$$

При этом следует отметить существенную неопределенность подобных оценок с выделением частных производных $\partial N/\partial T$, $\partial N/\partial\gamma$, $\partial N/\partial T_{ep}$ в связи со взаимной корреляцией T, γ, T_{ep}.

Оценки, полученные с помощью (3) в (*Мохов и др., 1992а*), хорошо согласуются с эмпирическими оценками, полученными на основе статистических данных о количестве циклонов.

Соответствующие модельные и эмпирические оценки были сделаны и для других характеристик внетропических циклонов, в том числе для их характерных размеров L и плотности упаковки Δ на сфере.

Увеличению приповерхностной температуры T соответствует увеличение характерного для баротропной атмосферы синоптического масштаба Обухова L_0: $dL_0/dT_s > 0$. Для L_0 тенденция однозначна, а для характерного масштаба бароклинной атмосферы – радиуса деформации Россби L_R, возможны разные режимы (*Мохов и др., 1992а*). Согласно выражению параметра чувствительности $L_R^{-1}dL_R/dT$ для сухой атмосферы

$$L_R^{-1}dL_R/dT = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{T} - \frac{d\gamma}{dT}/(\gamma_a - \gamma)\right] \qquad (9)$$

возможны режимы и с $dL_R/dT > 0$, и $dL_R/dT < 0$ в зависимости от тенденций изменения характеристик статической устойчивости атмосферы (γ и частоты Брента – Вяйсяля N). При этом параметры чувствительности $L_R^{-1}\partial L_R/\partial T$ и $L_R^{-1}\partial L_R/\partial\gamma$ для полушария в целом в сухой атмосфере имеют вид:

$$L_R^{-1}\partial L_R/\partial T = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{T}\right], \qquad (9а)$$

$$L_R^{-1}\partial L_R/\partial\gamma = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{(\gamma_a - \gamma)}\right]. \qquad (9б)$$

При общей положительной корреляции вертикального градиента температуры γ в тропосфере для полушария в целом с приповерхностной температурой T, над океаническими областями проявляется также отрицательная корреляция и в годовом ходе и в межгодовой изменчивости (*Мохов и Акперов, 2006*). При $d\gamma/dT < 0$ согласно (9) $dL_R/dT > 0$. Подобная тенденция характерна и для бароклинной атмосферы с неизменной статической устойчивостью или со слабой тенденцией ее уменьшения при потеплении (с малыми по сравнению с $(\gamma_a - \gamma)/T$ величинами $d\gamma/dT$). При достаточно сильной тенденции ослабления статической устойчивости при $d\gamma/dT > 0$ значения L_R уменьшаются при увеличении T (*Мохов и др., 1992а*).

Аналогично (7) эмпирические оценки параметра чувствительности dL/dT размеров внетропических циклонов L к изменению температуры T можно получить на основе линейной регрессии L на T:

$$L(T) = L_* + L'T. \qquad (10)$$

Аналогично (8) для получения соответствующих эмпирических оценок параметров чувствительности $\partial L/\partial T$, $\partial L/\partial\gamma$ использовались множественные линейные регрессии L на T, γ:

$$L(T, \gamma) = L_0 + L'(T)T + L'(\gamma)\gamma. \qquad (11)$$

Введенная в (*Мохов и др., 1992а*) степень упаковки вихрей на сфере Δ – доля площади земной поверхности, покрытой циклонами (или антициклонами) являет-

ся важной характеристикой циклонической (и антициклонической) активности в атмосфере. Оцененная по 60-летним данным NCEP/NCAR реанализа среднегодовая плотность упаковки внетропических циклонов для Северного полушария Δ=0.08(±0.01), а для холодного и теплого сезонов – 0.09(±0.01) и 0.07(±0.01), соответственно. В скобках приведены СКО (σ) соответствующих оценок. Эти оценки соответствуют свободной упаковке циклонов на сфере в ММПХ-модели, в которой бароклинные вихри с характерным размером порядка масштаба Россби L_R находятся друг от друга на расстоянии порядка радиуса затухания взаимодействия бароклинных вихрей L_O (масштаба Обухова). При этом по модельным оценкам среднегодовая величина Δ в сухой атмосфере для современного климата равна 0.11. В случае влажно-насыщенной атмосферы в ММПХ-модели Δ=0.05. В целом оценки степени упаковки внетропических циклонов в реальной атмосфере находятся в диапазоне модельных оценок для предельных случаев сухой и влажно-насыщенной атмосферы.

Можно оценить чувствительность плотности упаковки внетропических циклонов к изменению приповерхностной температуры согласно

$$\frac{1}{NS}\frac{d(NS)}{dT} = \frac{(dN/dT)}{N} + \frac{(dS/dT)}{S},$$

где $\frac{(dN/dT)}{N}$ – параметр чувствительности количества циклонов N к изменению приповерхностной температуры T, а $\frac{(dS/dT)}{S}$ – параметр чувствительности площади внетропических циклонов S к изменению приповерхностной температуры T.

Полученная с использованием 60-летних данных NCEP/NCAR реанализа оценка $\frac{1}{NS}\frac{d(NS)}{dT} = -0.025(\pm 0.013)\ \text{К}^{-1}$ для СП в целом соответствует уменьшению плотности упаковки внетропических циклонов на полусфере на 2.5% при увеличении приповерхностной температуры на 1К. Эта тенденция связана с общим уменьшением числа внетропических циклонов СП: $\frac{(dN/dT)}{N} = -0.027(\pm 0.012)\ \text{К}^{-1}$ без существенного влияния изменений характерных размеров внетропических циклонов. Параметр чувствительности $\frac{(dS/dT)}{S}$ для СП в целом по данным реанализа оценен незначимым (значение соответствующего коэффициента регрессии S на T на порядок меньше СКО).

В целом на основе ММПХ–модели получены первые в мире количественные оценки чувствительности количества и размеров внетропических циклонов к изменению приповерхностной температуры в сопоставлении с данными наблюдений и оценками по данным реанализа. При этом сделаны модельные оценки для сухой атмосферы и для атмосферы с учетом влажности.

С использованием данных реанализа отмечено общее уменьшение количества внетропических циклонов (и плотности их упаковки) с ростом приповерхностной температуры аналогично модельным оценкам на основе ММПХ-модели.

Оценено влияние горизональной и вертикальной температурной стратификации атмосферы, в частности меридионального градиента приповерхностной тем-

пературы и вертикального градиента температуры в тропосфере, на изменение количества и размеров внетропических циклонов по данным реанализа. Получено, что наиболее значимое влияние на изменение количества и размеров внетропических циклонов в среднем за год связано с вертикальным градиентом температуры в тропосфере. При этом увеличение вертикального градиента температуры в тропосфере ведет к уменьшению размера циклонов. Для разных широтных зон относительное влияние вертикального градиента температуры и меридионального градиента температуры различается.

2.5.2. Вероятности циклонов и режим Россби

В этом разделе обсуждается вихревой режим Россби в земной атмосфере (*Rossby, 1947*; см. также *Lorenz, 1967*) путем привлечения понятия модифицированного потенциального вихря Эртеля (*Ertel, 1942*), так как оно введено в (*Обухов, 1964; Курганский и Татарская, 1987; Kurgansky and Pisnichenko, 2000*; см. также *Kurgansky, 2002*). Учитывается то, что потенциальный вихрь Эртеля – это мощный диагностический инструмент изучения общей циркуляции атмосферы (*Hoskins, 1991*). Нижеизложенный материал во многом базируется на статье (*Kur-gansky and Pisnichenko, 2000*), где подробно обсуждается определение понятия модифицированного потенциального вихря и его статистическое распределение в атмосфере.

Внетропический циркуляционный режим Россби, образованный подвижными (мигрирующими) циклоническими вихрями, может быть полезным образом охарактеризован горизонтальным перемешиванием как вертикальной компоненты абсолютного вихря, так и потенциального вихря Эртеля (*Rossby, 1947; Hide and James, 1983; Sun and Lindzen, 1994; Kirk Davidoff and Lindzen, 2000*). Замечательной чертой общей циркуляции атмосферы является то, что вихревой режим Росс-би четко отделен от циркуляционного режима Хэдли в тропиках. Граница между этими режимами отчетливо выделяется субтропическим струйным течением и поясом субтропических антициклонов. В обоих земных полушариях эта граница не удаляется сильно от 30–35° и хотя испытывает сезонные перемещения остается удивительно постоянной и устойчивой. Положение указанных циркуляционных систем успешно воспроизводится в моделях общей циркуляции атмосферы. Имеются теоретические исследования в этом направлении (наиболее известной является статья (*Held and Hou, 1980*)), но представляет интерес еще одна независимая оценка этого важного индекса общей циркуляции атмосферы, что может оказаться полезным в теории климата.

В квазистатическом приближении и будучи записан в самой лаконичной форме, модифицированный потенциальный вихрь имеет вид (см. *Kurgansky and Pisnichenko, 2000*)

$$q = \omega_{a\theta}\left[\frac{\partial p}{\partial p^*(\theta)}\right]^{-1}, \qquad (1)$$

где $\omega_{a\theta}$ – абсолютный вихрь, взятый на поверхностях постоянных значений потенциальной температуры θ (изэнтропических поверхностях), p – давление и $p^*(\theta)$ – стандартное распределение давления между изэнтропическими поверхностями. Аналогичная функция $p^*(\theta)$ фигурирует в теории доступной потенциальной энергии (*Lorenz, 1955*). В уравнении (1) используется известный произвол в

определении потенциального вихря (*Ertel, 1942; Haynes and McIntyre, 1990*). Так, как он определен в (1), модифицированный потенциальный вихрь имеет и размерность, и порядок величины абсолютного вихря (*Обухов, 1964*). Пара переменных (q, p^*), где q играет роль широтной координаты и p^* – роль высоты, составляют координатную систему, удобную для описания атмосферной зональной циркуляции и обладающую преимуществами при визуализации крупномасштабных процессов в тропосфере и стратосфере (*Kurgansky, Tatarskaya, 1987*; см. также *Lait, 1994*). Идея использовать потенциальный вихрь в качестве меридиональной координаты, в потенциальную температуру в качестве вертикальной координты для моделирования динамики атмосферы также реализована в (*Stan, 2005*). Методы задания функции $p^*(\theta)$ (в контексте вычислений модифицированного потенциального вихря) и конкретные примеры выбора $p^*(\theta)$ даны в (*Kurgansky and Tatarskaya, 1987; Kurgansky and Pisnichenko, 2000; Kurgansky, 2002*).

Мы ограничиваемся случаем полушарной атмосферы, когда псевдоскаляр q считается положительным и растущим к полюсу. Используется то, что вероятность того, что значение модифицированного потенциального вихря в случайно выбранной воздушной массе превышает заданное значение q с хорошим приближением дается простым экспоненциальным распределением

$$P(q) = \exp\left\{-\frac{q}{Q}\right\}, \tag{2}$$

(*Kurgansky and Pisnichenko, 2000; Kurgansky, 2002*). Модуль Q распределения (2) совпадает с суммарным количеством модифицированного потенциального вихря, накопленным в полушарной атмосфере и поделенным на массу воздуха над полушарием. Допуская небольшую терминологическую неточность, мы называем Q полушарным вихревым зарядом (см. *Курганский, 1991*), хотя строго говоря, это – средняя плотность вихревого заряда в полушарной атмосфере. Можно показать, что всегда выполняется неравенство $Q \le \Omega$, где $\Omega \cong 0.729\times10^{-4}$ с$^{-1}$ – угловая скорость вращения Земли; вычисленные по данным наблюдений значения Q (*Курганский, 1991; Kurgansky and Pisnichenko, 2000*) автоматически удовлетворяют этому неравенству. В хорошем приближении величина Q линейно зависит от разности температур «экватор–полюс» и является мерой бароклинности полушарной атмосферы, т.е. зимой значения Q выше, чем летом.

Предполагаем, что имеется минимальное пороговое значение $q = q^*$ для случайно выбранной воздушной массы, чтобы она отвечала циклону и принадлежала режиму Россби. Если внешняя граница режима Россби находится на широте φ, то приравнивая два альтернативных выражения для вероятности случайно выбранной воздушной массы принадлежать режиму Россби, будем на основании (2) иметь

$$\exp\left\{-\frac{q^*}{Q}\right\} = 1 - \sin\varphi\,. \tag{3}$$

Фактически предполагается, что разделение воздушных масс в q–пространстве эквивалентно их разнесению по широте. Строго говоря, чтобы (3) выполнялось необходимо, чтобы изоповерхность $q = q^*$ совпадала с вертикальной стенкой на широте φ. Рисунок 2 из статьи (*Татарская, 1978*) показывает зонально осредненное распределение модифицированного потенциального вихря в меридиональной плоскости. Он подтверждает такую возможность и указывает, что значение q^*

может слегка превосходить 0.5×10^{-4} с$^{-1}$. Согласно (3), этому значению q^*, а также типичному для зимнего периода значению вихревого заряда $Q = 0.67\times10^{-4}$ с$^{-1}$ (см. *Kurgansky and Pisnichenko, 2000*) отвечает $\varphi \cong 31.7^{\circ}$. Для типичного летнего значения (для северного полушария) $Q = 0.56\times10^{-4}$ с$^{-1}$ (*ibid*) получается $\varphi \cong 36.1^{\circ}$, т.е. граница вихревого режима Россби перемещается к северу.

В оригинальной модели Россби (*Rossby, 1947*) край зоны перемешанного (гомогенизированного) абсолютного вихря был выбран на широте 35° чтобы получить наилучшее согласие с имевшимися тогда наблюдательными данными (см. *Hide and James, 1983*). В климатической модели (*Kirk-Davidoff and Lindzen, 2000*) край гомогенизированной области потенциального вихря Эртеля фиксировался на широте 20°; фактически, эти авторы использовали заданные меридиональные градиенты потенального вихря, к полюсу от критической широты.

Меридиональные перемещения $\delta\varphi$ края зоны вихревого режима Россби, которые отвечают вариациям δQ вихревого заряда и могут быть вычислены из уравнения (3), качественно хорошо описывают годовой ход в широтной позиции максимума приземного давления в субтропическом антициклоне и зон осадков к полюсу от максимума давления, что так отчетливо выражено над центральным и южным Чили в Южной Америке (*Saavedra et al., 2002*).

В работе (*Обухов и др*., 1988) показано, что положение изолиний $q = 1\times10^{-4}$ с$^{-1}$ на изэнтропических поверхностях 305–310 К, которые в средних широтах расположены вблизи уровня 300 гПа, хорошо согласуется с положением планетарной высотной фронтальной зоны, которая отделяет воздушные массы субтропического и полярного происхождения. Принимая, что в циклонах $q > 1\times10^{-4}$ с$^{-1}$ в (*Курганский и Приказчиков, 1994*) по формуле (2) оценена доля массы атмосферы, занятая циклонами и показано, что доля январских циклонов над северным полушарием уменьшится (в относительных единицах) на 5.5% при увеличении приземной температуры воздуха на 1 К в среднем над полушарием. Эта оценка примерно в 2 раза ниже чем та, что была ранее получена в (*Мохов и др., 1993*), различие, возможно, связано с иным определением циклоничности; отметим и чувствительность оценки к выбранному пороговому значению q.

2.5.3. Негеострофическая модель бароклинной неустойчивости

Под бароклинной неустойчивостью понимают неустойчивость геострофических течений с вертикальным сдвигом скорости. Поскольку во вращающейся атмосфере вертикальный сдвиг поддерживается горизонтальным градиентом температуры, бароклинную неустойчивость часто интерпретируют как неустойчивость, обусловленную высвобождением доступной потенциальной энергии. Изучению этой неустойчивости, с которой традиционно связывают формирование внетропических циклонов, посвящена обширная литература. Только в 1990 г. в России были опубликованы две монографии (*Шакина, 1985; Дымников и Филатов, 1990*) и обзор (*Должанский и др., 1990)*, содержащие результаты исследования проблемы. Обширная библиография содержится также в монографиях (*Гилл, 1986; Pedlosky, 1987; Lindzen, 1990; Cushman-Roisin, 2009; Mak, 2011; McWilliams, 2011*).

Одна из классических задач теории бароклинной неустойчивости – задача о неустойчивости течения с постоянным вертикальным сдвигом, была впервые рассмотрена в работе Иди (*Eady*, *1949*). В рамках этой задачи были определены

параметры неустойчивых возмущений (бароклинных волн Иди), которые хорошо согласуются с параметрами атмосферных циклонов и антициклонов средних широт. Современные исследования задачи Иди (*Mak, 2011; McWilliams, 2011*) используют квазигеострофические модели атмосферы (фильтрующие быстрые волновые движения и справедливые при малых значениях числа Россби), хотя сам Иди рассматривал негеострофическую модель, основанную на гидростатическом варианте полной линеаризованной системы уравнений динамики. Соответствующая система была сведена к одному уравнению для вертикальной скорости (третьего порядка по времени) с привлечением целого ряда неочевидных упрощающих приближений. В данном разделе, следуя работам (*Калашник, 2015*) рассматривается двумерный вариант негеострофической модели. Показано, что закон сохранения потенциальной завихренности позволяет свести систему уравнений динамики к одному неоднородному уравнению волнового типа второго порядка. С использованием этого уравнения получены простые асимптотические решения спектральной задачи теории гидродинамической устойчивости, согласующиеся с результатами ранних работ (*Stone, 1966, 1970*) и работ (*Heifetz and Farrel, 2003, 2007*) при больших значениях числа Ричардсона (малых значениях числа Россби). На основе метода многомасштабных временных разложений построено асимптотическое решение задачи с начальными данными и изучены два механизма формирования бароклинных волн (возмущений с нулевой потенциальной завихренностью). В первом из них, развитие бароклинных волн (циклонов и антициклонов) инициируется начальными распределениями плавучести (потенциальной температуры) на границах. Исследование этого механизма дает простое описание сценария циклогенеза типа B – генерации приземных циклонов верхнетропосферными возмущениями. В рамках второго механизма, к формированию бароклинных волн приводит их взаимодействие с начальными вихревыми возмущениями (возмущениями с ненулевой потенциальной завихренностью). Достаточно сложный процесс взаимодействия может приводить к резонансному возбуждению бароклинных волн, при котором их амплитуда нарастает по линейному закону.

Постановка задачи.

Исследуется поведение возмущений зонального (вдоль горизонтальной оси x) течения стратифицированной вращающейся жидкости с распределением скорости $U(z) = \Lambda z$ и плавучести $\sigma = \overline{\sigma} = N^2 z - f\Lambda y$, где $\Lambda > 0$ – величина постоянного сдвига, N – частота плавучести, f – параметр Кориолиса. Данные распределения связаны уравнением термического ветра $fU_z = -\overline{\sigma}_y$, показывающим, что во вращающейся жидкости вертикальный сдвиг скорости поддерживается меридиональным (вдоль оси y) градиентом плавучести.

В приближении гидростатики динамика двумерных возмущений (не зависящих от координаты перпендикулярно потоку) описывается системой уравнений:

$$Du / Dt - f\mathrm{v} + \Lambda w + p_x = 0, \quad D\mathrm{v} / Dt + fu = 0, \quad \sigma = p_z,$$
$$D\sigma / Dt - f\Lambda\mathrm{v} + N^2 w = 0, \quad u_x + w_z = 0. \qquad (1)$$

Здесь u, v, w компоненты скорости вдоль горизонтальных осей x, y и направленной вертикально вверх оси z соответственно, p, σ – возмущения нормированного на среднюю плотность давления и плавучести, $D / Dt = \partial / \partial t + \Lambda z \partial / \partial x$. В приближении Буссинеска плавучесть $\sigma = g\theta / \theta_0$, где θ_0 – фоновое значение потенциальной

температуры, θ – возмущение. Система (1) рассматривается в горизонтальном слое $0 < z < H$ с условием непротекания $w = 0$ на твердых границах $z = 0$, H.

Возможность роста возмущений в сдвиговом потоке вытекает из уравнения баланса энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} E = \frac{f\Lambda}{N^2}\langle \mathrm{v}\sigma \rangle - \Lambda \langle wu \rangle, \; E = \frac{1}{2}\left\langle u^2 + \mathrm{v}^2 + \left(\frac{\sigma}{N}\right)^2 \right\rangle, \tag{2}$$

где угловые скобки означают усреднение по объему. Согласно (2) источниками энергии возмущений являются меридиональный поток плавучести и вертикальный поток импульса. Действие этих источников проявляется только при ненулевом сдвиге скорости.

Важным следствием системы (2), которое легко устанавливается прямым вычислением, является уравнение переноса потенциальной завихренности

$$Dq / Dt = 0, \qquad q = N^2 \mathrm{v}_x - f\Lambda u_z + f\sigma_z. \tag{3}$$

Уравнение (3) представляет собой линеаризованную форму общего закона сохранения потенциальной завихренности для течений стратифицированной вращающейся жидкости (*Pedlosky*, *1987*). Интегрирование (3) приводит к соотношению

$$N^2 \mathrm{v}_x - f\Lambda u_z + f\sigma_z = q_i(x - \Lambda z t, z), \tag{4}$$

где $q_i(x, z)$ – начальное распределение q. Соотношение или закон сохранения (4) выполняется для любого $t \geq 0$. Этот закон, который не учитывался в ранних работах (*Stone, 1966, 1970*), позволяет редуцировать систему уравнений (2) к одному уравнению волнового типа без промежуточных упрощений.

В систему (1) входят три параметра с размерностью частоты f, N, Λ. Совместное влияние сдвига и стратификации удобно характеризовать безразмерным параметром

$$\varepsilon = \Lambda / N, \tag{5}$$

связанным с обычным числом Ричардсона соотношением $\mathrm{Ri} = \varepsilon^{-2} = N^2 / \Lambda^2$. Типичные значения для атмосферы средних широт $N = 10^{-2}$ с$^{-1}$, $f = 10^{-4}$ с$^{-1}$. Для крупномасштабных течений с характерной скоростью $U = 10$ м/с в слое толщиной $H = 10$ км величина вертикального сдвига $\Lambda = 10^{-3}$ с$^{-1}$, соответственно $\varepsilon = 10^{-1}$ $(\mathrm{Ri} = 10^2)$.

Отметим, что в так называемой теории симметричной неустойчивости (*Mak*, *2011*) исследуется поведение двумерных возмущений сдвигового течения, не зависящих от координаты вдоль потока (координаты x). Относительно таких возмущений, имеющих форму валов, вытянутых вдоль потока, течение неустойчиво при $\mathrm{Ri} < 1$. К образованию крупномасштабных бароклинных волн приводит неустойчивость относительно рассматриваемого класса двумерных возмущений (не зависящих от координаты перпендикулярно потоку). С этими возмущениями связаны пространственный и временной масштабы $L = L_R = NH / f$ (радиус деформации Россби) и $T = N / f\Lambda = (\varepsilon f)^{-1}$. Характерные значения этих масштабов $L_R = 1000$ км, $T = 28$ часов.

Сведение к одному уравнению и формулировка краевых условий.

Система (1) сводится к одному уравнению относительно функции (редуцированное давление)

$$\varphi = p + \Lambda\psi, \tag{6}$$

где ψ – функция тока, $u = -\psi_z$, $w = \psi_x$. Действительно, производные $\varphi = \varphi(x, z, t)$ даются выражениями

$$\varphi_x = p_x + \Lambda\psi_x = p_x + \Lambda w,\ \ \varphi_z = p_z + \Lambda\psi_z = \sigma - \Lambda u. \tag{7}$$

С учетом (7) первое уравнение системы (1) записывается в виде

$$Du / Dt - fv + \varphi_x = 0, \tag{8}$$

а закон сохранения (4) как

$$N^2 v_x + f\varphi_{zz} = q_i(\eta, z),\quad \eta = x - \Lambda z t. \tag{9}$$

Из (9) следует $v_x = N^{-2}(q_i(\eta, z) - f\varphi_{zz})$. С учетом (8) и этого выражения, после дифференцирования по x первые два уравнения системы (1) примут вид

$$\frac{D}{Dt}u_x + \frac{f^2}{N^2}\varphi_{zz} + \varphi_{xx} = \frac{f}{N^2}q_i(\eta, z),\quad \frac{D}{Dt}\varphi_{zz} - N^2 u_x = 0. \tag{10}$$

Исключение из (10) u_x окончательно приводит к уравнению для функции φ:

$$\frac{D^2}{Dt^2}\varphi_{zz} + f^2\varphi_{zz} + N^2\varphi_{xx} = f\,q_i(x - \Lambda z t, z). \tag{11}$$

Подчеркнем, что уравнение (11) является точным следствием системы (1) и имеет второй порядок по времени, в отличие от приближенного уравнения работы Иди для вертикальной скорости третьего порядка. В отсутствие сдвига и $q_i = 0$ уравнение (11) сводится к основному уравнению теории инерционно-гравитационных волн в длинноволновом (гидростатическом) приближении (*Гилл*, *1986*).

Сформулируем краевые условия для уравнения (11). В силу условия непротекания эволюция поля плавучести на границах $z = 0$, H описывается уравнением $D\sigma / Dt - f\Lambda v = 0$. Из (7) следует $\sigma = \varphi_z + \Lambda u$ и с учетом (8) это уравнение можно записать в виде

$$(D / Dt)\varphi_z + \Lambda(Du / Dt - fv) = (D / Dt)\varphi_z - \Lambda\varphi_x = 0.$$

Таким образом, окончательная форма краевых условий на горизонтальных границах примет вид

$$z = 0, H:\ (D / Dt)\varphi_z - \Lambda\varphi_x = 0. \tag{12}$$

В анализе удобно использовать безразмерную форму уравнения и краевых условий. Принимая в качестве масштабов t, z, x, φ, q_i соответственно f^{-1}, H, $L_R = NH / f$, $H\sigma_*$, $f\sigma_* / H$, где σ_* – характерное значение начального возмущения плавучести, получим уравнение

$$\frac{D^2}{Dt^2}\varphi_{zz} + \varphi_{zz} + \varphi_{xx} = q_i(x - \varepsilon z t, z),\ \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon z\frac{\partial}{\partial x}, \tag{13}$$

с краевыми условиями

$$z = 0, 1:\quad (D / Dt)\varphi_z - \varphi_x = 0. \tag{14}$$

Здесь параметр ε определен соотношением (5).

Из определения (6) и выражений (7) – (9) следуют формулы, связывающие все переменные с введенной функцией φ. Если в качестве масштабов p, u, v, w взять соответственно $H\sigma_*$, $N^{-1}\sigma_*$, $N^{-1}\sigma_*$, $fN^{-2}\sigma_*$, то формулы связи примут вид

$$v_x = -\varphi_{zz} + q_i(x - \varepsilon z t, z),\quad p_x = \varphi_x + \varepsilon\big((D / Dt)\varphi_z - \varepsilon\varphi_x\big),$$
$$\sigma_x = \varphi_{xz} + \varepsilon(D / Dt)\varphi_{zz},\quad w = \psi_x = -\big((D / Dt)\varphi_z - \varepsilon\varphi_x\big), \tag{15}$$

$u_x = (D / Dt)\varphi_{zz}$. В безразмерных переменных $q = v_x - \varepsilon u_z + \sigma_z$.

Спектральная задача теории устойчивости. Нормальные моды.

Отыскивая решения (13), (14) в форме нормальных мод $\varphi = \phi(z)e^{ik(x-c_p t)}$ и полагая $c_p = \varepsilon c$, приходим к спектральной задаче для нахождения комплексной (нормированной) фазовой скорости $c = c_r + ic_i$ возмущений

$$(1 - (\varepsilon k)^2 (c - z)^2)\phi_{zz} - k^2 \phi = 0, \tag{16}$$

$$z = 0,1: \quad (c - z)\,\phi_z + \phi = 0. \tag{17}$$

Данная задача определяет зависимость $c = c(k, \varepsilon)$. Течение неустойчиво, если существуют возмущения, для которых $c_i > 0$ для возмущений с нулевым распределением q.

Решение уравнения (16) выражается через гипергеометрическую функцию, что при удовлетворении краевым условиям приводит к громоздким вычислениям спектра. Простые асимптотические решения задачи (16), (17) могут быть получены в двух предельных случаях, соответственно $(\varepsilon k)^2 << 1$ и $(\varepsilon k)^2 >> 1$. Рассмотрим вначале первый случай, отвечающий либо значениям $\varepsilon << 1$ и $k \sim O(1)$, либо $k << 1$ и $\varepsilon \sim O(1)$. Предельная форма (16), (17) при этом сводится к задаче с постоянными коэффициентами

$$\phi_{zz} - k^2 \phi = 0,\ z = 0,1: \quad (c - z)\,\phi_z + \phi = 0, \tag{18}$$

которая возникает в квазигеострофической теории задачи Иди (*Pedlosky*, *1987*) и формулировалась также в асимптотическом исследовании(*Eady*, *1949*). Подстановка общего решения уравнения (18) $\phi = a\mathrm{ch}(kz) + b\mathrm{sh}(kz)$ в краевые условия приводит к уравнению $c^2 - c + k^{-1}\mathrm{cth}(k) - k^{-2} = 0$ для нахождения c. Отсюда (*Pedlosky*, *1987*)

$$c_{1,2} = 0.5 \pm k^{-1}\sqrt{(0.5k - \mathrm{cth}0.5k)(0.5k - \mathrm{th}0.5k)}\ . \tag{19}$$

При выполнении условия $k < k_{cr}$, где $k_{cr} = 2.399$ корень уравнения $\mathrm{cth}(k / 2) = k / 2$, собственные значения (19) комплексны, т.е. имеет место неустойчивость. Инкремент нарастания неустойчивых возмущений $s = kc_i$ достигает максимального значения $s_m = 0.31$ при $k = k_m = 1.75$. При характерном значении $L_R = NH / f = 1000$ км в размерных переменных это дает длину волны $\lambda_m = 3.59\, L_R \sim 3600$ км (четверть длины волны – масштаб циклона) и время нарастания в e раз $T_* = (s_m f\varepsilon)^{-1}$ порядка 4 суток. Эти оценки, дополненные исследованием структуры неустойчивой моды (бароклинной волны Иди), и представляют собой знаменитый результат, впервые полученный в работе (*Eady*, 1949).

Рассмотрим теперь другой предельный случай (случай коротковолновых возмущений) $(\varepsilon k)^2 >> 1$. В этом случае уравнение (16) сводится к уравнению Эйлера $(c - z)^2 \phi_{zz} + \varepsilon^{-2} \phi = 0$. С учетом $\mathrm{Ri} = \varepsilon^{-2}$, решение представляется в виде

$$\phi = a\xi^{r_1} + b\xi^{r_2}\ ,\ \xi = c - z\ ,\ r_{1,2} = 0.5 \pm \sqrt{0.25 - \mathrm{Ri}}\ , \tag{20}$$

где $r_{1,2}$ – корни уравнения $r^2 - r + \mathrm{Ri} = 0$. Подстановка (20) в краевые условия (17) приводит к уравнению для нахождения c:

$$\left(\frac{c}{c-1}\right)^{r_1 - r_2} = 1, \qquad r_1 - r_2 = \sqrt{1 - 4\mathrm{Ri}}\cdot \tag{21}$$

В анализе уравнения (21) следует различать два случая: $\mathrm{Ri} < 1/4$ (корни $r_{1,2}$ вещественны) и $\mathrm{Ri} > 1/4$ (корни комплексны). В первом случае, полагая $c / (c - 1) = e^{i\theta}$, из (21) найдем $\theta = 2\pi n / (r_1 - r_2)$, $n = \pm 1, \pm 2, \ldots$ Соответственно для c после тригонометрических преобразований получим

$$c = \frac{1}{2} \pm \frac{i}{2} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi n}{\sqrt{1 - 4\mathrm{Ri}}} \right), \quad n = 1, 2, \ldots \tag{22}$$

Значения (22) комплексны, т.е. при $(\varepsilon k)^2 >> 1$ и Ri < 1/4 имеет место неустойчивость.

Аналогично, в случае Ri > 1/4, полагая $c/(c-1) = e^{\theta}$, получим

$$c = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \operatorname{cth}\left(\frac{\pi n}{\sqrt{4\mathrm{Ri} - 1}} \right), \quad n = 1, 2, \ldots \tag{23}$$

Вещественность значений c говорит об устойчивости.

Рассмотренные асимптотики позволяют сделать некоторые общие выводы о неустойчивости при любом фиксированном значении параметра ε. Как следует из (19) при $k \to 0$ для любого ε всегда существует пара комплексно сопряженных корней $c \approx \frac{1}{2} \pm i \frac{\sqrt{3}}{6}$. Если $\varepsilon < 2$ (Ri > 1/4), то далее с ростом k комплексно сопряженные пары корней (их может быть несколько) исчезают. Неустойчивость в этом случае ограничена некоторым интервалом волновых чисел $0 < k < k_{cr}$, т.е. носит длинноволновой характер. Если $\varepsilon > 2$ (Ri < 1/4), то с ростом k число комплексно сопряженных пар растет, так, что при $k \to \infty$ уже имеется счетное число пар (22). Так как для этих пар инкремент нарастания $\gamma = kc_i \to \infty$, неустойчивость коротковолновая. Детальное описание зависимости $c = c(k, \varepsilon)$ возможно путем численного решения задачи (16), (17).

Задача с начальными данными. Быстрый и медленный компоненты.

При $\varepsilon << 1$ анализ спектральной задачи дает только две нормальные моды с весьма специальной вертикальной структурой. Каким образом происходит формирование таких мод? Этот вопрос в течение долгого времени обсуждался в литературе (*Pedlosky, 1987; Lindzen, 1990*). В рамках квазигеострофической теории формирование нормальных мод объясняется либо их присутствием в спектре начальных возмущений, либо на основе концепции о взаимодействии мод непрерывного и дискретного спектра. Более прямой и логичный поиск ответа состоит в рассмотрении задачи с начальными данными.

Рассмотрим уравнение (13) с начальными условиями

$$t = 0: \quad \varphi = \varphi_i(x, z), \; (D/Dt)\varphi_{zz} = 0, \tag{24}$$

и краевыми условиями (14). С учетом формул связи (15) второе условие (24) отвечает ситуации с отсутствием начальных компонент скорости $u = w = 0$.

Для построения решения начальной задачи в характерном случае $\varepsilon << 1$ используем метод многомасштабных временных разложений (*Найфэ, 1976; Reznik et al., 2001*). В соответствии с этим методом искомая функция представляется разложением:

$$\varphi = \varphi^{(0)}(x,z,t,t_1,\ldots) + \varepsilon\varphi^{(1)}(x,z,t,t_1,\ldots) + \ldots; \quad t_n = \varepsilon^n t, \quad t_0 = t. \tag{25}$$

Для оператора дифференцирования по потоку при этом справедливо представление

$$D/Dt = \partial/\partial t + \varepsilon D/Dt_1 + \ldots, \quad D/Dt_1 = \partial/\partial t_1 + z\partial/\partial x. \tag{26}$$

Подстановка (25), (26) в (14), (15) для функции нулевого приближения дает уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\varphi_{zz}^{(0)} + \varphi_{zz}^{(0)} + \varphi_{xx}^{(0)} = q_i(x - zt_1, z), \tag{27}$$

с краевыми и начальными условиями:

$$z = 0,1: \quad (\partial / \partial t)\varphi_z^{(0)} = 0; \quad t = 0: \quad \varphi^{(0)} = \varphi_i(x, z), \quad (\partial / \partial t)\varphi_{zz}^{(0)} = 0 \tag{28}$$

Согласно (28) производные $\varphi_z^{(0)}$ на границах зависят только от медленного времени t_1. Соответствующие зависимости находятся из рассмотрения граничных условий для следующего приближения.

Для функции $\varphi^{(1)}$ из (18), (19) следует уравнение, краевые и начальные условия

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\varphi_{zz}^{(1)} + \varphi_{zz}^{(1)} + \varphi_{xx}^{(1)} = -2\frac{D}{Dt_1}\frac{\partial \varphi_{zz}^{(0)}}{\partial t}, \tag{29}$$

$$z = 0,1: \qquad (\partial / \partial t)\varphi_z^{(1)} + \left((D / Dt)\varphi_z^{(0)} - \varphi_x^{(0)}\right) = 0; \tag{30}$$

$$t = t_1 = 0: \quad \varphi^{(1)} = 0, \quad (\partial / \partial t)\varphi_{zz}^{(1)} = -(D / Dt_1)\varphi_{zz}^{(0)}$$

В круглых скобках второго члена (30) стоит резонансное слагаемое, приводящее к линейному росту $\varphi^{(1)}$. Удаление этого слагаемого дает граничные условия для функции нулевого приближения

$$z = 0,1: \quad (D / Dt_1)\varphi_z^{(0)} - \varphi_x^{(0)} = 0. \tag{31}$$

С учетом (27), (31) нулевое приближение $\varphi^{(0)}$ можно представить суммой быстрого и медленного компонентов

$$\varphi^{(0)} = \widetilde{\varphi}(x, z, t) + \overline{\varphi}(x, z, t_1). \tag{32}$$

Здесь медленный компонент есть решение уравнения Пуассона

$$\overline{\varphi}_{zz} + \overline{\varphi}_{xx} = q_i(x - zt_1, z), \tag{33}$$

с краевыми и начальными условиями

$$z = 0,1: \qquad (D / Dt_1)\overline{\varphi}_z - \overline{\varphi}_x = 0, \qquad \overline{\varphi}_z\big|_{t_1=0} = \varphi_{iz}. \tag{34}$$

Быстрый компонент есть решение задачи Коши для волнового уравнения

$$\partial^2 \widetilde{\varphi}_{zz} / \partial t^2 + \widetilde{\varphi}_{zz} + \widetilde{\varphi}_{xx} = 0, \; t = 0: \; \widetilde{\varphi} = \varphi_i(x, z) - \overline{\varphi}(x, z, 0), \; \widetilde{\varphi}_t = 0, \tag{35}$$

с краевыми условиями $\widetilde{\varphi}_z\big|_{z=0,1} = 0$.

В представлении (32) быстрый компонент описывает инерционно – гравитационные волны с характерным временным масштабом f^{-1}. Медленный компонент, отвечающий бароклинным волнам и вихревым возмущениям, развивается на временном масштабе $(\varepsilon f)^{-1}$. Отметим, что задача (33), (34) для нахождения медленного компонента представляет собой неклассическую задачу математической физики

Формулы связи (15) позволяют получить асимптотические разложения для остальных переменных. Так, полагая $p = p^{(0)} + \varepsilon p^{(1)} + ...$, с учетом разложения φ из (15) найдем: $p_x^{(0)} = \varphi_x^{(0)}$, $p_x^{(1)} = \varphi_x^{(1)} + \partial \varphi_z^{(0)} / \partial t$ и т.д. Из первого равенства следует $p^{(0)} = \varphi^{(0)}$, т.е. главный член разложения φ представляет собой давление. Аналогично устанавливается $\sigma^{(0)} = \varphi_z^{(0)}$, $\mathrm{v}_x^{(0)} = -\varphi_{zz}^{(0)} + q_i$. Привлекая (32) получим, что главные члены разложений p, σ, v также представляются суммой быстрого и медленного компонентов, в частности $\mathrm{v}^{(0)} = \widetilde{\mathrm{v}} + \overline{\mathrm{v}}$, $\overline{\mathrm{v}}_\mathrm{x} = -\overline{\varphi}_{zz} + q_i$. С учетом последнего равенства уравнение Пуассона (33) для медленного компонента сводится к геострофическому соотношению $\overline{\mathrm{v}} = \overline{p}_x$. Таким образом, в асимптотическом разложении полей p, σ, v медленный компонент является геострофическим.

Медленный компонент можно выделить и в асимптотическое разложение поля вертикальной скорости и функции тока: $w = w^{(0)} + \varepsilon w^{(1)} + ...$ Используя (25), (32) для этого компонента из формул связи (15) получим

$$\overline{w} = \overline{\psi}_x = -\varepsilon\left((D/Dt_1)\overline{\varphi}_z - \overline{\varphi}_x\right). \tag{36}$$

В отличие от остальных переменных, компонент $\overline{w}$ имеет порядок O(ε).

Развитие свободных бароклинных волн (возмущений с нулевой потенциальной завихренностью).

В данном подразделе рассматриваются возмущения с нулевой потенциальной завихренностью $q_i = 0$. Согласно (33), (34) для таких возмущений развитие медленного компонента инициируется исключительно начальными распределениями плавучести $\varphi_{iz}\big|_{z=0,1}$ на границах. Будем рассматривать случай начальных пространственно периодических распределений

$$\varphi_{iz}\big|_{z=0} = \sigma_0 e^{ikx}, \;\; \varphi_{iz}\big|_{z=1} = \sigma_1 e^{ikx}, \tag{37}$$

где σ_0, σ_1 – соответствующие амплитуды. Для краткости всюду далее обозначаем $t_1 = \tau$.

Решение для медленного компонента.

Для возмущений с $q_i = 0$ уравнение (33) сводится к уравнению Лапласа $\overline{\varphi}_{zz} + \overline{\varphi}_{xx} = 0$. С учетом (37), решение последнего уравнения удобно представить в виде

$$\overline{\varphi} = \left(a_1(\tau)\frac{\mathrm{ch}(kz)}{k\,\mathrm{sh}k} - a_2(\tau)\frac{\mathrm{ch}\,k(z-1)}{k\,\mathrm{sh}k}\right)e^{ikx}, \tag{38}$$

так, что $\overline{\varphi}_z\big|_{z=0} = a_2(\tau)e^{ikx}$, $\overline{\varphi}_z\big|_{z=1} = a_1(\tau)e^{ikx}$. Подстановка (38) в краевые условия (34) приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$id\mathbf{a}/d\tau = S\,\mathbf{a}, \tag{39}$$

$$\mathbf{a}(\tau) = \begin{pmatrix} a_1(\tau) \\ a_2(\tau) \end{pmatrix}, \;\; \mathbf{a}(0) = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_0 \end{pmatrix}, \qquad S = \begin{pmatrix} k - \mathrm{cth}k & \mathrm{sh}^{-1}k \\ -\mathrm{sh}^{-1}k & \mathrm{cth}k \end{pmatrix}.$$

Собственные значения матрицы системы S даются выражениями

$$\omega_{1,2} = k/2 \pm \sqrt{\mu_1\mu_2} \quad \mu_1 = k/2 - \mathrm{cth}(k/2), \quad \mu_2 = k/2 - \mathrm{th}(k/2). \tag{40}$$

Обозначая $\gamma = \sqrt{\mu_2/\mu_1}$, запишем решение (39) в покомпонентной форме

$$a_{1,2}(\tau) = C_1(1 \pm \gamma)e^{-i\omega_1\tau} - C_2(1 \mp \gamma)e^{-i\omega_2\tau}. \tag{41}$$

Здесь постоянные интегрирования $C_{1,2}$ определяются выражениями

$$C_{1,2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_0 \pm \gamma(\sigma_1 + \sigma_0)}{4\gamma}, \tag{42}$$

которые следуют из начальных условий.

С учетом (38), (41) для медленного компонента получим решение

$$\overline{\varphi} = Q_1(x,\tau)\frac{\mathrm{ch}(kz)}{k\,\mathrm{sh}k} - Q_2(x,\tau)\frac{\mathrm{ch}\,k(z-1)}{k\,\mathrm{sh}k}, \tag{43}$$

$$Q_{1,2}(x,\tau) = C_1(1 \pm \gamma)e^{i(kx-\omega_1\tau)} - C_2(1 \mp \gamma)e^{i(kx-\omega_2\tau)}$$

В решении (43) функции $Q_{1,2}(x, \tau)$ дают распределения плавучести на границах: $\overline{\varphi}_z\big|_{z=0} = Q_2(x,\tau)$, $\overline{\varphi}_z\big|_{z=1} = Q_1(x,\tau)$. Алгебраические преобразования (43) дают еще одну форму представления решения

$$\overline{\varphi} = C_1 F_1(z) e^{i(kx-\omega_1\tau)} - C_2 F_2(z) e^{i(kx-\omega_2\tau)}, \qquad (44)$$

$$F_{1,2}(z) = \frac{\mathrm{sh}\, k(z-0.5)}{k\,\mathrm{ch}0.5k} \pm \gamma \frac{\mathrm{ch}\, k(z-0.5)}{k\,\mathrm{sh}0.5k}$$

Согласно (44) решение представляется суммой двух бароклинных волн с частотами (собственными значениями) $\omega_{1,2}$. Выражения (43), (44) удобно использовать соответственно для анализа решений на границах и внутри области.

Характер поведения решений (43), (44) во времени определяется значениями частот $\omega_{1,2}$ или фазовых скоростей $c_{1,2} = \omega_{1,2} / k$. Эти значения совпадают со значениями для нормальных мод (19). Отсюда следует, что при $k < k_{cr}$, когда частоты комплексны, медленный компонент экспоненциально нарастает. В случае вещественных значений частот ($k > k_{cr}$) вещественная часть решения (44) (имеющая физический смысл) описывает суперпозицию двух нейтральных волн, распространяющихся соответственно с фазовой скоростью меньшей (большей) скорости потока на среднем уровне $z = 0.5$. Важная особенность этих волн состоит в их локализации у границ при $k \to \infty$. Действительно, в этом предельном случае $\mu_2 / \mu_1 \to 1$ и, асимптотически,

$$F_1(z) = \mathrm{ch}kz / k\mathrm{sh}k, \qquad F_2(z) = -\mathrm{ch}k(1-z) / k\mathrm{sh}k.$$

При этом, первое слагаемое в (44) отвечает волне, захваченной у верхней границы, второе – у нижней. Асимптотики фазовых скоростей для коротких волн: $c_1 = 1 - k^{-1}$, $c_2 = k^{-1}$.

При описании динамики медленного компонента (бароклинных волн) значительный интерес представляет трансформация вертикальной структуры возмущения. Она определяется значениями начальных амплитуд σ_0, σ_1 по которым определяются постоянные интегрирования (42). Ниже рассматриваются два характерных примера.

Однородное по вертикали начальное распределение плавучести

Важный пример развития возмущений с $q_i = 0$ отвечает ситуации, когда в начальный момент времени относительное движение отсутствует (возмущение поля скорости нулевое), а начальное распределение плавучести $\sigma_i = \sigma_i(x)$ зависит только от горизонтальной координаты. В этой ситуации начальное распределение $\varphi_i(x, z) = z\sigma_i(x)$ и граничные амплитуды $\sigma_0 = \sigma_1$. Полагая для определенности $\sigma_0 = 1$ из (42) найдем постоянные интегрирования $C_{1,2} = \pm 0.5$. При $k < k_{cr}$ (длинные волны) значения частот $\omega_{1,2} = 0.5k \pm is$, $s = \sqrt{-\mu_1\mu_2}$. После выделения вещественной части, решение (44) представляется в виде

$$\overline{\varphi} = \Phi_1(z)\,\mathrm{ch}(s\tau)\cos\theta + r\Phi_2(z)\,\mathrm{sh}(s\tau)\sin\theta \qquad (45)$$

$$\Phi_1(z) = \frac{\mathrm{sh}\, k(z-0.5)}{k\,\mathrm{ch}0.5k}, \quad \Phi_2(z) = \frac{\mathrm{ch}\, k(z-0.5)}{k\,\mathrm{sh}0.5k}, \quad \theta = k(x-0.5\tau), \quad r = |\gamma|.$$

Асимптотика (45) при $t \to \infty$ сводится к выражению для неустойчивой волны Иди (нормальной моды)

$$\overline{\varphi} = e^{s\tau}(\Phi_1(z)\cos\theta + r\Phi_2(z)\sin\theta) = e^{s\tau}A(z)\cos(\theta + \alpha(z)), \qquad (46)$$

где амплитуда $A(z)=\sqrt{\Phi_1^2+\Phi_1^2}$, фаза tg $\alpha(z) = -\Phi_2 / \Phi_1$. Решение (45), таким образом, описывает формирование этой волны из состояния относительного покоя с неоднородным начальным распределением плавучести (потенциальной температуры) на границах. Теневые картины изолиний медленного поля давления $\overline{p}=\overline{\varphi}$ и плавучести $\overline{\sigma}=\overline{\varphi}_z$ для значений параметров, $k = 1.75$, $s = s_m = 0.31$ в момент времени $\tau = 4$ (порядка четырех суток) представлены на рис. 1 (а, б). В данный момент времени уже хорошо проявляются основные особенности структуры нормальной моды (*Гилл, 1986; Pedlosky, 1987; Lindzen, 1990*). К ним относятся: а) горизонтальный сдвиг фаз между распределениями давления и потенциальной температуры на нижней границе (эта особенность объясняет существование теплого сектора в развивающемся циклоне), б) вертикальный сдвиг фаз между распределениями полей на верхнем и нижнем уровнях, в) существование направленного к полюсу среднего потока тепла $\left\langle \overline{\mathrm{v}}\overline{\sigma}\right\rangle$ (устанавливается прямым вычислением). Данные особенности обнаруживаются натурными измерениями (*Гилл, 1986*).

На рис. 1 (в) представлены изолинии поля медленного компонента функции тока $\overline{\psi}$. В неустойчивом случае $k < k_{cr}$ для этого поля из (36), (44) следует выражение

$$\overline{\psi}=\varepsilon\left(\Psi_1(z)\,\mathrm{ch}(s\tau)\cos\theta+\Psi_2(z)\,\mathrm{sh}(s\tau)\sin\theta\right) \tag{47}$$

$$\Psi_1(z)=\frac{\mathrm{sh}\,kz}{\mathrm{sh}k}-z\frac{\mathrm{ch}\,k(z-0.5)}{\mathrm{ch}0.5k},\quad \Psi_2(z)=r\left(\frac{\mathrm{sh}\,kz}{\mathrm{sh}k}-z\frac{\mathrm{sh}\,k(z-0.5)}{\mathrm{sh}0.5k}\right).$$

Используя (47) можно показать, что восходящие движения имеют место в областях с $\overline{\mathrm{v}}>0$ (меридиональное течение направлено к холоду), нисходящие – в областях с $\overline{\mathrm{v}}<0$.

Всюду выше рассматривался медленный компонент, играющий основную роль в неустойчивом случае. Быстрый волновой компонент, описывающий инерционно-гравитационные волны (ИГВ), удовлетворяет уравнению (35) с начальными условиями

$$t=0:\quad \widetilde{\varphi}=\varphi_i(x,z)-\overline{\varphi}(x,z,0)=\left(z-\Phi_1(z)\right)e^{ikx},\ \ \widetilde{\varphi}_t=0.$$

Решение представляется рядом по вертикальным волновым модам

$$\widetilde{\varphi}=e^{ikx}\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(\widetilde{\omega}_n t)\cos(\pi n z)\qquad \widetilde{\omega}_n=\sqrt{1+(k/\pi n)^2},$$

$$a_n=0,\ n=2m,\quad a_n=-4k^2/(\pi n)^2(k^2+(\pi n)^2),\ n=2m+1.$$

Здесь $\widetilde{\omega}_n$ – безразмерные частоты соответствующих мод ИГВ. В задаче с гармоническим распределением φ_i быстрый компонент отвечает незатухающим стоячим колебаниям, сопровождающим динамику медленного компонента. В случае негармонических распределений с течением времени волновой компонент будет затухать за счет дисперсии. Отметим, что в устойчивом режиме (режиме нейтральных волн) волновой и медленный компоненты имеют один и тот же порядок. Важно также подчеркнуть, что без учета волнового компонента (который

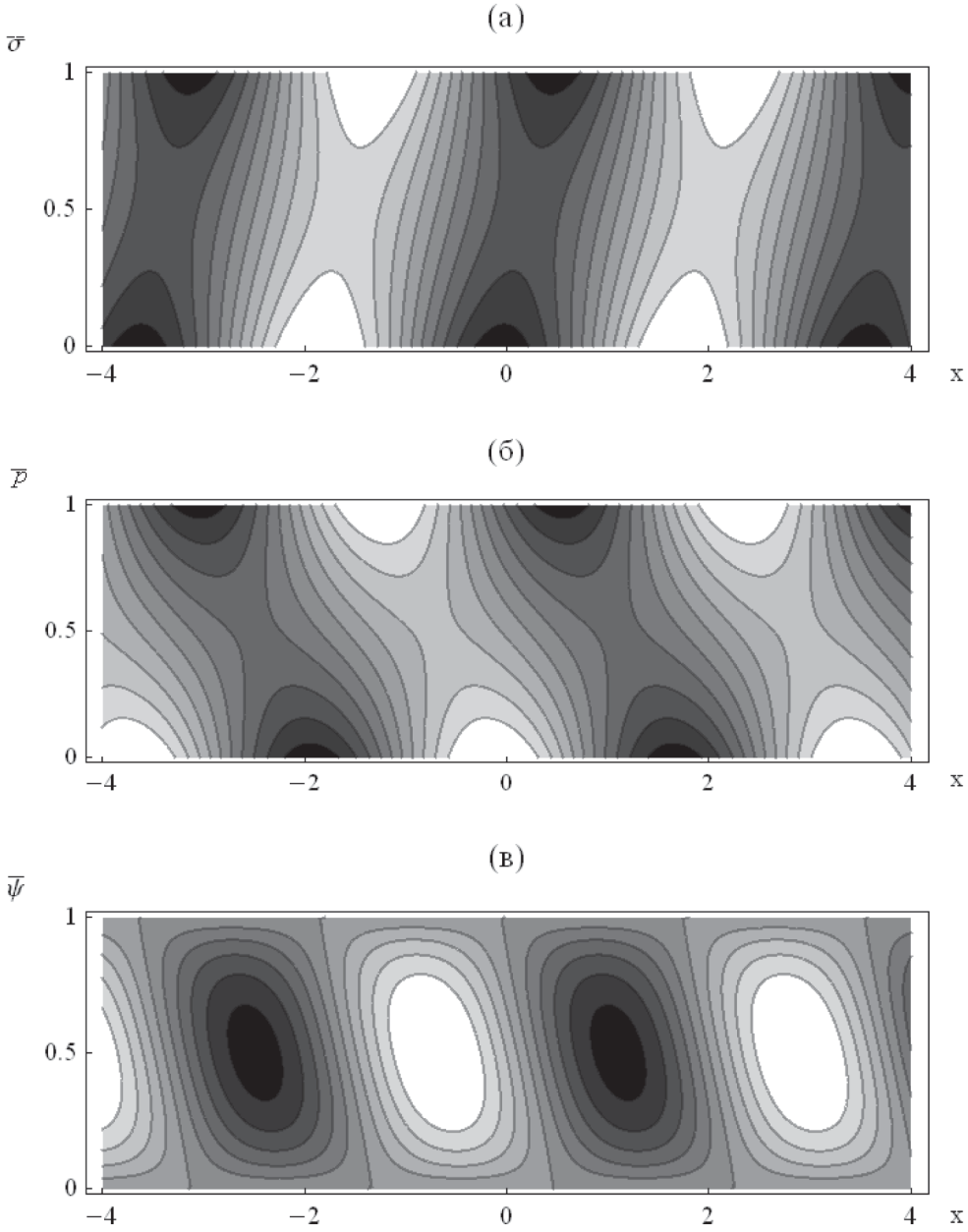


Рис. 1. Теневые картины изолиний полей плавучести, давления, функции тока в момент времени $\tau = 4$ (а, б, в). Случай начального распределения плавучести, не зависящего от вертикальной координаты.

фильтруется в квазигеострофической теории) невозможно построение самосогласованного решения задачи с начальными данными.

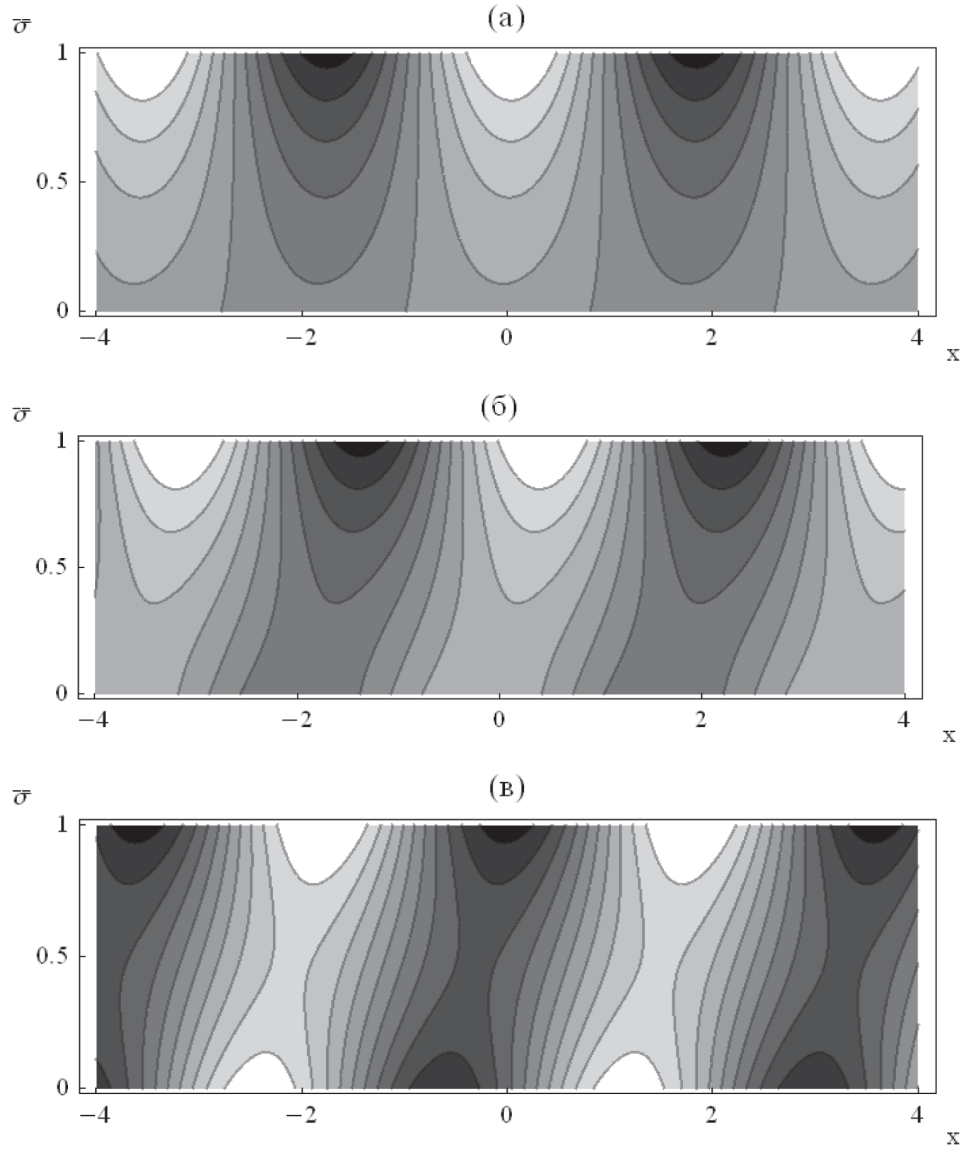


Рис. 2. Теневые картины изолиний поля плавучести в последовательные моменты времени $\tau = 0.1, 1, 4$ (а, б, в). Случай начального распределения плавучести, сконцентрированного вблизи верхней границы

Начальное распределение плавучести, сконцентрированное у верхней границы. Циклогенез типа В.

Согласно данным наблюдений, развитие приземных циклонических возмущений часто инициируется интенсивными верхнетропосферными возмущениями. На основе обработки синоптических карт детальное описание такого механизма циклогенеза, названного циклогенезом типа В, впервые выполнено известным метеорологом Петерсоном (см. *Petterssen and Smebye, 1971*). В рамках квазигео-

строфических моделей этот тип циклогенеза впоследствии изучался (*Rotunno and Fantini, 1989; Mitsudera, 1994*).

Циклогенез типа В хорошо моделируется решением задачи с начальной амплитудой плавучести на верхней границе $\sigma_1 = 1$ и амплитудой на нижней границе $\sigma_0 = 0$. При этом предполагается, что в начальный момент времени $v_{ix} = -\sigma_{iz}$, т.е. потенциальная завихренность $q_i = 0$. Для указанных значений амплитуд постоянные интегрирования $C_{1,2} = (1 \pm \gamma) / 4\gamma$ и решение в неустойчивом случае $k < k_{cr}$

$$\overline{\varphi} = \frac{1}{2}\left(\Phi_1(z) + \Phi_2(z)\right)\mathrm{ch}(s\tau)\cos\theta + \frac{1}{2}\left(r\Phi_1(z) + r^{-1}\Phi_2(z)\right)\mathrm{sh}(s\tau)\sin\theta. \quad (48)$$

На рис. 2 представлены картины изолиний поля плавучести $\overline{\sigma} = \overline{\varphi}_z$ в последовательные моменты времени $\tau = 0.1, 1, 4$ для значения $k = k_m$, отвечающего наиболее опасной нормальной моде. Данный рисунок иллюстрирует трансформацию начального верхнетропосферного возмущения в структуру нормальной моды с циклонами и антициклонами вблизи границ. Развитие этой структуры, отвечающее циклогенезу типа В, обусловлено исключительно начальным неоднородным распределением плавучести на верхней границе, т.е. не зависит от внутренней структуры начального возмущения.

В устойчивом случае $k > k_{cr}$ начальное возмущение на верхней границе приводит к возбуждению нейтральной волны на нижней границе. Для распределений плавучести на границах из (43) получим

$$\overline{\varphi}_z\big|_{z=0} = Q_2(x,\tau) = \frac{1-\gamma^2}{4\gamma}\sin\omega\tau\sin\theta,\ \theta = k(x - 0.5\tau),\ \omega = \sqrt{\mu_1\mu_2}, \quad (49)$$

$$\overline{\varphi}_z\big|_{z=1} = Q_1(x,\tau) = \frac{1+\gamma^2}{4\gamma}\sin\omega\tau\sin\theta + \cos\omega\tau\cos\theta\cdot$$

В начальный момент времени $Q_2(x, 0) = 0$, $Q_1(x, 0) = \cos kx$. Выражения (49) описывают двигающиеся по потоку волны с переменными амплитудами и фазами. В частности, первое выражение описывает приземную волну, распространяющуюся со скоростью сдвигового потока на среднем уровне (уровне ведущего потока) $z = 0.5$. Амплитуда волны пропорциональна $\sin \omega\tau$. В геофизической литературе подобные волны часто называют васцилляциями.

Теневые картины изолиний поля плавучести для двух моментов времени $\tau = 0{,}4$ (верх и низ) приведены на рис. 3 для $k = 2.6$. Этот рисунок иллюстрирует циклогенез типа В в режиме нейтральных волн.

Интересный вариант циклогенеза типа В реализуется в модифицированном потоке со сдвигом $U(z) = \Lambda(z - 0.5H)$ (в размерных переменных). Для этого потока скорость на среднем уровне $U = 0$. Анализ решений показывает, что в присутствии такого потока начальное распределение плавучести на верхнем уровне приводит к генерации неподвижной стоячей волны $Q_2(x, \tau) = C \sin \omega\tau \sin kx$ на нижнем уровне. Этот результат может иметь прямое отношение к проблеме формирования неподвижных или блокированных волн.

Генерация бароклинных волн вихревыми возмущениями. Резонанс.

Развитие свободных бароклинных волн (возмущений с $q_i = 0$) инициируется начальными распределениями плавучести на границах. В отсутствие таких распределений на первый план выступает механизм генерации бароклинных волн вихревыми возмущениями с $q_i \neq 0$. Изучение этого механизма основано на по-

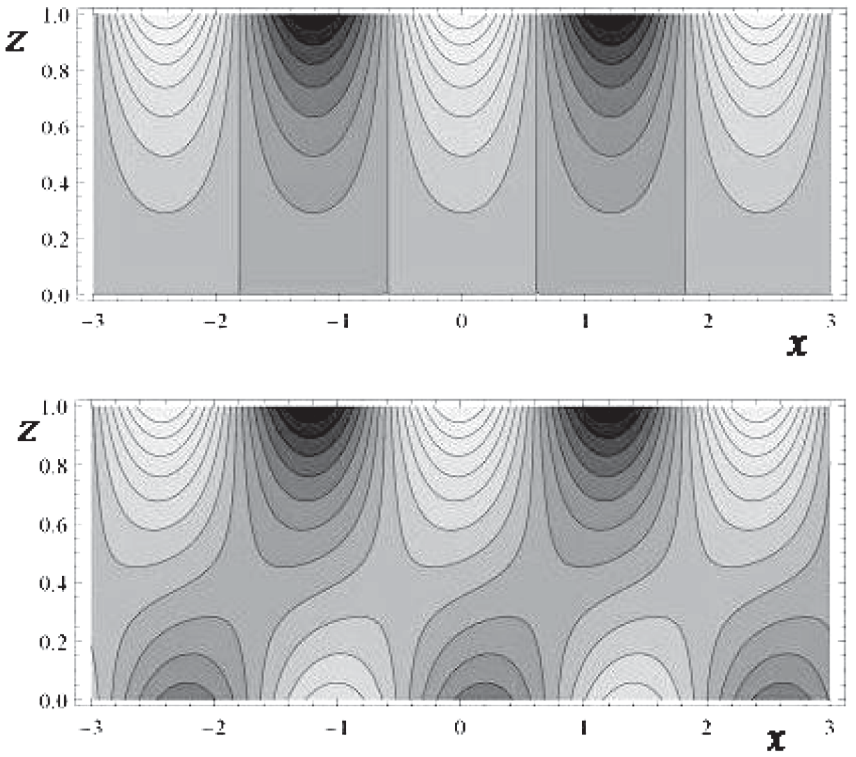


Рис. 3. Циклогенез типа В в режиме нейтральных волн

строении полного решения краевой задачи (33), (34). Непосредственно из (33), (34) следует, что решение задачи представляется суммой волнового и вихревого компонентов

$$\overline{\varphi} = \varphi_{\mathrm{v}}(x,z,\tau) + \varphi_{w}(x,z,\tau). \qquad (50)$$

Здесь вихревой компонент определен как решение уравнения Пуассона (33) с краевыми условиями $z = 0.1$: $\partial\varphi_{\mathrm{v}} / \partial z = 0$. Волновой компонент удовлетворяет уравнению Лапласа с вытекающим из (34) краевым условием

$$z = 0.1: \quad (D / D\tau)\varphi_{wz} - \varphi_{wx} = \varphi_{\mathrm{v}x} . \qquad (51)$$

Правая часть (51) описывает источник, приводящий к генерации волнового компонента вихревыми возмущениями

Представим начальное распределение потенциальной завихренности в виде

$$q_i(x, z) = \Phi(z)\exp(ikx), \qquad (52)$$

где функция $\Phi(z)$ описывает вертикальную структуру распределения. Для такого распределения вихревой компонент $\varphi_{\mathrm{v}}(x, z, \tau) = \psi(z, \tau)\exp(ikx)$, где $\psi(z, \tau)$ есть решение краевой задачи

$$d^2\psi / d^2 z - k^2\psi = \Phi(z)\exp(-ikz\,\tau), \quad \psi_{\mathrm{z}}\big|_{z=0,1} = 0 . \qquad (53)$$

Отсюда для вихревого компонента получим

$$\varphi_{\rm v} = \exp(ikx)\int_0^1 G(z,\xi)\Phi(\xi)\exp(-ik\xi\tau)d\xi\,, \qquad (54)$$

$$G(z,\xi) = \frac{-1}{k\,{\rm sh}k}\begin{cases} {\rm ch}kz\,{\rm ch}k(\xi-1), & 0<z<\xi,\\ {\rm ch}k\xi\,{\rm ch}k(z-1), & \xi<z<1\end{cases}.$$

где $G(z, \xi)$ – функция Грина краевой задачи (12).

Волновой компонент ищем в форме (38). С учетом выражений

$$\overline{\varphi}_{\rm v}\big|_{z=0} = pe^{ikx}\int_0^1 {\rm ch}k(\xi-1)\Phi(\xi)e^{-ik\xi\tau}d\xi\,,$$

$$\overline{\varphi}_{\rm v}\big|_{z=1} = pe^{ikx}\int_0^1 {\rm ch}k\xi\Phi(\xi)e^{-ik\xi\tau}d\xi\,,\ p = -1\ /\ k{\rm sh}k,$$

после подстановки (38) в краевые условия (51) получим неоднородный вариант системы (39) $id\mathbf{a}\ /\ d\tau = S\,\mathbf{a} + \mathbf{F}$ с правой частью $\mathbf{F} = (f_1, f_2)$,

$$f_1 = \frac{1}{{\rm sh}k}\int_0^1 {\rm ch}k\xi\Phi(\xi)e^{-ik\xi\tau}d\xi \quad f_2 = \frac{1}{{\rm sh}k}\int_0^1 {\rm ch}k(\xi-1)\Phi(\xi)e^{-ik\xi\tau}d\xi\,. \qquad (55)$$

Рассматриваем эту систему с условием $\mathbf{a}(0) = \mathbf{0}$, отвечающим отсутствию волнового компонента в начальный момент времени.

Для нахождения решения $\mathbf{a}(\tau)$ неоднородной системы используется метод вариации произвольных постоянных. После подстановки соответствующего решения в (38) для волнового компонента получим

$$\overline{\varphi} = C_1(\tau)F_1(z)e^{i(kx-\omega_1\tau)} - C_2(\tau)F_2(z)e^{i(kx-\omega_2\tau)},$$

$$C_{1,2}(\tau) = i\int_0^\tau \widetilde{f}_{1,2}(\tau)e^{i\omega_{1,2}\tau}d\tau\,,\quad \widetilde{f}_{1,2}(\tau) = \frac{f_2(1\mp\gamma) - f_1(1\pm\gamma)}{4\gamma}\,, \qquad (56)$$

где функции $F_{1,2}(z)$ и частоты $\omega_{1,2}$ определены выражениями (44), (40). Таким образом, решение задачи (33), (34) представляется суммой вихревого компонента (50) и волнового компонента (56).

Из представления (56) следует, что в случае $k < k_{cr}$ произвольное вихревое возмущение будет генерировать экспоненциально нарастающую бароклинную волну. Значительный интерес представляет случай коротких волн $k > k_{cr}$. Как показывает анализ, в этом случае характер поведения во времени волнового компонента принципиальным образом зависит от структуры распределения $\Phi(z)$. Если это распределение сингулярно или содержит разрывы, может наблюдаться резонансное или квазирезонансное возбуждение бароклинных волн с линейным или логарифмическим ростом. Этого не происходит для гладких распределений, когда возбуждаемые волны всегда имеют конечную амплитуду.

В качестве важного примера рассмотрим начальное сингулярное распределение

$$\Phi(z) = n\delta(z-h), \qquad (57)$$

где $\delta(z)$ – дельта функция, n – амплитудный параметр. С учетом (54) для этого распределения вихревой компонент

$$\varphi_{\rm v} = nG(z,h)e^{i(kx-\omega_{\rm v}\tau)}\,,\qquad \omega_{\rm v} = kh. \qquad (58)$$

Выражение (58) описывает вихревую волну с частотой $\omega_{\rm v}$ и фазовой скоростью $c_x = h$, равной скорости течения на уровне $z = h$. В физике плазмы такую волну

часто называют волной Ван Кампена – Кейза или волной сплошного спектра. Характерная особенность структуры этой волны – разрыв вертикальной производной (разрыв плавучести или температуры) на уровне источника. Знаки возмущения плавучести по обе стороны от разрыва при этом противоположны, т.е. возмущение имеет дипольную структуру. В природных условиях подобные структуры могут возникать под действием мгновенных источников тепла или сосредоточенной силы.

Распространение вихревой волны приводит к возбуждению волнового компонента (56). Для распределения (57)

$$C_{1,2}(\tau) = nb_{1,2}\frac{e^{i(\omega_{1,2}-\omega_v)\tau}-1}{\omega_{1,2}-\omega_v}, \qquad b_{1,2} = -\frac{\mathrm{sh}k(h-0.5)}{4\gamma \mathrm{ch}0.5k} \pm \frac{\mathrm{ch}k(h-0.5)}{4\mathrm{sh}0.5k},$$

и волновой компонент

$$\overline{\varphi}_w = nb_1F_1(z)\frac{e^{i(kx-\omega_1\tau)}-e^{i(\mathrm{kx}-\omega_v\tau)}}{\omega_v-\omega_1} - nb_2F_2(z)\frac{e^{i(kx-\omega_2\tau)}-e^{i(kx-\omega_v\tau)}}{\omega_v-\omega_2}. \qquad (59)$$

Выражение (59) описывает суперпозицию трех нейтральных бароклинных волн с частотами ω_1, ω_2, ω_v.

Справедливость решения (59) нарушается в резонансных случаях, когда ω_v ω_1 или $\omega_v = \omega_2$. Резонансное волновое число k_r, при котором происходит совпадение частот, зависит от положения источника h. Если $h > 0.5$, то k_r находится из уравнения $\omega_v(k) = \omega_1(k)$. Если $h < 0.5$, то k_r есть корень уравнения $\omega_v(k) = \omega_2(k)$. Соответствующие корни всегда существуют.

Переходя в (59) к пределу $\omega_v \to \omega_1$, для первого резонансного случая получим решение

$$\overline{\varphi}_w = inb_1\tau\phi_1(z)e^{i(kx-\omega_1\tau)} + nb_2\phi_2(z)\frac{e^{i(kx-\omega_2\tau)}-e^{i(kx-\omega_1\tau)}}{\omega_2-\omega_1}, \qquad (60)$$

линейно растущее со временем. Таким образом, даже в отсутствие неустойчивых нормальных мод, возможен неограниченный рост амплитуды бароклинных волн. Отметим, что в рамках квазигеострофической теории отдельные частные решения, отвечающие резонансу, рассматривались в работах (*Thorncroft and Hoskins, 1990; Chang, 1992; Jencner and Ehrendorfe, 2005*).

На рис. 4 приведены теневые картины изолиний поля $\overline{\varphi} = \varphi_v + \varphi_w$ в условиях резонанса для двух моментов времени $\tau = 0{,}10$ и положении вихревого источника $h = 0.75$. При этом резонансное волновое число $k_r = 4.005$. В начальный момент времени присутствует только вихревой компонент в верхней половине слоя. Как видно, наличие этого компонента приводит к возбуждению бароклинных волн, сконцентрированных как на верхней, так и на нижней границах. Здесь имеет место один из вариантов сценария циклогенеза типа В.

Явлением резонанса не исчерпываются все интересные особенности взаимодействия вихревого и волнового компонентов. В случае разрывных распределений Ф(z) возможен «квазирезонанс», приводящий к логарифмическому росту амплитуды и энергии бароклинных волн. Для гладких распределений всегда возбуждаются волны конечной амплитуды. Анализ различных случаев представлен в работе (*Калашник, 2015 б*).

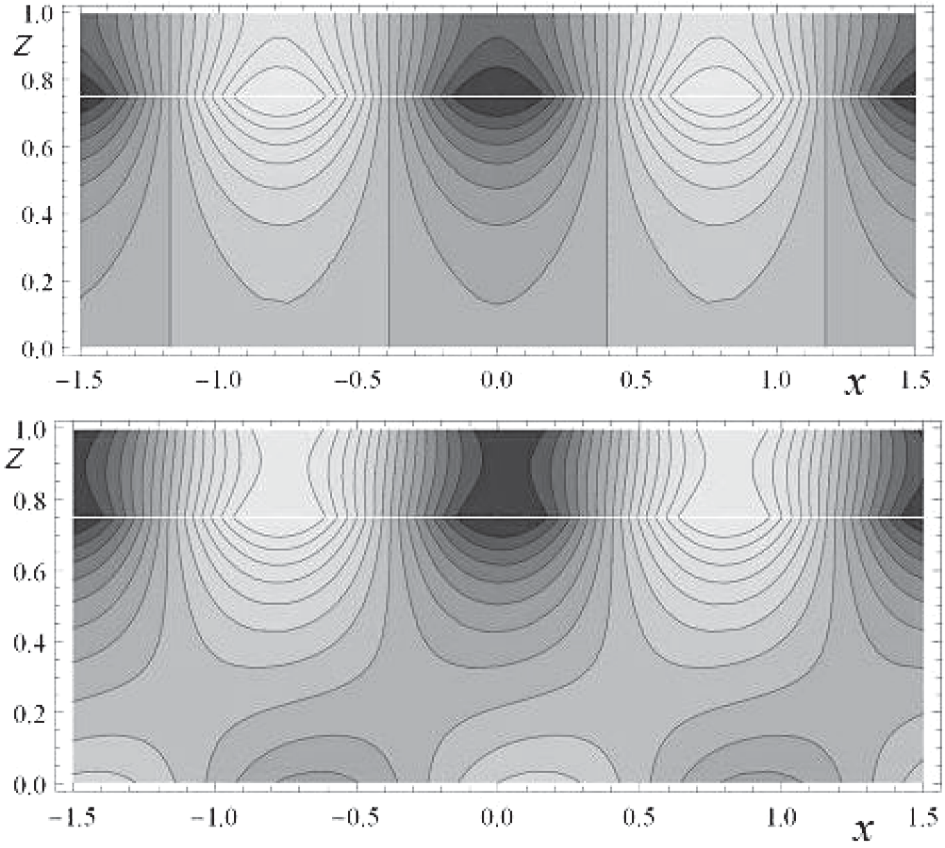


Рис. 4. Изолинии поля давления в условиях резонанса для двух моментов времени $\tau = 0$ (верх) и $\tau = 4$ (низ)

Отметим, что обусловленный взаимодействием вихрей и волн рост энергии возмущений часто называют немодальным ростом. На начальном этапе скорость такого роста может превышать скорость роста неустойчивых нормальных мод (*Farrel, 1982, 1984; Badger and Hoskins, 2000; Mak, 2011*). Это происходит для так называемых оптимальных возмущений. Немодальный рост, как правило, исследуется в рамках численных квазигеострофических моделей (*Hakim, 2000, Vries and Opsteegh, 2007*).

2.5.4. Формирование фронтов и струйных течений при геострофическом приспособлении в атмосфере. Характерные масштабы и горизонтальная асимметрия струйных течений

В районах фронтальных зон в верхней тропосфере и нижней стратосфере формируются интенсивные струйные течения преимущественно восточного направления. Максимальная скорость ветра на оси течения может превышать 100 м/с. После обнаружения струйных течений военными летчиками в конце второй мировой войны, были выполнены экспериментальные исследования особенно-

стей их пространственной структуры (*Воробьев, 1960; Погосян, 1960*). Одна из таких особенностей состоит в асимметрии профиля скорости струйного течения – величина горизонтального сдвига скорости в циклонической (северной) области струи больше, чем в антициклонической (южной) области. По оценкам (*Воробьев, 1960*) среднее значение отношения сдвигов составляет 1.3, но может быть и значительно больше. В данном разделе дается объяснение указанной особенности на основе теории несбалансированного фронтогенеза, связывающей образование атмосферных фронтов и струйных течений с процессом нелинейного геострофического приспособления (*Ou, 1984; Blumen and Wu, 1995; Wu and Blumen, 1995; Калашник, 1997, 2004*). Приведены основные положения этой теории. Показано, что асимметрия профиля скорости течения растет с увеличением числа Россби, характеризующего степень нелинейности процесса приспособления. Получены простые оценки для горизонтального масштаба и скорости струйного течения. Представлено краткое рассмотрение проблемы устойчивости струйных течений.

Горизонтальный масштаб и скорость струйного течения.

Оценки горизонтального масштаба и скорости струйного течения можно получить, привлекая результаты классической линейной теории геострофического приспособления (*Обухов, 1949; Гилл, 1986*). Рассмотрим вначале приспособление во вращающемся слое мелкой воды с невозмущенной средней глубиной $h = H$ и начальным перепадом глубины по горизонтали Δh. Согласно (*Гилл, 1986*) в процессе одномерного приспособления при этом формируется струйное течение с горизонтальным масштабом $L = L_R = c / f$, где L_R – фундаментальный радиус деформации Россби – Обухова, $c = \sqrt{gH}$ – скорость длинных волн (аналог скорости звука), f – параметр Кориолиса. Оценка скорости течения u следует из уравнения геострофического равновесия $fu = -gh_y$, если в качестве масштабов y, h принять соответственно L_R, $\Delta h / 2$. Таким образом, приходим к оценкам горизонтального масштаба и скорости струйного течения в модели мелкой воды (модели баротропной атмосферы)

$$L_R = \frac{\sqrt{gH}}{f}, \quad U = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{H}}\Delta h. \tag{1}$$

Эти оценки согласуются с точными решениями задач теории геострофического приспособления (*Гилл, 1986*). Обратим внимание, что скорость U не зависит от f, хотя сам процесс формирования течения обусловлен присутствием фонового вращения.

Аналогично получаются оценки для процесса приспособления в слое стратифицированной вращающейся атмосферы толщиной H с частотой плавучести N и постоянным средним значением потенциальной температуры θ_0. При начальном перепаде потенциальной температуры $\Delta\theta$ формируется струйное течение с горизонтальным масштабом и скоростью

$$L_R = \frac{NH}{f}, \quad U = \frac{1}{2}\frac{g}{N}\frac{\Delta\theta}{\theta_0}. \tag{2}$$

Масштаб L_R в (2) есть так называемый бароклинный радиус деформации Россби – Обухова. Как и в модели мелкой воды, его можно записать в виде $L_R = c / f$, где $c = NH$ – скорость длинных внутренних гравитационных волн. Оценка скорости (2) следует из уравнения термического ветра $fu_z = -g\theta_0^{-1}\theta_y$ (*Гилл, 1986*), если в качестве масштабов z, y, θ принять соответственно H, L_R, $\Delta\theta / 2$.

Согласно (2) скорость течения пропорциональна горизонтальному перепаду температуры во фронтальной зоне, что хорошо известно из наблюдений (*Пальмен и Ньютон, 1973; Погосян, 1960*). Принимая для численных оценок параметры тропосферы средних широт $N = 10^{-2}$ с$^{-1}$, $f = 10^{-4}$ с$^{-1}$, $\theta_0 = 300$K, $g = 10$ м/с^2, $H =$ 10 км, при $\Delta\theta = 30$K из (2) получим близкие к наблюдаемым значения $L_R = 1000$ км, $U = 50$ м/с. Отметим, что столь хорошее совпадение не случайно – линейная теория дает лишь оценку горизонтального масштаба, а уравнения геострофического равновесия и термического ветра описывают точные нелинейные решения уравнений динамики. Оценка (2) на качественном уровне объясняет важный климатологический факт – уменьшение скорости струйных течений с уменьшением горизонтального контраста температуры в атмосфере, вызванного таянием арктических льдов.

Формулы (1), (2) для скорости можно записать в виде $U = c\varepsilon$, где в рамках модели мелкой воды безразмерный амплитудный параметр $\varepsilon = \Delta h / 2H$ (половина перепада глубины, нормированного на H). Аналогично, в модели стратифицированной жидкости, $\varepsilon = \Delta\sigma / 2\sigma_0$ – половина перепада плавучести $\sigma = g\theta / \theta_0$, нормированного на среднее значение $\sigma_0 = N^2 H$. Амплитудный параметр ε характеризует степень влияния нелинейных адвективных слагаемых на динамику процесса приспособления. Обычно, в качестве меры этого влияния используется число Россби $\mathrm{Ro} = U / fL$, однако для движений с масштабом $L = L_R$ число Россби (аналог числа Маха) $\mathrm{Ro} = U / c = \varepsilon$. Линейной теории геострофического приспособления формально отвечают значения $\mathrm{Ro} = \varepsilon << 1$. При характерных значениях $c = NH = 100$ м/с, $U = 50$ м/с, значение $\mathrm{Ro} = 0.5$, т.е. влияние нелинейности достаточно велико. Именно этот факт приводит к наблюдаемой асимметрии струйных течений.

Приспособление в модели мелкой воды. Решение Гилла и точное решение.

Одномерные (не зависящие от координаты x) движения слоя мелкой воды с невозмущенной глубиной H описываются системой уравнений

$$du / dt - f\mathrm{v} = 0, \quad d\mathrm{v} / dt + fu + c^2 \eta_y = 0, \quad d\eta / dt + (1 + \eta)\mathrm{v}_y = 0. \qquad (3)$$

Здесь $d / dt = \partial / \partial t + \mathrm{v}\partial / \partial y$, $c = \sqrt{gH}$, u, v – компоненты вектора скорости вдоль осей x, y, направленных соответственно на запад и север. Полная глубина жидкости представлена в виде $h = H(1 + \eta)$. Для системы (3) рассматривается задача с начальными условиями

$$t = 0: \quad u = \mathrm{v} = 0, \quad \eta = \eta_i(y) = -\varepsilon \mathrm{sgn}(y), \qquad (4)$$

где $\varepsilon = \Delta h / 2H$ – введенный ранее амплитудный параметр. Распределение $\eta_i(y)$ (ступенька уровня) есть предел гладкого распределения фронтального типа с шириной переходной зоны, стремящейся к нулю.

Построенное Гиллом (*Гилл, 1986*) решение линеаризованного варианта задачи Коши (3), (4) представляется суммой волнового и геострофического компонентов. Стационарный геострофический компонент $fu = -c^2 \eta_y$ находится по начальным данным с использованием локального закона сохранения $q_t' = 0$, где $q' = -u_y - f\eta$ – возмущение потенциальной завихренности. Для определения геострофической функции тока $\psi = c^2 \eta / f$ отсюда следует уравнение

$$\psi_{yy} - L_R^{-2}\psi = -f\eta_i(y), \qquad (5)$$

где $L_R = c / f$ – радиус деформации. С учетом (4), (5) геострофический компонент в решении Гилла представляется в виде

$$\psi(y) = (UL_R)\,\mathrm{sgn}(y)\left(\exp(-|y| / L_R) - 1\right),$$

$$u(y) = -\psi_y = U \exp\left(-|y|/L_R\right), \quad U = c\varepsilon. \tag{6}$$

Решение (6) описывает симметричное струйное течение, сформировавшееся на месте первоначального разрыва уровня. Горизонтальный масштаб и скорость течения на оси определяются выражениями (1). Данное течение поддерживается гладким распределением глубины фронтального типа.

Волновой компонент в решении Гилла описывает инерционно-гравитационные волны, возбуждаемые в процессе приспособления. За счет дисперсии волн с течением времени этот компонент затухает и в решении остается только стационарная геострофическая часть.

Для начальных условий (4) можно построить точное решение нелинейной системы (3), отвечающее геострофическому компоненту. Это осуществляется с использованием вытекающего из (3) уравнения переноса потенциальной завихренности

$$dq / dt = 0, \qquad q = (f - u_y) / h. \tag{7}$$

Начальным условиям (4) отвечает распределение полной глубины $h_i(y) = h_1$, $y > 0$, $h_i(y) = h_2$, $y < 0$, где $h_{1,2} = H(1 \mp \varepsilon)$. Соответствующее распределение потенциальной завихренности также кусочно постоянно. С учетом закона сохранения (7) и геострофического соотношения $u = -(g/f)h_y$, для нахождения распределения h в геострофическом состоянии получим уравнения

$$h_{yy} - L_1^{-2} h = -L_1^{-2} h_1, \qquad h_{yy} - L_2^{-2} h = -L_2^{-2} h_2, \quad y < y_* \tag{8}$$

с краевыми условиями $h(\pm\infty) = h_{1,2}$. Здесь $L_{1,2} = \sqrt{g h_{1,2}} / f$ – радиусы деформации Россби для значений $h_{1,2}$ и параметр y_* определяет смещение скачка завихренности (оси струйного течения) в процессе геострофического приспособления. Решение (8), непрерывное вместе с производной при $y = y_*$, имеет вид

$$h = \begin{cases} h_1 + rL_1 \exp((y_* - y)/L_1), & y > y_*, \\ h_2 - rL_2 \exp((y - y_*)/L_2), & y < y_*, \end{cases} \qquad r = \frac{h_2 - h_1}{L_2 + L_1}. \tag{9}$$

Для нахождения параметра y_* используем интегральное условие сохранения полной массы $\int_{-\infty}^{+\infty} (h - h_i)\, dy = 0$. Прямое вычисление с учетом (9) при этом дает $y_* = L_2 - L_1$.

Распределению (9) отвечает скорость течения

$$u = (c_2 - c_1) \begin{cases} \exp((y_* - y)/L_1), & y > y_*, \\ \exp((y - y_*)/L_2), & y < y_*, \end{cases} \qquad c_{1,2} = \sqrt{g h_{1,2}}. \tag{10}$$

С учетом $h_{1,2} = H(1 \mp \varepsilon)$, выражения для скорости течения $U = c_2 - c_1$ на оси и параметра $y_* = L_2 - L_1$ преобразуются к виду

$$U = c\varepsilon\gamma(\varepsilon), \qquad y_* = L_R \varepsilon \gamma(\varepsilon), \qquad \gamma(\varepsilon) = 2/\left(\sqrt{1+\varepsilon} + \sqrt{1-\varepsilon}\right), \tag{11}$$

где $c = \sqrt{gH}$, $L_R = c/f$. Поскольку $\gamma(\varepsilon) \to 1$ при $\varepsilon \to 0$, для возмущений малой амплитуды геострофические решения (9), (10) сводятся к решениям (6).

Графики распределения (10) для двух значений амплитудного параметра ε приведены на рис. 1. Как видно, влияние нелинейности приводит к смещению оси струи на расстояние y_* и потере симметрии струи относительно оси. Степень асимметрии удобно характеризовать коэффициентом $As = L_2 / L_1$, где $L_{1,2}$ – расстояния от оси струи y_* до точек, где скорость принимает некоторое характерное

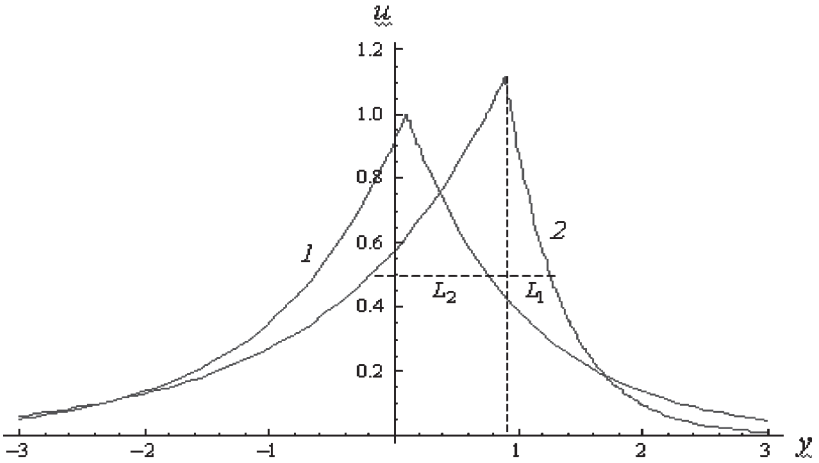


Рис. 1. Горизонтальные профили скорости струйного течения для значений ε = 0.1, (1) и ε = 0.5, (2). Значения u, y нормированы соответственно на $U = c\varepsilon$ и L_R

значение U_* (рис. 1). С учетом $U = c\varepsilon\gamma(\varepsilon)$, из (10) найдем $L_{1,2} = L_R\sqrt{1 \mp \varepsilon}\ln(U/U_*)$ и коэффициент асимметрии

$$As = \frac{L_2}{L_1} = \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}\,. \qquad (12)$$

Согласно (12) $As > 1$, т.е. размер антициклонической области струи L_2 (слева или к югу от оси) всегда больше размера циклонической области L_1. Соответственно величина горизонтального сдвига в первой области всегда меньше чем во второй. С ростом ε или, что эквивалентно, ростом скорости течения U, коэффициент асимметрии неограниченно растет, достигая бесконечности (опрокидывание профиля) при $\varepsilon = 1$ ($U = c\sqrt{2}$). При $\varepsilon = 0.5$ значение $As = 1.72$.

Наряду с асимметрией, еще один нелинейный эффект связан с зависимостью осевой скорости струи $U = c\varepsilon\gamma(\varepsilon) = c\left(\sqrt{1+\varepsilon} - \sqrt{1-\varepsilon}\right)$ от ее горизонтального масштаба L. В качестве L естественно принять $L = 0.5(L_1 + L_2)$, где значения $L_{1,2}$ отвечают размерам, на которых скорость падает в e раз ($U / U_* = e$). Отсюда $L = L_R\,\gamma^{-1}(\varepsilon)$ и, с учетом асимптотики $\gamma^{-1}(\varepsilon) \sim 1 - \varepsilon^2/8$, $\varepsilon \to 0$, получим $U \sim c\varepsilon$, $L \sim L_R(1 - \varepsilon^2/8)$. Исключение ε из последних соотношений приводит к зависимости

$$\frac{L}{L_R} = 1 - \frac{1}{8}\left(\frac{U}{c}\right)^2,$$

показывающей, что чем больше скорость струйного течения на оси, тем меньше его горизонтальный масштаб. Этот факт также фиксировался измерениями (*Воробьев, 1960*). Масштаб L, определяемый по заданному отношению U / U_*, при этом назывался относительным масштабом струйного течения, в отличие от условного масштаба, определяемого по положению изотахи некоторого условного значения U_*.

Наряду с задачей Гилла, интересный пример приспособления отвечает задаче с начальным локализованным распределением глубины

$$\eta_i = \varepsilon,\ |y| < b\,,\quad \eta_i = 0,\ |y| > b.$$

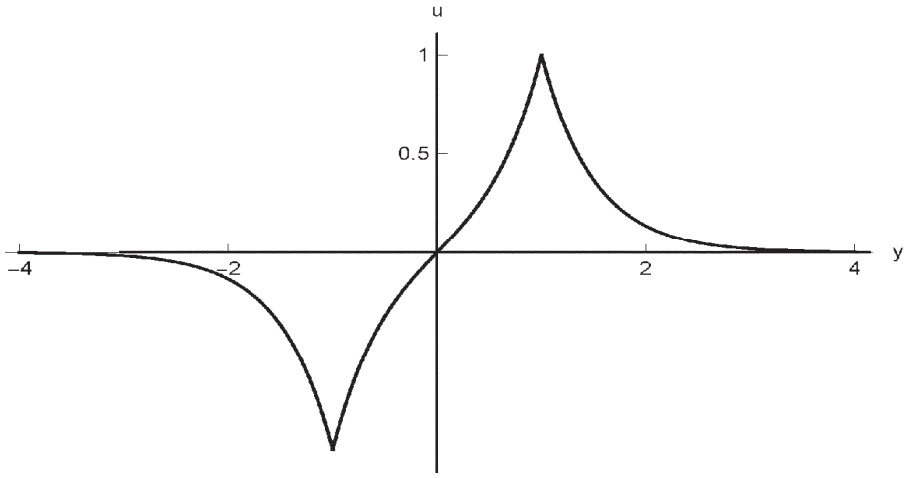


Рис. 2. Профиль скорости для системы из двух встречных течений при $R = 2$. Значения y, u нормированы соответственно на b, u_0

С учетом (7), для этой задачи геострофический компонент скорости

$$u = u_0 \frac{\mathrm{sh}(k_R y)}{\mathrm{sh}(k_R b)}, \quad |y| < b, \quad u = u_0 \,\mathrm{sgn}(y) e^{-k_R(|y|-b)}, \quad |y| > b \quad , \tag{13}$$

где $k_R = 1 / L_R$. Полученное в рамках линейного приближения решение (13) описывает систему из двух встречных струйных течений (рис. 2). Осевая скорость течений

$$u_0 = c\varepsilon / (1 + \mathrm{cth} R), \quad c = \sqrt{gH}\,, \tag{14}$$

зависит от геометрического параметра $R = bk_R = b / L_R$ – отношения масштаба b (расстояния между осями струй) к радиусу деформации. Предельным значениям этого параметра отвечают асимптотики $u_0 \sim f\varepsilon b$, $R << 1$, $u_0 \sim 0.5c\varepsilon$, $R >> 1$. Как и для струи Гилла, скорость пропорциональна безразмерному перепаду глубины ε. Аналогичные (13) системы встречных течений часто создаются в лабораторных моделях МГД методом (*Гледзер и др., 2013*). С использованием закона сохранения потенциальной завихренности, для данной задачи также может быть получен нелинейный аналог решения (13).

Нелинейное геострофическое приспособление в модели стратифицированной атмосферы.

В теории несбалансированного фронтогенеза рассматриваются двумерные движения вращающейся стратифицированной атмосферы в бесконечном горизонтальном слое $0 < z < H$ с постоянной частотой плавучести N. Система уравнений динамики имеет вид

$$\begin{aligned} &du/dt - f\mathrm{v} = 0, \quad d\mathrm{v}/dt + fu = -p_y, \\ &dw/dt = -p_z + \sigma, \qquad d\sigma/dt = 0, \quad \mathrm{v}_y + w_z = 0, \end{aligned} \tag{15}$$

где u, v, w компоненты вектора скорости **u** вдоль горизонтальных осей x, y и направленной вертикально вверх оси z соответственно, p-возмущение давления, нормированного на среднюю плотность, $\sigma = g\theta / \theta_0$ – плавучесть, $d / dt = \partial / \partial t + \mathrm{v}\partial / \partial y + w\partial / \partial z$. Для системы (15) ставятся начальные условия

$$t = 0: \ \mathbf{u} = 0, \qquad \sigma = N^2 H(z / H + \varepsilon\eta(y / L_i)), \tag{16}$$

отвечающие ситуации, когда в покоящуюся атмосферу внесено возмущение плавучести $\varepsilon\eta(y / L_i)$ с горизонтальным масштабом L_i и амплитудой ε.

При адаптации из начального состояния (16) формируется стационарное геострофическое состояние, удовлетворяющее уравнению термического ветра $fu_z = -\sigma_y$. Для однозначного определения этого состояния привлекается лагранжев закон сохранения потенциальной завихренности $dq / dt = 0$, $q = [m, \sigma]$, где квадратными скобками обозначен якобиан по переменным y, z и $m = y - f^{-1} u$ – так называемый геострофический момент. Начальному состоянию (16) отвечает значение $q = N^2 = \text{const}$. Выражая в уравнении термического ветра скорость u через m и переходя к безразмерным переменным, получим замкнутую нелинейную систему уравнений для нахождения геострофического состояния

$$m_z = \sigma_y, \qquad \frac{\partial(m,\sigma)}{\partial(y,z)} = 1. \tag{17}$$

Здесь в качестве масштабов z, y, m, σ приняты соответственно H, L_R, L_R, $N^2 H$, где $L_R = NH / f$ – бароклинный радиус деформации. К системе (17) присоединяются краевые условия

$$\sigma\big|_{z=0} = \varepsilon\eta(\lambda m), \qquad \sigma\big|_{z=1} = 1 + \varepsilon\eta(\lambda m), \tag{18}$$

где $\lambda = L_R / L_i$. Данные условия отражают сохранение функциональной связи между лагранжевыми инвариантами σ, m на твердых горизонтальных границах. Если в качестве масштаба скорости u принять ранее введенный масштаб $U = c\varepsilon = NH\varepsilon$, то $m = y - \varepsilon u$.

Нелинейная система (17) сводится к линейной системе Коши – Римана

$$\sigma_z = y_m, \quad \sigma_m = -y_z, \tag{19}$$

переходом от независимых переменных y, z к переменным m, z (аналог преобразования Лежандра). С учетом краевых условий (18), этот важный факт сводит нахождение стационарного состояния к задаче о восстановлении аналитической функции $\sigma(m, z) + iy(m, z)$ по заданным на границах значениям ее действительной части. Для различных распределений $\eta(\lambda m)$ точные решения этой задачи построены (*Калашник, 1997, 2004*). В качестве примера рассмотрим начальное распределение фронтального типа $\eta(\lambda m) = -\text{th}(\pi m)$ с шириной переходной зоны $L_i = L_R / \pi$ (одна треть радиуса деформации). Распределение скорости u в соответствующем точном решении описывается выражениями

$$u = -\frac{\cos \pi z}{\text{ch}\pi m + \sin \pi z}, \qquad y = m - \varepsilon \frac{\cos \pi z}{\text{ch}\pi m + \sin \pi z}. \tag{20}$$

Соответствующее распределение плавучести представляется в виде

$$\sigma = z - \varepsilon \text{sh}\pi m / (\text{ch}\pi m + \sin \pi z).$$

При фиксированном значении z, выражения (20) дают параметрическое (с параметром m) представление функции $u = u(y)$.

Изолинии поля скорости (20) для значения $\varepsilon = 0.5$ представлены на рис. 3. Как видно, при начальном распределении потенциальной температуры с падением от экватора к полюсу формируется система из двух струйных течений (нижнего и верхнего). Нижнее (приземное) течение направлено на запад. В реальных условиях оно будет слабо выражено за счет трения о поверхность. Течение восточного направления вблизи верхней границы есть аналог верхнетропосферного струйного течения в атмосфере Земли.

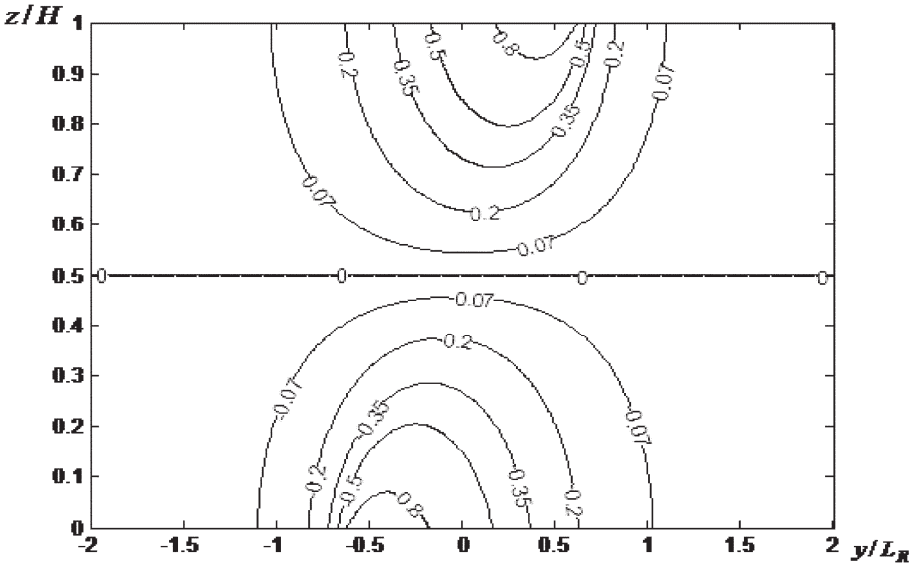


Рис. 3. Изолинии поля скорости для значения $\varepsilon = 0.5$

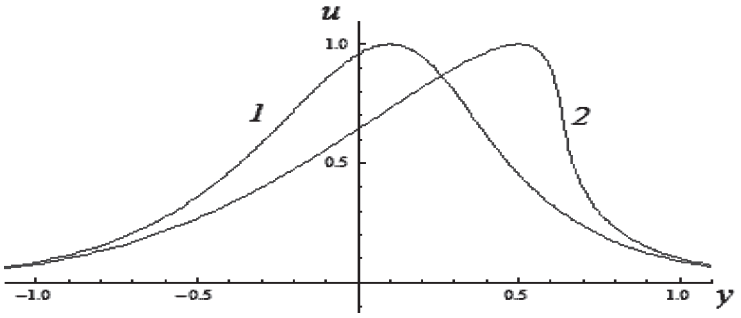


Рис. 4. Горизонтальные профили скорости струйного течения на верхней границе для значений $\varepsilon = 0.1$, (1) и $\varepsilon = 0.5$, (2)

С учетом (20), распределение скорости течения на верхней границе $z = 1$ описывается параметрическими уравнениями

$$u = 1 / \mathrm{ch}(\pi m),\ y = m + \varepsilon / \mathrm{ch}\pi m. \qquad (21)$$

Оно представлено на рис. 4 для двух значений ε. Как и в модели мелкой воды, распределение асимметрично относительно оси струи $y_* = \varepsilon$, причем степень асимметрии растет с ростом ε (ростом скорости). Коэффициент асимметрии струи, отвечающий масштабам $L_{1,2}$, на которых скорость падает в e раз, дается выражением $As = \dfrac{L_2}{L_1} = \dfrac{1 + a\varepsilon}{1 - a\varepsilon}$, где $a = \pi(1 - e^{-1}) / \mathrm{arch}(e) = 1.2$. При $\varepsilon = 0.5$ значение $As = 4$, т.е. масштаб циклонической части струи в четыре раза меньше, чем масштаб антициклонической части. Отметим, что в отличие от модели мелкой воды, значение As зависит от выбранного отношения U / U_*.

Аналогичным образом исследуются характеристики струи на каждом уровне z. Из (20) следует явное уравнение кривой

$$y_*(z) = -\varepsilon \cos(\pi z) / (1 + \sin(\pi z)), \qquad (22)$$

определяющей положение оси струйного течения. Согласно этому уравнению, ось струйного течения всегда имеет наклон к горизонтали – факт, отмечаемый наблюдениями (*Воробьев, 1960*). Из (22) также следует, что расстояние между осями верхнего и нижнего струйных течений непосредственно на границах составляет $2\varepsilon L_R$ (порядка тысячи километров при $\varepsilon = 0.5$), причем ось приземного течения всегда расположена к югу относительно оси верхнетропосферного течения. Представляет интерес экспериментальная проверка этого результата.

Отметим, что систематические исследования структуры высотных струйных течений по данным геостационарных спутников Земли в настоящее время проводятся группой А.Ф. Нерушева (НПО «Тайфун», г. Обнинск). В этих исследованиях (см., например, *Ивангородский и Нерушев, 2014*) значительное внимание уделено расчетам характеристик горизонтальной асимметрии струйных течений и получены результаты, согласующиеся с теоретическими результатами.

Формирование фронтальных зон (поверхностей разрыва)

Аналитические решения, описывающие финальные геострофические состояния, могут быть получены и для других типов начальных распределений плавучести. Так, для начального локализованного распределения $\eta(\lambda m) = 1/\operatorname{ch}^2(\pi m)$, из (18), (19) следует параметрическое представление поля скорости

$$u = -\frac{1 + \operatorname{sh}\pi m \cos \pi z}{(\operatorname{ch}\pi m + \sin \pi z)^2}, \qquad y = m - \varepsilon \frac{\operatorname{sh}\pi m \cos \pi z}{(\operatorname{ch}\pi m + \sin \pi z)^2} \qquad (23)$$

Отличительная особенность решений (20), (23) состоит в том, что с ростом амплитуды ε начального распределения, они становятся многозначными (разрывными). Именно эта особенность исследовалась в упомянутых работах по теории несбалансированного фронтогенеза.

С ростом ε разрывы впервые формируются на горизонтальных границах $z = 0,1$. Это происходит для критической амплитуды $\varepsilon_{cr} = \varepsilon_{cr}(\lambda)$, зависящей от масштаба начального распределения. Значение ε_{cr} можно найти, анализируя зависимость $y = m + \varepsilon\varphi(m)$ на границах. Легко показать, что возникновению разрыва отвечает появление точки перегиба m_{cr} с горизонтальной касательной на графике этой зависимости. В этой точке $\varphi''(m) = 0$. Соответственно для критической амплитуды и положения возникающего разрыва y_{cr} имеем $\varepsilon_{cr} = -1/\varphi'(m_{cr})$, $y_{cr} = m_{cr} - \varphi(m_{cr}) / \varphi'(m_{cr})$. Для зависимости (21) с $\varphi(m) = 1/\operatorname{ch}(\pi m)$ элементарные вычисления дают

$$\varepsilon_{cr} = \frac{2}{\pi} \approx 0.637, \qquad y_{cr} = \frac{1}{\pi}\left[\ln(\sqrt{2}+1) + \sqrt{2}\ \right] \approx 0.73\,.$$

Таким образом, если $L = L_R / \pi$ и перепад плотности по горизонтали составляет $4/\pi$ от перепада по вертикали, в финальном геострофическом состоянии возникает разрыв, расположенный на расстоянии $0.73L_R$ (в размерных единицах) от начала координат.

Далее ограничимся формулировкой основных результатов анализа решений задач о нелинейном геострофическом приспособлении.

1. Существует критическая амплитуда начального возмущения плавучести (потенциальной температуры), при превышении которой финальное геострофическое состояния становится разрывным (многозначным). Эта амплитуда зависит от горизонтального масштаба начального возмущения.

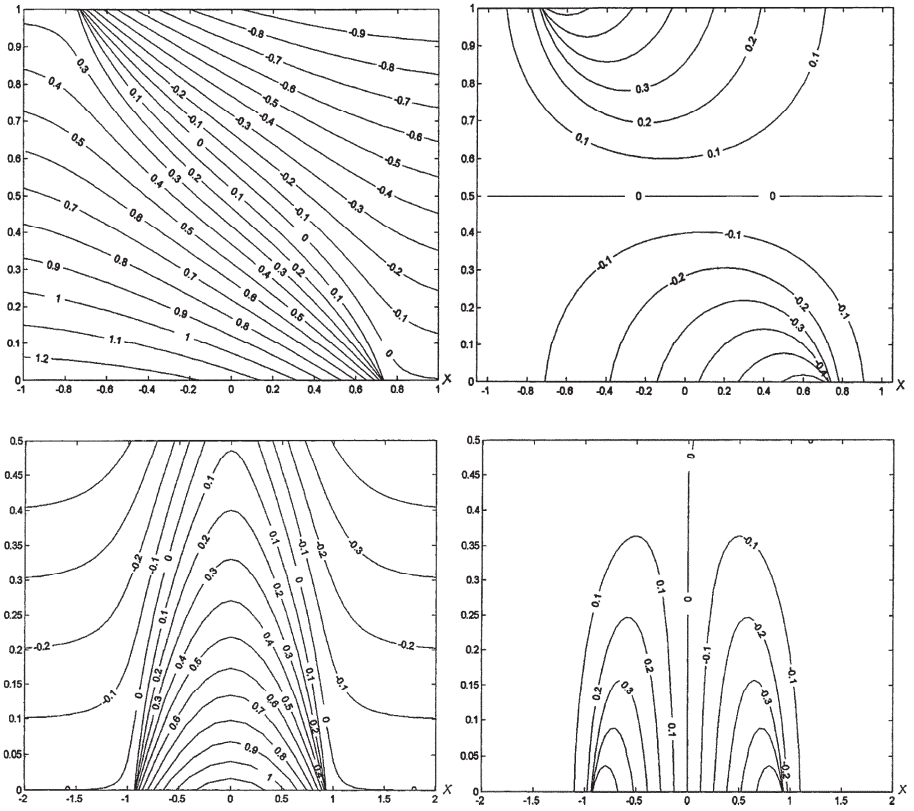


Рис. 5. Изолинии полей плавучести (слева) и геострофической скорости (справа) для критических значений начальной амплитуды ε и двух типов начальных распределений. Случай приспособления в плоскости (x, z)

2. Многозначное решение для финального состояния преобразуется в однозначное разрывное решение путем проведения поверхностей разрыва. Это осуществляется с использованием формулы Маргулеса (непрерывность давления) в качестве условия на разрыве.

3. Геометрические конфигурации поверхности разрыва носят универсальный характер, т. е. не зависят от деталей начальных распределений. В частности, наклонные поверхности разрыва имеют универсальный параболический профиль и примыкают к горизонтальным границам.

4. Процесс установления разрывных геострофических состояний носит ярко выраженный волновой характер с чередованием фаз гладкости и многозначности. На небольших временах формируется нестационарный пульсирующий фронт.

На рис. 5 представлены изолинии полей плавучести (слева) и геострофической скорости (справа) для критических значений начальной амплитуды ε. Представлен случай приспособления в плоскости (x, z). Верхняя панель отвечает начальному распределению плавучести в форме сглаженной ступеньки (гиперболический тангенс). Соответствующее решение аналогично решению (20). Точки

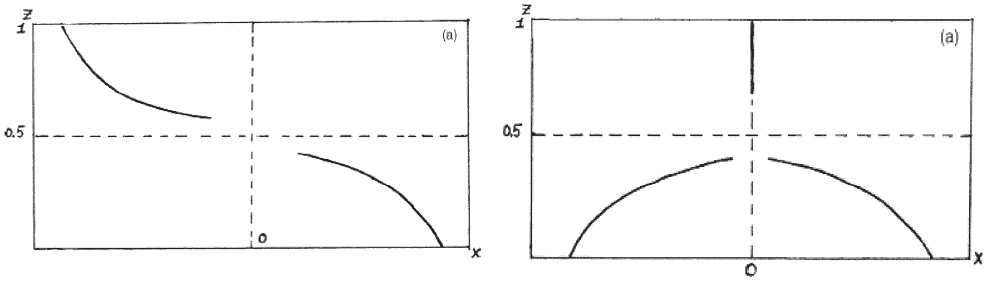


Рис. 6. Геометрические конфигурации поверхностей разрыва

сгущения изолиний на рисунке отмечают положение формирующихся фронтов. С каждым фронтом связано струйное течение.

Нижняя панель отвечает начальному локализованному распределению и описывается решением, аналогичным (22). Как видно, при таком распределении в нижней половине слоя формируется система из двух встречных струйных течений и два фронта, расположенных симметрично относительно начала координат. Струйные течения в верхней половине слоя имеют противоположное направление. Каждая из таких систем качественно подобна системе (13) в модели мелкой воды.

При $\varepsilon > \varepsilon_{cr}$ многозначные решения для финальных состояний преобразуются в однозначные разрывные путем проведения поверхностей разрыва $x_b = x_b(z)$. Как и в задачах газовой динамики, это осуществляется с использованием непрерывной части решения и соответствующего физического условия на разрыве. В качестве последнего принимается условие непрерывности давления при переходе через разрыв, которое выражается известной формулой Маргулеса (безразмерная форма): $dx_b / dz = (\sigma_2 - \sigma_1)/(m_2 - m_1)$, где ρ_2 , ρ_1 ... – значения величин соответственно справа и слева от разрыва. С использованием этой формулы в работе (*Калашник, 2004*) сформулирована нелинейная система уравнений для определения поверхностей разрыва и показано, что ее можно точно проинтегрировать, благодаря наличию первого интеграла, аналогичного интегралу площадей в газовой динамике. На рис. 6 показаны геометрические конфигурации поверхностей разрыва (фронтов) для рассмотренных двух типов начальных распределений. В случае сглаженной ступеньки (слева) формируются два наклонных фронта, примыкающих к границам и имеющих универсальный параболический профиль. Следует подчеркнуть, что рисунок представлен в очень увеличенном вертикальном масштабе. Для тангенса угла наклона фронта к горизонту у поверхности справедлива простая асимптотика

$$tg\alpha \sim H / L_R = f / N \sim 10^{-2}, \qquad (24)$$

т.е. угол наклона очень мал. В случае начального локализованного распределения (рисунок справа) формируются два наклонных фронта в нижней половине слоя и вертикальный фронт вверху. Такая конфигурация (в форме перевернутой и разорванной буквы Y) характерна для фронтов окклюзии. Обратим внимание, что, согласно (23), $tg\alpha = 0$ при $f = 0$. Атмосферные фронты (как и тропические циклоны) никогда не формируются на экваторе, где отсутствует отклоняющее действие силы Кориолиса.

Представленный краткий анализ описывает следующие наблюдаемые особенности структуры атмосферных фронтальных зон (*Гилл, 1986; Пальмен и Ньютон, 1973*):

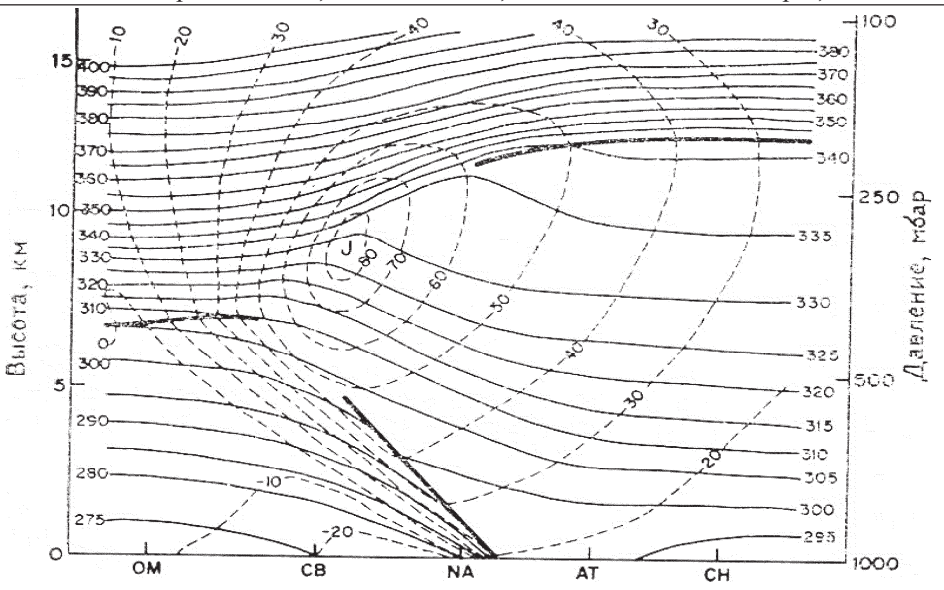


Рис. 7. Вертикальный разрез фронтальной зоны на территорией США 20 ноября 1964 г.

а) Максимальные градиенты в области фронтальной зоны наблюдаются вблизи подстилающей поверхности и тропопаузы, а в основной толще тропосферы они выражены слабо.

б) Фронтальная зона образована единой системой, состоящей из приземного и верхнетропосферного фронтов.

в) С каждым из наклонных фронтов связано интенсивное струйное течение, причем его ось смещена относительно фронта.

В качестве примера, на рис. 7 приведен пример вертикального разреза фронтальной зоны над территорией США (из книги *Гилл, 1986*). Сплошными линиями изображены изолинии потенциальной температуры, штриховыми – изолинии скорости ветра (в м/с). Как видно, в области фронта, наряду с интенсивным верхнетропосферным струйным течением, существует и менее интенсивное приземное струйное течение противоположного направления. Фронтальные поверхности примыкают к подстилающей поверхности и тропопаузе, на среднем уровне горизонтальные градиенты температуры практически отсутствуют.

Отметим, что обширная библиография работ по теории фронтогенеза представлена в монографии Шакиной (*Шакина, 1985*). Основное внимание при этом уделено теории деформационного фронтогенеза (*Hoskins and Bretherton, 1972*), связывающей образование фронтов с наличием специального класса деформационных полей скорости, обостряющих начальные температурные градиенты. Предполагается, что такие поля создаются особенностями крупномасштабных атмосферных процессов. В отличие от этой теории, теория несбалансированного фронтогенеза не требует привлечения внешних деформационных полей для объяснения формирования фронтов.

Устойчивость струйных течений в модели мелкой воды.

Как показывают данные наблюдений (*Мастерс, 2016*) погодные аномалии прошедшего десятилетия обусловлены изменением динамического режима полярного струйного течения. Этот факт, а также результаты лабораторного моделирования во вращающихся кольцевых каналах (*Алексеев и др., 2005*) делают актуальным исследование проблемы устойчивости струйных течений. Ниже приводится краткое рассмотрение вопроса об устойчивости струйных течений во вращающемся слое мелкой воды (модель баротропной атмосферы). В квазигеострофическом приближении движения слоя описываются уравнением переноса потенциальной завихренности

$$q_t + uq_x + \mathrm{v}q_y = 0, \quad q = \psi_{xx} + \psi_{yy} - L_R^{-2}\psi, \tag{25}$$

где $u = -\psi_y$, $\mathrm{v} = \psi_x$ – компоненты скорости, $\psi = (g / f)\eta$ – геострофическая функция тока, $\eta = h - H$ – отклонение полной глубины h от среднего значения, $L_R = \sqrt{gH} / f$ – радиус деформации. Уравнение (25), называемое уравнением Чарни – Обухова, выводится из системы уравнений мелкой воды путем разложения по малому параметру – числу Россби (*Должанский и др., 1990; Pedlosky, 1987*).

В исследовании устойчивости будем рассматривать струйное течение Гилла (6) и систему из двух встречных струйных течений (13). Эти течения являются точными стационарными решениями (25) соответственно с одним и двумя разрывами потенциальной завихренности $q = \bar{q}(y)$. Для струйного течения Гилла $\bar{q}(y) = \Lambda \mathrm{sgn}(y)$, где $\Lambda = f\varepsilon$ и $\varepsilon = \Delta h / 2H$ – половина безразмерного перепада глубины. Для системы из двух струйных течений $\bar{q}(y) = -\Lambda, |y| < b$, $\bar{q}(y) = 0, |y| > b$. Кусочно-постоянный характер распределения завихренности позволяет исследовать устойчивость аналитически.

Устойчивость струи Гилла.

Поведение малых возмущений течения с распределением скорости $u = \bar{u}(y)$ и потенциальной завихренности $q = \bar{q}(y)$ описывается линеаризованной формой уравнения (25)

$$q'_t + \bar{u}q'_x = -\mathrm{v}'\bar{q}_y, \quad q' = \psi'_{xx} + \psi'_{yy} - k_R^2\psi', \tag{26}$$

где $k_R = 1 / L_R$ и штрихом отмечены возмущения. С учетом скачка завихренности, для струйного течения Гилла уравнение (26) принимает вид

$$q'_t + \bar{u}q'_x = -\Lambda \mathrm{v}'\delta(y), \tag{27}$$

где $\delta(y)$ – дельта функция Дирака. Уравнению (27) удовлетворяют решения с нулевой потенциальной завихренностью

$$q' = \psi'_{xx} + \psi'_{yy} - k_R^2\,\psi' = 0. \tag{28}$$

На разрыве фоновой завихренности для этих решений должно выполняться условие

$$y = 0: \quad r_t + u_0 r_x = -\Lambda\psi'_{\mathrm{x}}, \quad r = [\psi'_y], \tag{29}$$

где квадратными скобками обозначен скачок производной при переходе через разрыв и $u_0 = U$ – осевая скорость течения (6). Принципиально важное условие (29) получается интегрированием уравнения (27) в окрестности точки $y = 0$ с учетом $\mathrm{v}' = \psi'_x$.

Уравнение (28) имеет решения в форме нормальных волновых мод

$$\psi' = Ce^{-\kappa|y|}e^{i(kx-\omega t)}, \quad \kappa = \sqrt{k^2 + k_R^2}\,. \tag{30}$$

Подстановка (30) в у с л о в и е (29) дает дисперсионное соотношение

$$\omega = (\Lambda / 2)k'(1 - (1 + k'^2)^{-1/2}), \quad k' = k / k_R, \tag{31}$$

где k' – безразмерное волновое число. Согласно (31) короткие волны распространяются без дисперсии $\omega \sim (\Lambda / 2)k'$, $k >> k_R$. Закон дисперсии для длинных волн $\omega \sim 0.25\Lambda k'^3$, $k << k_R$, отвечает линеаризованной форме уравнения Кортевега де Вриза. Прижатые к скачку завихренности волновые решения (30), (31) описывают модифицированные фоновым вращением так называемые сдвиговые волны Россби (*Heifetz et al., 1999*). Тот факт, что все такие волны нейтральны, свидетельствует об устойчивости струйного течения Гилла (6).

В соответствии с (30), при фиксированном значении k' период колебаний растет с уменьшением параметра $\Lambda = f\,\Delta h / 2H$, т.е. с уменьшением перепада полной глубины, которым поддерживается струйное течение. Эта особенность может служить простейшим качественным объяснением наблюдающегося в атмосфере увеличения периода колебаний осей струйных течений (периода меандрирования) в условиях понижения глобального горизонтального контраста температуры, вызванного таянием арктических льдов (*Мастерс, 2016*). Именно с увеличением этого периода, при котором меандры в течение долгого времени находятся над определенным регионом, связывают погодные аномалии последних лет (засуха в России 2010 г, холодные вторжения в Северной Америке).

Неустойчивость системы двух встречных струйных течений.

Течением с двумя разрывами завихренности в невращающейся жидкости является сдвиговый слой

$$\bar{u} = u_0 y / b, \ \ |y| < b, \bar{u} = \mathrm{sgn}(y), |y| > b, \qquad u_0 = \Lambda b. \tag{32}$$

Профиль скорости (32) получается из (13) формальным предельным переходом $L_R \to \infty$ ($R \to 0$). Для этого профиля в работе (*Rayleigh, 1880*) установлено существование неустойчивых нормальных мод с волновыми числами $0 < k < k_*$, и показано, что длина волны с максимальной скоростью роста примерно в 8 раз превосходит ширину $2b$ сдвигового слоя. Задача Релея переформулирована (*Heifetz et al., 1999; Heifetz and Methven, 2005*) в терминах взаимодействия сдвиговых волн Россби, формирующихся на скачках завихренности. Основное отличие задачи об устойчивости течения (13) от задачи Релея состоит в существовании двух геометрических масштабов b и L_R. Интуитивно понятно, что при $R = b / L_R >> 1$ волны Россби практически не взаимодействуют и неустойчивость сильно подавляется. В задаче определяется зависимость длины интервала неустойчивых волновых чисел от параметра R.

Для течения (13) (системы из двух струйных течений) уравнение (26) для возмущений сводится к уравнению

$$q'_t + \bar{u}q'_x = \mathrm{v}'\Lambda\big(\delta(y + b) - \delta(y - b)\big), \tag{33}$$

которому удовлетворяют решения с нулевой потенциальной завихренностью (27). На разрывах $\bar{q}$ для этих решений должны выполняться условия

$$y = \pm b: \qquad r_t \pm u_0 r_x = -2\Lambda\psi'_{\mathrm{x}}, \quad r = [\psi'_y]. \tag{34}$$

Как и ранее, эти условия получаются интегрированием (33) по поперечной координате в окрестностях разрывов.

Решение (28) представляется суммой двух сдвиговых волн

$$\psi' = -\frac{1}{2\kappa}\left(q_1(t)e^{-\kappa|y+b|} + q_2(t)e^{-\kappa|y-b|}\right)e^{ikx}. \tag{35}$$

Подстановка (35) в условия (34) дает линейную систему дифференциальных уравнений

$$i\frac{dq_1}{dt} = kc_1 q_1 + \frac{\Lambda k}{2\kappa} e^{-2\kappa b} q_2, \qquad i\frac{dq_2}{dt} = kc_2 q_2 - \frac{\Lambda k}{2\kappa} e^{-2\kappa b} q_1. \tag{36}$$

Здесь $c_{1,2} = \mp(u_0 - \Lambda/2\kappa)$ – фазовые скорости волн Россби (соответственно нижней и верхней), с которыми они распространяются в отсутствие взаимодействия.

Систему (36) удобно записать в матричной форме

$$i\frac{d\mathbf{q}}{dt} = P\mathbf{q}, \qquad P = \begin{pmatrix} -A & B \\ -B & A \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} \tag{37}$$

Элементы матрицы системы даются выражениями

$$A = kc_2 = \frac{u_0 k}{K}\big(K - \varphi(R)\big), \qquad B = \frac{\Lambda k}{2\kappa} e^{-2\kappa b} = \frac{u_0 k}{K}\varphi(R) e^{-K},$$

$$\Phi(R) = R(1 + \mathrm{cth}R), \qquad K = 2b\kappa = 2R\sqrt{k'^2 + 1}. \tag{38}$$

Безразмерный волновой параметр K связан с безразмерным волновым числом $k' = k / k_R = L_R k$ соотношением $k' = \sqrt{(K/2R)^2 - 1}$.

Общее решение системы (37) представляется в виде $\mathbf{q}(t) = C_1 e^{-i\omega_1 t}\mathbf{h}_1 + C_2 e^{-i\omega_2 t}\mathbf{h}_2$, где $\mathbf{h}_{1,2}$ – собственные вектора матрицы P, $\omega_{1,2} = \mp\omega$ – ее собственные значения,

$$\omega = \frac{u_0 k}{K}\sqrt{\mu_1(K)\mu_2(K)}, \qquad \mu_{1,2}(K) = K - \varphi(R)\left(1 \pm e^{-K}\right). \tag{39}$$

С учетом выражения для собственных векторов $\mathbf{h}_{1,2} = (1 \pm \gamma, 1 \mp \gamma)^T$, $\gamma = \sqrt{\mu_1 / \mu_2}$, в покомпонентной форме решение запишется как

$$q_{1,2}(t) = C_1(1 \pm \gamma)e^{-i\omega_1 t} + C_2(1 \mp \gamma)e^{-i\omega_2 t} \tag{40}$$

Подстановка (40) в (35) дает представление функции тока суммой двух нормальных мод

$$\psi' = -\frac{1}{2\kappa}\left(C_1 e^{i(kx+\omega t)}\Phi_1(y) + C_2 e^{i(kx-\omega t)}\Phi_2(y)\right) \tag{41}$$

$$\Phi_{1,2}(y) = (1 \pm \gamma)e^{-\kappa|y+b|} + (1 \mp \gamma)e^{-\kappa|y-b|}$$

Согласно (39), (41), для значений волнового параметра K, при которых частота ω комплексна, существует экспоненциально нарастающая нормальная мода. Анализ выражений (39) показывает, что на допустимом интервале изменения $K > 2R$ входящая в (39) функция $\mu_2(K)$ строго положительна, а функция $\mu_1(K)$ обращается в ноль в единственной точке $K = K_*(R)$. Таким образом, неустойчивость имеет место при значениях K из интервала $2R < K < K_*(R)$, где $K_*(R)$ – корень уравнения

$$K = \varphi(R)\,(1 + e^{-K}) \tag{42}$$

Указанному интервалу отвечает диапазон неустойчивых волновых чисел $0 < k < k_*$, где $L_R k_* = \sqrt{(K_*/2R)^2 - 1}$.

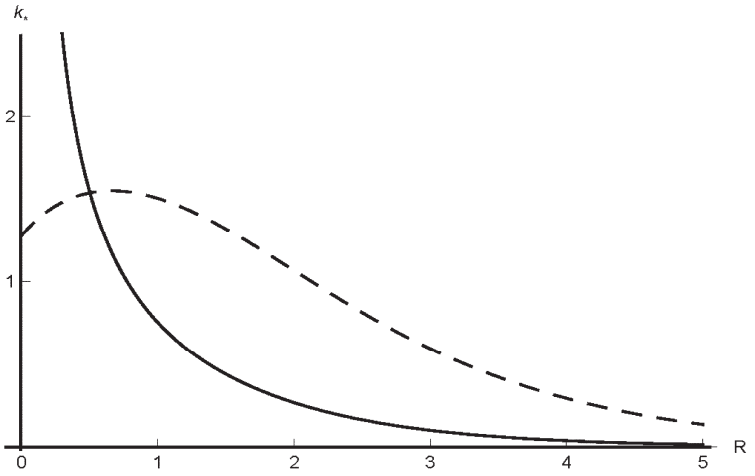


Рис. 8. Зависимость правой границы k_* интервала неустойчивых волновых чисел от параметра R. Значения k_* нормированы на L_R^{-1} (сплошная) и $(2b)^{-1}$ (пунктир)

При $R \to 0$ функция $\varphi(R) \to 1$ и (41) сводится к уравнению $K = 1 + e^{-K}$ с корнем $K = 2bk_* = 1.266$ для классической задачи Релея. Хорошую аппроксимацию корня (41) для всего диапазона изменения R дает выражение

$$K = K_*(R) = \varphi(R)\,(1 + e^{-\varphi(R)}) \tag{43}$$

Для правой границы интервала неустойчивых волновых чисел отсюда следуют асимптотики

$$L_R k_* = 0.64R^{-1}, \quad R << 1, \qquad L_R k_* = 2e^{-R}, \; R >> 1 \tag{44}$$

Согласно второй асимптотике, при $R >> 1$ интервал неустойчивых волновых чисел экспоненциально мал, т.е. неустойчивость носит ярко выраженный длинноволновой характер. Резкое уменьшение k_* с ростом R согласуется с интуитивным представлением об ослаблении взаимодействия между волнами Россби в случае $b >> L_R$.

Зависимость $L_R k_*$ от параметра R, полученная численно, представлена на рис. 8 (сплошная линия). Следует подчеркнуть, что фактически это есть зависимость k_* от масштаба b при фиксированном значении L_R. Если фиксируется значение b и меняется L_R, то в качестве безразмерной границы интервала неустойчивости (нормированной на $(2b)^{-1}$) естественно принять $2bk_* = \sqrt{K_*^{\,2} - 4R^2}$. Соответствующая зависимость от R выглядит иначе – она достигает максимума при $R = 1$ и далее экспоненциально затухает (рис. 8, пунктирная линия).

В неустойчивом случае $0 < k < k_*$ решение (40) есть сумма нарастающей и затухающей мод. Инкремент нарастания $s = |\omega|$ достигает максимума при некотором промежуточном значении $k = k_m$, которое находится численно. Характерная особенность функции тока неустойчивой волны состоит в наклоне линий равных фаз (рис. 9). Вещественная часть функции тока в области $|y| < b$ записывается в виде

$$\psi' \sim e^{st}\left(\mathrm{ch}\,\varkappa y \cos kx - |\gamma|\,\mathrm{sh}\,\varkappa y \sin kx\right) = e^{st} A(y)\cos(kx + \theta(y))$$

$$A(y) = \sqrt{\mathrm{ch}^2 y + |\gamma|^2\,\mathrm{sh}^2 y}\,, \quad \theta(y) = \mathrm{arctg}(|y|\,\mathrm{th}y) \tag{45}$$

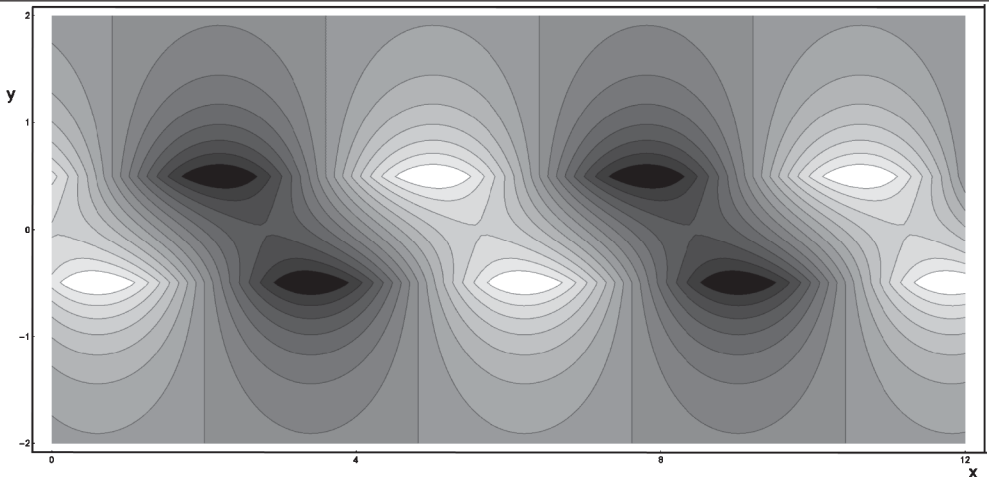


Рис. 9. Теневая картина изолиний функции тока наиболее опасной моды ($L_R k_m$ = 1,12) при R = 0.5. Для этого значения K_* = 1.907 и граничное волновое число $L_R k_*$ = 1.624. Значения x, y нормированы на L_R

Согласно (45), линии равной фазы $kx + \theta(y)$ = const имеют наклон против потока. Только при такой ориентации волна может отбирать энергию у течения.

Выше рассматривалась линейные задачи об устойчивости струйных течений в модели баротропной атмосферы. На основе метода контурной динамики в работе (*Калашник и Чхетиани, 2016*) развита слабонелинейная теория длинноволновой неустойчивости системы из двух встречных струйных течений. Отметим, что задачи об устойчивости струйных течений в модели стратифицированной атмосферы к настоящему времени практически не исследованы.

2.5.5. Циклон–антициклонная асимметрия

2.5.5.1. Механизмы и эффекты

Исследованию гидродинамической устойчивости вращающихся сдвиговых течений посвящена обширная литература (*Дикий, 1976; Должанский и др., 1990; Дымников и Филатов, 1990; Flor, 2010; Cushman-Roisin, 2009; Mak, 2011; McWilliams, 2011; Pedlosky, 1987*). Соответствующая теория, имеющая важные геофизические приложения (формирование циклонов и антициклонов в атмосфере, синоптических вихрей в океане) развита менее полно, чем классическая теория сдвиговой устойчивости. При исследовании устойчивости вращающихся течений нельзя ограничиться рассмотрением только двумерных возмущений, поскольку нет аналога теоремы Сквайра. Устойчивость вращающихся течений также существенно зависит от взаимной ориентации сдвига и направления вращения. С последней особенностью связан эффект циклон–антициклонной асимметрии, который состоит в том, что по отношению к двумерным возмущениям течения с циклоническим горизонтальным сдвигом всегда более устойчивы, чем с антициклоническим сдвигом (*Flor, 2010; Mak, 2011*). В данном разделе описаны проявления эффекта в устойчивости по отношению к общим пространственным возмущениям, приводящим к продольным модуляциям течения. Рассмотрена задача об устойчивости вращающихся тангенциальных разрывов и течений с постоянным сдвигом, сформулированы критерии устойчивости в рамках модели мелкой воды.

Постановка задачи устойчивости.

Рассматривается идеальная однородная жидкость, вращающаяся с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega k}$, $\boldsymbol{\Omega} > 0$ вокруг вертикальной оси z. Во вращающейся системе координат относительные движения жидкости описываются системой уравнений

$$\partial \boldsymbol{u}/\partial t + (\boldsymbol{u}\nabla)\boldsymbol{u} + f(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{u}) = -\nabla p, \qquad \operatorname{div}\boldsymbol{u} = 0\ . \tag{1}$$

Здесь $\boldsymbol{u}$ – вектор скорости с компонентами u, v, w вдоль осей x, y, z соответственно, $f = 2\Omega$ – параметр Кориолиса, $\boldsymbol{k}$ – вертикальный орт, p – редуцированное давление, включающее центробежную силу и потенциал массовых сил. Система (1) рассматривается в области $-\infty < x < \infty\ 0 < z < H$, $-l < y < l$ (неограниченный канал прямоугольного сечения) с условиями непротекания $w = 0$, v = 0 соответственно на горизонтальных $z = 0$, H и вертикальных $y = \pm l$ твердых границах.

В рамках (1) исследуется устойчивость по линейному приближению течения с горизонтальным сдвигом

$$\boldsymbol{u} = (U(y),0,0), \quad p = P(y), \quad fU = -\partial P/\partial y\,. \tag{2}$$

Линеаризованная система уравнений динамики для возмущений течения (2)

$$\frac{Du}{Dt} + (U'(y) - f)\mathrm{v} = -\frac{\partial p}{\partial x}, \qquad \frac{D\mathrm{v}}{Dt} + fu = -\frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z}\,,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0\,, \qquad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial x}\,. \tag{3}$$

сводится к одному уравнению для поперечной к потоку компоненты скорости (*Калашник, 2007; Johnson, 1963*):

$$\frac{D}{Dt}\left[\frac{D}{Dt}\Delta \mathrm{v} - U''(y)\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}}\right] + f^2\left[1-\mathrm{R}(y)\right]\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial z^2} = 0. \qquad (4)$$

Уравнение (4) служит основным уравнением теории устойчивости вращающихся сдвиговых течений. Входящий в (4) безразмерный параметр $\mathrm{R}(y) = U'(y) / f$ характеризует взаимную ориентацию сдвига и направления вращения. Если $\mathrm{R}(y) > 0$ (циклонический сдвиг, $U'(y) < 0$), фоновая и сдвиговая завихренности параллельны, если $\mathrm{R}(y) > 0$ (антициклонический сдвиг) – антипараллельны. Не только величина, но и знак $\mathrm{R}(y)$ оказывает принципиальное влияние на устойчивость.

В существующих исследованиях, как правило, рассматривается проблема инерционной или симметричной устойчивости течения (2), т.е. устойчивости относительно двумерных возмущений, не зависящих от координаты x вдоль потока (*Yuh, 2007; Mak, 2011*). Для таких возмущений уравнение (4) существенно упрощается:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial z^2}\right) + f^2\left[1-\mathrm{R}(y)\right]\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial z^2} = 0. \qquad (5)$$

Из закона сохранения "энергии" для уравнения (5)

$$\frac{\partial E}{\partial t} = 0, \quad E = \frac{1}{2}\iint\left[\mathrm{v}_{yt}^2 + \mathrm{v}_{zt}^2 + f^2\left(1\text{-}\mathrm{R}(\mathrm{y})\right)\mathrm{v}_z^2\right]dydz,$$

немедленно следует достаточное условие инерционной устойчивости

$$\mathrm{R}(y) = U'/f < 1. \qquad (6)$$

(обычно его получают, рассматривая баланс сил при смещениях жидких объемов (*Mak, 2011*)). Соответствующее необходимое условие неустойчивости $\mathrm{R}(y) > 1$, записанное в форме

$$f - U'(y) < 0. \qquad (7)$$

требует отрицательности абсолютной завихренности $f - U'(y)$. В терминах сдвига условие (7) показывает, что неустойчивыми могут быть только течения с антициклоническим сдвигом $U'(y) > 0$, превосходящим удвоенную угловую скорость вращения жидкости. Этот результат есть первое проявление эффекта циклон–антициклонной асимметрии в устойчивости. Для осесимметричных течений с тангенциальной скоростью $\mathrm{v}(r)$ может быть получено аналогичное (7) условие неустойчивости (*Flor, 2010*):

$$\left(\Omega + \frac{\mathrm{v}}{r}\right)(2\Omega + \xi) < 0, \quad \xi = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\mathrm{v}). \qquad (8)$$

(ξ – относительная завихренность). Согласно (8) для развития неустойчивости необходимо, чтобы абсолютные угловая скорость и завихренность имели разные знаки. Условие (8), обобщающее известный критерий Релея на случай вращающейся жидкости, сводится к условию (7) для плоских течений переходом $r \to \infty$, $\partial/\partial r \to -\partial/\partial y$.

Рост симметричных возмущений при инерционной неустойчивости приводит к образованию вихревых структур в вертикальной плоскости, перпендикулярной потоку, аналогичных классическим вихрям Тейлора. Традиционно считается, что именно симметричные возмущения определяют развитие неустойчивости. В действительности, это происходит не всегда. Ниже рассмотрены примеры течений, для которых наиболее опасными (быстрорастущими) являются пространствен-

ные возмущения, приводящие к модуляциям по координате вдоль потока. В развитии таких возмущений также проявляется эффект циклон–антициклонной асимметрии.

Спектральная форма уравнений и аналогия с течениями стратифицированной жидкости.

В анализе устойчивости конкретных течений удобно отдельно рассматривать симметричные и пространственные возмущения и использовать спектральную форму уравнений (4), (5). Отыскание решений (5) вида v = exp(σt)$\varphi(y)$ cos mz приводит к уравнению

$$\varphi''(y)+(mf/\sigma)^2\left(R(y)-1-(\sigma/f)^2\right)\varphi=0. \qquad (9)$$

которое, совместно с краевыми условиями $\varphi = 0$ при $y = \pm l$, определяет спектральную задачу для нахождения инкремента нарастания σ симметричных возмущений. При $l \to \infty$ (неограниченный канал) краевые условия сводятся к условию ограниченности φ при $|y| \to \infty$.

Аналогично, отыскание решений (4) в форме нормальных мод v = $\varphi(y)$exp $ik(x - ct)$cos mz приводит к уравнению

$$\varphi''(y)-\left(k^2+m^2+\frac{U''}{U-c}+\frac{f(U'(y)-f)m^2}{(U-c)^2k^2}\right)\varphi=0. \qquad (10)$$

из которого находится комплексная фазовая скорость $c = c_r + ic_i$. Течение неустойчиво если мнимая часть $c_i > 0$.

В уравнениях (9), (10) вертикальное волновое число m принимает дискретные значения $m = \pi n / H$, n = 1,2,... Выбранная форма зависимости от вертикальной координаты учитывает тот факт, что система (3) допускает решения с разделяющимися переменными (u, v, p) ~ cos mz, w ~ sin mz. Для таких решений выполнено условие непротекания (твердой крышки) $w = 0$ при $z = 0, H$.

Если профиль скорости $U(y)$ содержит разрыв, например, при $y = 0$, к уравнениям (9), (10) следует присоединить также два краевых условия на разрыве – кинематическое (непрерывность смещения поверхности разрыва) и динамическое (непрерывность давления). Для симметричных возмущений эти условия имеют вид:

$$[\varphi]=0, \quad \left[\sigma^2\varphi' + fm^2U\varphi\right]=0. \qquad (11)$$

где квадратными скобками обозначен скачок при переходе через разрыв: $[\varphi] = \varphi(y + 0) - \varphi(y - 0)$.

Для уравнения (10) (пространственные возмущения) условия на разрыве:

$$\left[\frac{\varphi}{U-c}\right]=0, \left[(U-c)\varphi' - U'\varphi - f\frac{U}{U-c}\frac{m^2}{k^2}\varphi\right]=0. \qquad (12)$$

Вывод кинематических условий на разрыве стандартный. Для получения динамического (второго) условия (12) уравнение (10) домножается на $(U - c)$ и результат записывается в виде

$$\left((U-c)\varphi'\right)' - \left(U'\varphi\right)' - \left(\left(k^2+m^2\right)(U-c)+\frac{f(U'(y)-f)m^2}{(U-c)k^2}\right)\varphi=0. \qquad (13)$$

Интегрирование последнего уравнения по малому интервалу $(-\varepsilon, \varepsilon)$ с последующим предельным переходом $\varepsilon \to 0$ дает требуемое условие. Аналогично получается динамическое условие для симметричных возмущений.

Уравнение (10) позволяет установить некоторую математическую аналогию между сдвиговыми течениями вращающейся и стратифицированной жидкости. Как известно (*Дразин, 2010*) устойчивость последнего класса течений описывается уравнением Тейлора – Гольдштейна для амплитуды функции тока

$$\varphi''(y)-\left(k^2+\frac{U''}{U-c}-\frac{N^2}{(U-c)^2}\right)\varphi=0. \qquad (14)$$

где N^2 – квадрат частоты плавучести, остальные обозначения стандартны. Уравнение (14) сводится к (10) заменой k^2 на $k^2 + m^2$ и N^2 на $N_1{}^2 = f^2(1 - R(y))m^2 / k^2$. С учетом этих замен, из классического необходимого условия неустойчивости течений стратифицированной жидкости $\mathrm{Ri} = N^2 / U^2 < 1/4$ (Ri – число Ричардсона) немедленно следует необходимое условие неустойчивости течений вращающейся жидкости относительно пространственных возмущений

$$J(y)=\frac{N_1^2}{U'^2}=\frac{1-\mathrm{R}(y)}{\mathrm{R}^2(y)}\,\frac{m^2}{k^2}<\frac{1}{4}\ . \qquad (15)$$

Условие (15) заведомо выполняется для течений с отрицательной абсолютной завихренностью (7), аналогичной неустойчивой плотностной стратификации $N^2 < 0$. Для достаточно коротких волн ($k \to \infty$) оно выполняется и в устойчивом по отношению к симметричным возмущениям случае $\mathrm{R}(y) < 1$. Прямой вывод условия или критерия (15) непосредственно из уравнений гидродинамики дан в работе (*Johnson, 1963*).

Устойчивость вращающихся тангенциальных разрывов.

Наиболее ярко эффект циклон–антициклонной асимметрии выражен в устойчивости вращающихся тангенциальных разрывов:

$$U(y)=U_0\,\mathrm{sgn}(y) \qquad (16)$$

со скачком скорости $2U_0$. Здесь появляется принципиальная зависимость от знака скачка, отсутствующая в невращающейся жидкости.

Для симметричных возмущений ограниченное на бесконечности решение уравнения (9) ищется в виде:

$$\varphi = a\exp(-\lambda y),\ y>0,\ \varphi = b\exp(\lambda y),\ y<0,\ \ \lambda = m\sqrt{1+f^2/\sigma^2}\ .$$

Удовлетворение условиям (2.3) на разрыве дает уравнение

$$\sigma^2\sqrt{1+f^2/\sigma^2}=fmU_0. \qquad (17)$$

для нахождения инкремента σ. Очевидно, в случае $U_0 < 0$ (циклонический скачок скорости), действительных корней (17) нет. В случае $U_0 > 0$ (антициклонический скачок) (17) сводится к биквадратному уравнению $\sigma^4 + f^2\sigma^2 - f^2(mU_0)^2 = 0$, откуда

$$\sigma=\left(f/\sqrt{2}\right)\sqrt{\sqrt{1+(2mU_0/f)^2}-1}\,. \qquad (18)$$

Таким образом, относительно симметричных возмущений антициклонический скачок всегда неустойчив, циклонический – устойчив.

Развитие симметричной неустойчивости приводит к волнообразным смещениям поверхности раздела в перпендикулярном ей направлении. В зависимости от безразмерного параметра $r = mU_0 / f$, аналогичного числу Россби для движений с вертикальным масштабом $H / \pi n$, из (18) следуют две асимптотики для инкремента

$$\sigma = f\sqrt{r},\ r>>1, \qquad \sigma = f\,r,\ r<<1\ . \qquad (19)$$

Для первой асимптотики (19) характерное время развития неустойчивости $\tau = 1/\sigma$ много меньше периода вращения системы, для второй – много больше. Полагая в (19) $\sigma = i\omega$, получим, что в устойчивом случае (циклонический скачок $U_0 < 0$) поверхность раздела совершает незатухающие колебания с частотой

$$\omega = \left(f/\sqrt{2}\right)\sqrt{\sqrt{1+\left(2mU_0/f\right)^2}+1}\,.$$

превосходящей инерционную частоту f.

В общем случае пространственных возмущений уравнение (10) сводится к уравнениям $\varphi'' - \lambda_2^2\,\varphi = 0,\ y > 0,\ \ \varphi'' - \lambda_1^2\,\varphi = 0,\ \ y < 0$. Отсюда

$$\varphi = a\exp(-\lambda_2 y),\ y > 0,\quad \varphi = b\exp(\lambda_1 y),\quad y < 0\,,\quad \lambda_{1,2}^2 = m^2 + k^2 - \frac{f^2 m^2}{k^2\left(U_0 \pm c\right)^2},$$

где a, b – произвольные постоянные. Подстановка в краевые условия (12) дает систему линейных однородных уравнений

$$\frac{a}{U_0 - c} = -\frac{b}{U_0 + c},\qquad a\left(\left(U_0 - c\right)\lambda_2 + \frac{f\beta U_0}{U_0 - c}\right) = b\left(\left(U_0 + c\right)\lambda_1 + \frac{f\beta U_0}{U_0 + c}\right).$$

где обозначено $\beta = m^2 / k^2$. Исключение постоянных a, b из этой системы приводит к алгебраическому уравнению

$$\left(U_0 - c\right)^2\sqrt{m^2 + k^2 - \frac{f^2\beta}{\left(U_0 - c\right)^2}} + \left(U_0 + c\right)^2\sqrt{m^2 + k^2 - \frac{f^2\beta}{\left(U_0 + c\right)^2}} = -2f\beta U_0\ , \quad (20)$$

для нахождения комплексной фазовой скорости c.

При $f = 0$ (20) сводится к уравнению $(U_0 - c)^2 + (U_0 + c)^2 = 0$ с классическим решением $c = \pm iU_0$ для неустойчивости Кельвина–Гельмгольца (*Дикий, 1976*). Соответствующий инкремент нарастания $\sigma = kc_i = kU_0$ неограниченно растет с ростом k. При $f \neq 0$ явные выражения для c записать не удается, однако легко найти кривую нейтральной устойчивости, полагая в (20) $c = 0$:

$$\sqrt{m^2 + k^2 - \frac{f^2 m^2}{k^2 U_0^2}} = -\frac{fm}{k^2 U_0}. \quad (21)$$

Как видно, при $U_0 > 0$ (антициклонический скачок) нейтральной кривой нет – неустойчивость существует всегда. В то же время при $U_0 < 0$ (циклонический скачок) после возведения (21) в квадрат найдем нейтральную кривую (параболу)

$$m = f^{-1}\left|U_0\right|k^2\,. \quad (22)$$

на плоскости волновых чисел m, k. Возмущения, лежащие внутри этой параболы устойчивы, вне ее – неустойчивы. Существование нейтральной кривой при циклоническом скачке скорости есть проявление эффекта циклон–антициклонной асимметрии для пространственных возмущений.

Из уравнения (20) следуют асимптотические выражения для фазовой скорости c коротких и длинных волн. При $k \to \infty$ (короткие волны) в подкоренных выражениях (20) можно пренебречь слагаемыми, содержащими U_0. При этом (20) сводится к уравнению

$$\sqrt{m^2 + k^2}\left(\left(U_0 - c\right)^2 + \left(U_0 + c\right)^2\right) = -2fm^2 U_0 / k^2\ ,$$

откуда

$$c^2 = -\frac{fm^2 U_0}{\sqrt{m^2 + k^2}\, k^2} - U_0^2 , \qquad k \to \infty .$$

Как видно, при антициклоническом скачке $U_0 > 0$ всегда $c^2 < 0$, т.е. имеет место неустойчивость с инкрементом нарастания

$$\sigma = kc_i = \sqrt{\frac{fm^2}{\sqrt{m^2 + k^2}} U_0 + U_0^2 k^2} , \qquad k \to \infty \tag{23}$$

При циклоническом скачке неустойчивость развивается, если $|U_0|$ превосходит некоторое пороговое значение. Согласно (23), для коротких волн учет вращения приводит к увеличению инкремента $\sigma = U_0 k$ неустойчивости Кельвина–Гельмгольца в случае $U_0 > 0$ и к уменьшению в случае $U_0 < 0$.

Для антициклонического скачка из (20) можно получить также две асимптотики инкремента в длинноволновом пределе $k \to 0$ и различных значениях параметра r

$$\sigma = \sqrt{mfU_0 + U_0^2 k^2}, \quad r = mU_0 / f >> 1,$$
$$\sigma = \frac{1}{2}\left(mU_0 + \sqrt{(mU_0)^2 + 4k^2 U_0^2}\right), \quad r << 1. \tag{24}$$

Данные асимптотики сводятся к (19) при $k = 0$. Непосредственно из асимптотик (19), (24) следует, что пространственные возмущения с $k \neq 0$, приводящие к продольным модуляциям поверхности разрыва, всегда нарастают быстрее, чем симметричные возмущения.

В рассмотренной задаче об устойчивости тангенциальных разрывов следует иметь в виду следующее обстоятельство. Как известно, учет вязкости или конечной ширины поверхности разрыва приводит к подавлению коротковолновых возмущений. При этом неустойчивость развивается в некотором ограниченном диапазоне волновых чисел $0 < k < k_*$. С учетом существования нейтральной кривой (22), в случае циклонического скачка и фиксированного вертикального волнового числа m неустойчивы возмущения с $k > k_1 = \sqrt{mf / |U_0|}$. Если $k_1 > k_*$ неустойчивость циклонического скачка скорости будет полностью подавлена, и, в реальных условиях, неустойчивым будет только антициклонический скачок.

Течение с постоянным горизонтальным сдвигом.

Рассмотрим теперь гладкое течение с постоянным горизонтальным сдвигом

$$U(y) = \Lambda y, \tag{25}$$

с параметром $\mathrm{R} = \Lambda / f = \mathrm{const}$. Характеристики устойчивости этого течения существенно зависят от того, рассматривается ли оно в неограниченной области или в ограниченном канале $-l < y < l$.

В случае неограниченного течения уравнение (5) для симметричных возмущений имеет решения $\mathrm{v} = \exp(\sigma t)\cos(ly)\cos(mz)$, $m = \pi n / H$ с инкрементом нарастания $\sigma^2 = f^2(R - 1) / (1 + a^2)$, $a^2 = (l/m)^2$. Таким образом, относительно симметричных возмущений сдвиговый поток неустойчив, если $\mathrm{R} > 1$, и устойчив, если $\mathrm{R} < 1$.

В неограниченной области общее уравнение для пространственных возмущений

$$\frac{D^2}{Dt^2}\Delta \mathrm{v} + f^2(1 - \mathrm{R})\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial z^2} = 0, \tag{26}$$

имеет решения в форме так называемых немодальных волн v = v(t)cos(kx+(l – Λkt)y)cos(mz). Для амплитудной функции v(t) из (26) следует обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2}{dt^2}\left[k^2 + m^2 + (l - \Lambda kt)^2\right]\mathrm{v}(t) + f^2(1-\mathrm{R})m^2\mathrm{v}(t) = 0, \tag{27}$$

которое, на больших временах $t \to \infty$, сводится к уравнению

$$\frac{d^2}{dt^2}t^2\mathrm{v}(t) + J\mathrm{v}(t) = 0,\ J = \frac{1-\mathrm{R}}{\mathrm{R}^2}\frac{m^2}{k^2}. \tag{28}$$

Решение (28) записывается в виде

$$\mathrm{v}(t) = C_1 t^{\zeta_1} + C_2 t^{\zeta_2},\quad \zeta_{1,2} = \left(-3 \pm \sqrt{1-4J}\right)/2, \tag{29}$$

где $\zeta_{1,2}$ – корни уравнения $\zeta^2 + 3\zeta + J + 2 = 0$. Эти корни действительны при $J < 1/4$ и комплексны при $J > 1/4$. Если R < 1 ($J > 0$), действительные части корней ζ_1, ζ_2 отрицательны, и все решения затухают (осциллируя при $J > 1/4$, монотонно при $J < 1/4$). Таким образом, при всех R < 1 имеет место устойчивость независимо от значения J. Этот результат подчеркивает необходимый характер условия (15) – его нарушение не приводит к неустойчивости. Аналогичная ситуация имеет место и для неограниченных течений стратифицированной жидкости (по отношению к критерию Ri < 1/4) (*Дикий, 1976*).

В случае R > 1 ($J < 0$) максимальный из действительных корней ζ_1 положителен при $J < -2$. Амплитуда v(t) при этом растет степенным образом $\mathrm{v}(t) \sim t^{\zeta_1}$. Можно показать (*Калашник*, *2007*), что для решений в форме немодальной волны вертикальная компонента скорости $w(t) \sim t^{\zeta_1+1}$, причем $\zeta_1 + 1 > 0$ для всех R > 1. Таким образом, для этих значений R имеет место неустойчивость и относительно пространственных возмущений. В отличие от симметричных возмущений эта неустойчивость носит более медленный, алгебраический характер.

Устойчивость течения (25) в канале описывается уравнением (10) с краевыми условиями $\varphi(\pm l) = 0$. Для совместного рассмотрения симметричных и пространственных возмущений, в этом уравнении удобно сделать подстановку $c = if\sigma / k$, где σ – безразмерный (нормированный на f) инкремент нарастания. При этом (10) примет вид

$$(kRy - i\sigma)^2\varphi''(y) - \left((R-1)m^2 + (kRy - i\sigma)^2(k^2 + m^2)\right)\varphi = 0. \tag{30}$$

В случае $k = 0$ (симметричные возмущения) из (30) следует простая задача на собственные значения

$$\varphi''(y) + \alpha^2\varphi = 0,\quad \alpha^2 = m^2\left((R-1)\sigma^{-2} - 1\right),\quad \varphi(\pm l) = 0. \tag{31}$$

с решениями (собственными функциями) $\varphi = C \sin \alpha\,(y - l)$, $\alpha = \pi n / 2l$, $n = 1,2,...$ Соответственно, квадрат инкремента нарастания

$$\sigma^2 = (R-1)/\left(1 + a^2\right),\quad a^2 = (\alpha / m)^2. \tag{32}$$

Как и для неограниченного течения, при антициклоническом сдвиге R > 1 имеет место инерционная неустойчивость.

Достаточно простое асимптотическое решение спектральной задачи для пространственных возмущений может быть получено в длинноволновом пределе $k \to 0$. Такое решение позволяет сравнить скорость роста симметричных и пространственных возмущений.

Удерживая в коэффициенте при втором слагаемом (30) главный член разложения по степеням k, получим уравнение

$$(kRy - i\sigma)^2 \varphi''(y) - \left((R-1)m^2 - \sigma^2(k^2+m^2)\right)\varphi = 0, \qquad (33)$$

которое сводится к уравнению Эйлера заменой $s = kRy - i\sigma$. Решение имеет вид

$$\varphi(y) = C_1 s^{r_1} + C_2 s^{r_2}, \qquad r_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{G}{(kR)^2}}. \qquad (34)$$

где $r_{1,2}$ – корни уравнения $r^2 - r - (kR)^{-2} G = 0$ и $G = (R-1)m^2 - \sigma^2(k^2 + m^2)$. Подстановка (34) в краевые условия приводит к уравнению для нахождения инкремента

$$\left(\frac{i\sigma - kRl}{i\sigma + kRl}\right)^{r_1 - r_2} = 1 \qquad (35)$$

В случае вещественных корней $r_{1,2}$, который реализуется при R > 1, подстановка $(i\sigma - kRl)/(i\sigma + kRl) = e^{i\theta}$ приводит (35) к виду $e^{i\theta(r_1 - r_2)} = 1$. Отсюда

$$\theta = \frac{2\pi n}{r_1 - r_2} = \frac{2\pi n kR}{\sqrt{(kR)^2 + 4G}}, \qquad n = \pm 1, \pm 2, ... \qquad (36)$$

и, с учетом (34) и простых тригонометрических преобразований

$$\sigma = \pm kRl / \mathrm{tg}(\theta/2), \; n = 1, 2, ... \qquad (37)$$

В длинноволновом пределе $k \to 0$ из (36) следует $\theta \to 0$. Использование в (37) разложения tg $x \sim x$ с последующим возведением в квадрат окончательно дает асимптотику квадрата инкремента нарастания длинноволновых (продольных) возмущений

$$\sigma^2 = \frac{(R-1) + \kappa^2 (R/2)^2}{1 + a^2 + \kappa^2}, \qquad \kappa = \frac{k}{m} \to 0. \qquad (38)$$

Полученная асимптотика, сводится к (32) при $\kappa = 0$ (случай симметричных возмущений). Важная особенность состоит в том, что σ^2 является возрастающей функцией κ. Действительно, из (38) следует

$$\frac{d\sigma^2}{d\kappa^2} = \frac{(R-2)^2 + R^2 a^2}{4\left(1 + a^2 + \kappa^2\right)^2} > 0.$$

Таким образом, скорость роста длинноволновых пространственных возмущений, приводящих к продольным модуляциям течения, превосходит скорость роста симметричных возмущений. В этом состоит отличие от случая неограниченного течения.

Следует обратить внимание, что, согласно (38), квадрат инкремента $\sigma^2 > 0$ при $(R-1) + \kappa^2 (R/2)^2 > 0$. Последнее неравенство эквивалентно условию (15), которое, таким образом, для рассматриваемого течения в канале дает необходимое и достаточное условие неустойчивости.

Аналогичным образом исследуется случай комплексных корней $r_{1,2}$, который отвечает устойчивости.

Критерии устойчивости вращающихся сдвиговых течений в модели мелкой воды.

В рассмотренной выше модели с твердой верхней крышкой циклон–антициклонная асимметрия проявляется только в присутствии вертикальных движений

(моды с $m \neq 0$). К формированию таких движений может приводить также эффект деформации свободной поверхности. Последний эффект учитывается системой уравнений мелкой воды, описывающей динамику квазидвумерных течений. При наличии фонового вращения система имеет вид (*Pedlosky, 1987*)

$$\partial \boldsymbol{u}/\partial t + (\boldsymbol{u}\nabla)\boldsymbol{u} + f(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{u}) = -g\nabla h, \qquad \partial h/\partial t + \operatorname{div} h\boldsymbol{u} = 0. \tag{39}$$

Здесь $\mathbf{u} = (u, \mathrm{v})$ – вектор горизонтальной скорости, h – глубина жидкости, g – ускорение свободного падения. Из системы (39) следует уравнение переноса потенциальной завихренности

$$\partial q / \partial t + (\boldsymbol{u}\nabla)q = 0, \quad q = f(f + \mathrm{v}_x - u_y)/gh, \tag{40}$$

отражающее сохранение момента количества движения столба жидкости толщины h.

Точное решение системы (39)

$$\boldsymbol{u} = (U(y), 0), \quad h = H(y), \quad fU = -g\partial H/\partial y, \tag{41}$$

описывает геострофическое сдвиговое течение мелкой воды, вызванное деформацией свободной поверхности. Потенциальная завихренность этого течения

$$q = Q = f(f - U'(y))/gH(y). \tag{42}$$

В исследовании устойчивости течения (41) рассматривается линеаризованная система уравнений для возмущений

$$Du/Dt - \Omega\mathrm{v} = -\partial\eta/\partial x, \qquad D\mathrm{v}/Dt + fu = -\partial\eta/\partial y,$$
$$D\eta/Dt + \operatorname{div} H\boldsymbol{u} = 0, \qquad D/Dt = \partial/\partial t + U\partial/\partial x, \tag{43}$$

в области $G = \{-\infty < x < \infty,\ -l \le y \le l\}$. Здесь η – отклонение полной глубины от $H(y)$ и $\Omega = f - U'(y)$ – абсолютная завихренность.

Для симметричных возмущений (не зависящих от координаты x) система (43) сохраняет энергию в форме

$$\frac{\partial E}{\partial t} = 0, \quad E = \frac{1}{2}\int_{-l}^{l}\left(H\mathrm{v}^2 + \frac{f^2}{gQ}u^2 + g\eta^2\right)dy.$$

Отсюда сразу следует, что по отношению к таким возмущениям течение устойчиво, если потенциальная завихренность $Q > 0$. С учетом (42) последнее условие эквивалентно условию (6). Таким образом, как и в модели с твердой крышкой, течения с циклоническим сдвигом всегда симметрично устойчивы. Необходимое условие неустойчивости для течений с антициклоническим сдвигом сводится к условию (7).

Исследование устойчивости по отношению к общим возмущениям проводится в рамках асимптотического подхода (*Калашник, 2000*), развитого для течений стратифицированной жидкости. Применение оператора D/Dt к первым двум уравнениям (43) дает

$$\frac{D^2u}{Dt^2} + f\Omega u + g\Omega\frac{\partial\eta}{\partial y} + g\frac{D}{Dt}\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right) = 0, \quad \frac{D^2\mathrm{v}}{Dt^2} + f\Omega\mathrm{v} - gf\frac{\partial\eta}{\partial x} + g\frac{D}{Dt}\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right) = 0. \tag{44}$$

Уравнения (44) упрощаются, если ограничиться рассмотрением низкочастотных и длинноволновых возмущений, для которых $D^2u/dt^2 << f\Omega u$ (аналогично для v). При этом из (44) асимптотически следует

$$u = -\frac{g}{f}\frac{\partial\eta}{\partial y} - \frac{g}{f\Omega}\frac{D}{Dt}\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right), \quad \mathrm{v} = \frac{g}{\Omega}\frac{\partial\eta}{\partial x} - \frac{g}{f\Omega}\frac{D}{Dt}\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right). \tag{45}$$

Подстановка (45) в уравнение неразрывности (43) приводит к одному уравнению

$$\frac{D}{Dt}\left(\mathrm{div}\left(\frac{1}{Q}\nabla\eta\right)-\eta\right)+\frac{f}{Q^2}\frac{dQ}{dy}\frac{\partial\eta}{\partial x}=0. \qquad (46)$$

относительно отклонения полной глубины.

Важно подчеркнуть, что при выводе уравнения (46) накладываются ограничения только на параметры возмущения, а не на фоновое течение. Этим оно отличается от классического (линеаризованного) уравнения Обухова – Чарни квазигеострофической теории (*Pedlosky, 1987*)

$$\frac{D}{Dt}\left(\Delta\eta-\frac{1}{L_R^2}\eta\right)+\frac{dQ_g}{dy}\frac{\partial\eta}{\partial x}=0. \qquad (47)$$

где $L_R=\sqrt{gD}/f$ – радиус деформации Россби – Обухова, D – постоянная средняя глубина, $\eta_*(y) = H(y) - D$, $Q_g = -U'(y) - f\eta_*(y) / D$. Уравнение (47) можно получить из (46) с использованием допущений $R(y) = U'(y) / f << 1$, $\eta_*(y) / D << 1$. При этом асимптотически $Q \sim Q_0(1 - R(y) - \eta(y) / D)$, $Q_0 = 1/ L^2_R$. Замена в первом слагаемом (46) Q на постоянное значение Q_0 приводит к уравнению (47).

Согласно (46), устойчивость сдвиговых течений зависит не только от градиента потенциальной завихренности (как в квазигеострофической теории), но и от значения Q, т.е. от величины и знака сдвига. При исследовании устойчивости конкретных течений, эта зависимость будет приводить к эффекту циклон–антициклонной асимметрии. Аналогично (*Калашник, 2000*), в рамках уравнения (46) можно сформулировать некоторые общие достаточные условия устойчивости. Для этого используется вытекающий из (46) квадратичный закон сохранения $\partial I / \partial t = 0$,

$$I=\iint\limits_G\left(\frac{1}{Q}(\nabla\eta)^2+\eta^2-\frac{U-K}{F}\left(\mathrm{div}\frac{1}{Q}\nabla\eta-\eta\right)^2\right)dxdy-\frac{U-K}{fQ}\left\langle(\frac{\partial\eta}{\partial y})^2\right\rangle\Bigg|_{-l}^{l}=0. \qquad (48)$$

Здесь $F = fQ^{-2} dQ / dy$, K – произвольная константа, угловые скобки означают осреднение по горизонтальной координате x. Закон сохранения (48) есть следствие уравнений баланса энергии и потенциальной завихренности для возмущений. Непосредственно из (48) следует **Утверждение:**

Относительно низкочастотных длинноволновых возмущений течение устойчиво, если а) $Q > 0$, б) существует константа K, такая, что

$$f(U-K)\frac{dQ}{dy}<0,\quad \left.\frac{U-K}{fQ}\right|_{y=-l}>0,\quad \left.\frac{U-K}{fQ}\right|_{y=l}<0 \qquad (49)$$

Сформулированное утверждение есть аналог известной теоремы Куо (*Дикий, 1976*; *Pedlosky, 1987*) квазигеострофической теории, требующей, в частности, монотонности распределения потенциальной завихренности для устойчивости. К этому условию теперь добавляется условие $Q > 0$, ответственное за проявление эффекта циклон–антициклонной асимметрии.

Лабораторный эксперимент.

Теоретический анализ, не учитывающий ряд важных физических факторов (вязкость, придонное трение, сложную геометрию), дает крайне идеализированное описание эффекта циклон – антициклонной асимметрии. Для ответа на вопрос о возможности наблюдения эффекта в реальных условиях была проведена серия лабораторных экспериментов во вращающемся кольцевом канале (*Калашник и др., 2016*).

Течение в канале создавалось магнитогидродинамическим способом (*Довженко и др., 1981, Гледзер и др., 2013*). Основу лабораторной установки составляли постоянные магниты цилиндрической формы: диаметром 1.5 см и высотой 1 см. Характерное значение магнитной индукции каждого магнита B_0 = 0,358 Тл. Из магнитов были выложены четыре концентрические окружности диаметрами D_1 = 11.5 см, D_2 = 16.5 см, D_3 = 27.5 см и D_4 = 33.5 см. В кольцах с диаметрами D_1 и D_2 магниты были направлены вверх положительным полюсом, в кольцах с диаметрами D_3 и D_4 – отрицательным полюсом. Сверху на кольца магнитов помещалась круглая кювета с кольцевыми электродами Соответствующий кольцевой канал между электродами (с внутренним и внешним радиусами R_1 = 5 см, R_2 = 18 см) заполнялся 10% раствором медного купороса (ρ = 1,07 г/см^3, $\nu = 1{,}2\cdot10^{-2}$ см^2/с). Через слой электролита толщиной H = 0.5 см в радиальном направлении пропускался постоянный электрический ток. При этом, в силу того что каждое кольцо состоит из магнитов с одинаковым направлением полярности, два внутренних кольца магнитов создавали течение в одном направлении, два внешних кольца магнитов – в противоположном. В результате в кольцевом канале формировалось сдвиговое течение с тангенциальной скоростью v(r) и завихренностью $\xi = r^{-1}\, d(r\mathrm{v}) / dr$. Вся установка располагалась на вращающейся с постоянной угловой скоростью Ω платформе, которая позволяла учитывать воздействие силы Кориолиса на возбуждаемое течение. Визуализация поля скорости и его двумерных возмущений проводилась PIV методом (particle image velosimetry).

Простым изменением полярности магнитов в канале можно было создавать течения с циклонической ($\xi > 0$) и антициклонической ($\xi < 0$) завихренностью. В условиях экспериментов, проводимых при различных значениях Ω, проверялось выполнение необходимого условия инерционной неустойчивости (8). Для

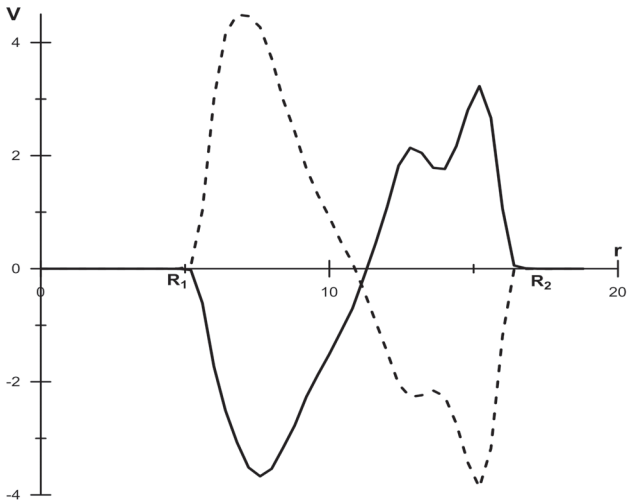


Рис. 1. Радиальный профиль скорости при двух противоположных значениях полярности системы магнитов

течений с положительной абсолютной угловой скоростью $\Omega + v/r$, которые всегда наблюдались в экспериментах, оно сводится к условию

$$2\Omega + \xi < 0, \tag{50}$$

аналогичному условию (7) для плоских течений.

Характерные примеры распределений $v(r)$ для двух противоположных значений полярности, полученные осреднением по угловой координате, представлены на рис. 1. В соответствующих распределениях можно выделить выраженную область сдвига, расположенную между радиусами $r_1 = 7$ см, $r_2 = 15$ см. Распределение скорости в этой области аппроксимируется выражением

$$v(r) = \pm\xi_*(r - r_*), \quad r_* = \frac{1}{2}(r_1 + r_2). \tag{51}$$

где в условиях экспериментов $\xi_* = 1 \div 2\text{c}^{-1}$ (узкий немонотонный участок зависимости у периферии, видимо, обусловлен конфигурацией магнитов). На границах сдвиговой области скорость принимает значения $v = \pm 0.5\xi_*(r_2 - r_1)$. Для течения (51), аналогичного плоскому течению с постоянным горизонтальным сдвигом, относительная завихренность $\xi = \pm\xi_*(2 - r_*/r)$, $r_1 < r < r_2$. Знак плюс отвечает циклонической завихренности, знак минус – антициклонической. При указанных значениях параметров $r_{1.2}$, ξ_* максимальное значение модуля завихренности (достигаемое при $r = r_1$) составляет $|\xi|_{\max} = 1.28\xi_*$.

На рис. 2 показана визуализация двумерного поля скорости, полученная с использованием PIV-методики, для четырех значений удвоенной угловой скорости вращения установки 2Ω = 1.41, 1.65, 1.99, 2.73 c^{-1} (периоды вращения T = 8.9, 7.6, 6.3, 4.6 с).

Левое поле фигуры отвечает течениям с антициклонической завихренностью, для которых при ξ_* = 1.6 и первых трех значениях 2Ω выполнено условие (50) (определяемое по максимуму завихренности). Как видно, в этих случаях имеет место неустойчивость течений, приводящая к формированию системы вихрей по периметру сосуда. Эти вихри наблюдались и визуально. Для последнего значения $2\Omega = 2.73\ \text{c}^{-1}$ (быстрое вращение) условие (50) нарушено и ярко выраженная вихревая структура отсутствует.

Правая колонка фигуры отвечает течениям с циклонической завихренностью, для которых $2\Omega + \xi > 0$ при любых положительных значениях угловой скорости (в сдвиговой области). В этих случаях отсутствуют всякие признаки формирования неустойчивости. Таким образом, в условиях экспериментов наблюдается циклон – антициклонная асимметрия, связанная с зависимостью устойчивости от величины и знака относительной завихренности (фактически – от ориентации сдвига). Наблюдаемый вихревой характер возмущений поля скорости говорит о том, что неустойчивость развивается благодаря нарастанию неосесимметричных (пространственных) возмущений. Скорость роста этих возмущений превосходит скорость роста осесимметричных возмущений. Этот факт согласуется с теоретическим анализом раздела 5 (для плоских течений).

Следует отметить, что в выполненных экспериментах горизонтальный масштаб вихрей L и ширина сдвиговой области $d = r_2 - r_1$ превосходили глубину слоя H и радиус деформации Россби $L_R = \sqrt{gH}/2\Omega$. Это отвечает режиму квазидвумерных движений мелкой воды с преобладающим вкладом деформации

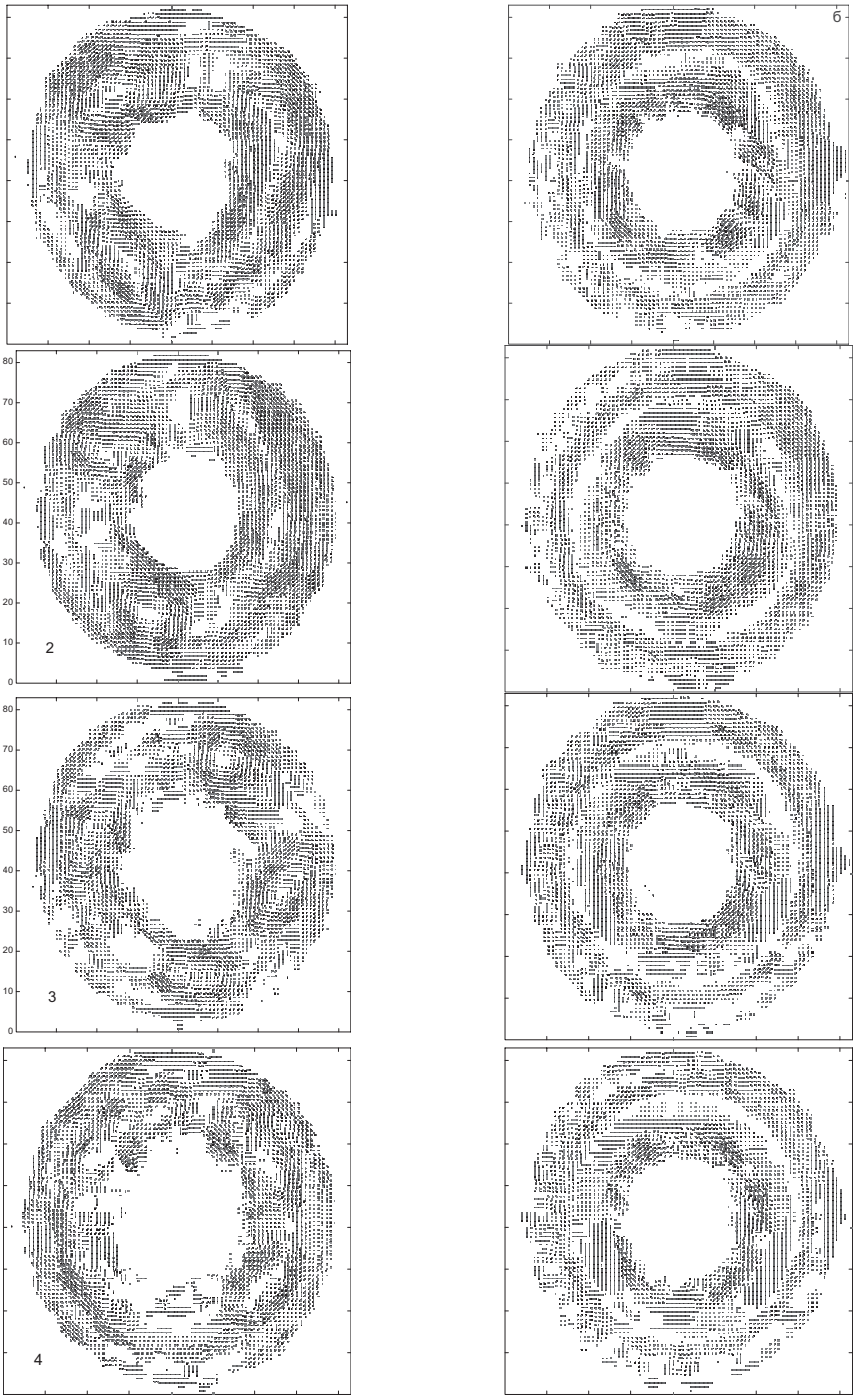


Рис. 2. Двумерное поле скорости для четырех значений удвоенной угловой скорости вращения установки $2\Omega = 1.41, 1.65, 1.99, 2.73$ с$^{-1}$(сверху вниз)

свободной поверхности. Данный режим, с близкой к описанной неустойчивостью, реализовывался и в известных экспериментах (*Незлин и Снежкин, 1990*) во вращающемся параболоиде. Результаты экспериментов на глубокой воде ($d = 6$ см, $H = 3 \div 6$ см), с созданием сдвигового течения в кольцевом зазоре между вращающимися дисками, опубликованы в недавней работе (*Елкин и Зацепин, 2014*). В этих экспериментах также обнаружена принципиальная зависимость характеристик устойчивости от величины и ориентации сдвига.

2.5.5.2. Нелинейное затухание квазидвумерных вихревых течений

В гидродинамике вращающихся геофизических течений и их лабораторных аналогов важную роль играют экмановские пограничные слои, формирующиеся вблизи твердых горизонтальных границ (*Гринспен, 1975*). Медленная поперечная циркуляция, возбуждаемая в этих слоях, приводит к перераспределению углового момента жидкости и, в конечном счете, к затуханию течений. Для описания затухания квазидвумерных вихревых течений (с малыми значениями числа Россби) традиционно используется квазигеострофический вариант уравнения переноса завихренности. В этом уравнении поле скорости считается геострофическим, а влияние придонного экмановского трения описывается линейным слагаемым, пропорциональным вихрю поля скорости (*Педлоски, 1984*). Обобщенное уравнение эволюции завихренности, учитывающее поправки к основному геострофическому полю скорости за счет горизонтальной адвекции в погранслое, было независимо сформулировано в работах (*Аристов, 1990; Козлов и Гурулев, 1992; Sanson and van Heijst, 2000*). На основе численных решений этого уравнения (*Sanson, 2001*) были изучены проявления **эффекта циклон-антициклонной асимметрии** – наблюдаемого в лабораторных условиях более быстрого затухания циклонических вихрей по сравнению с антициклоническими. В данном разделе, следуя работе (*Калашник и Чхетиани, 2014*), приводится простое аналитическое описание этого эффекта на примере задачи о затухании вихревого пятна и пространственно периодической вихревой решетки. Последняя задача инициирована лабораторными экспериментами (*Кострыкин и др., 2012*) по возбуждению вихревых решеток во вращающемся бассейне МГД – методом. Показано, что в процессе затухания решетки происходит сжатие антициклонических вихрей и расширение циклонических. Для осесимметричных течений приведены примеры точных решений, описывающих, в частности, коллапсирование ядра вихря с антициклонической завихренностью. Обсуждается вопрос о влиянии экмановского трения на взаимодействие сингулярных вихрстоков.

Обобщенное уравнение завихренности.

Соответствующее уравнение описывает эволюцию завихренности $\omega = \mathrm{v}_x - u_y$ квазидвумерного поля горизонтальной скорости $\mathbf{u} = (u, \mathrm{v})$ вне придонного пограничного слоя. Предложенный в работе (*Sanson and van Heijst, 2000*) эвристический вывод уравнения основывается на использовании кинематического соотношения

$$H(u_x + \mathrm{v}_y) = 0.5\, \delta_E\, (\mathrm{v}_x - u_y),$$

представляющего собой проинтегрированную по толщине слоя H форму уравнения неразрывности с учетом классической формулы для вертикальной скоро-

сти экмановской накачки $w_E = 0.5\ \delta_E\, \omega$. Здесь $\delta_E = \sqrt{2\nu / f}$ – толщина слоя Экмана, ν – коэффициент кинематической вязкости, f – параметр Кориолиса. Определяя число Экмана $E = (\delta_E / H)^2$ и переписывая указанное соотношение в дивергентном виде, можно ввести функцию тока

$$u - 0.5\ E^{1/2}\ \mathrm{v} = \psi_y\,, \qquad \mathrm{v} + 0.5\ E^{1/2}\ u = -\psi_x.$$

При условии $E << 1$ отсюда асимптотически следует

$$u = \psi_y - 0.5\ E^{1/2}\ \psi_x\,, \qquad \mathrm{v} = -\psi_x - 0.5\ E^{1/2}\ \psi_y. \tag{1}$$

Для поля скорости (1) $\omega = -\Delta\psi$, дивергенция $d = u_x + \mathrm{v}_y = -0.5E^{1/2}\,\Delta\psi$, где Δ – оператор Лапласа. Подстановка выражений (1) в уравнение вихря для квазидвумерных течений

$$\omega_t + u\omega_x + \mathrm{v}\omega_y = -0.5E^{1/2}\,\omega(\omega + f), \tag{2}$$

окончательно дает обобщенное уравнение эволюции завихренности

$$\omega_t + J(\omega, \psi) + 0.5E^{1/2}\,f\omega + 0.5E^{1/2}\,(\omega^2 - \nabla\,\omega\nabla\psi) = 0, \tag{3}$$

где $J(\omega,\ \psi)$ – двумерный якобиан. От своего квазигеострофического варианта уравнение (3) отличается последним слагаемым, описывающим нелинейное влияние придонного трения на эволюцию поля завихренности. Именно это слагаемое, которое можно также представить в дивергентной форме $-0.5E^{1/2}\,\nabla(\omega\nabla\psi)$, приводит к появлению обсуждаемых ниже эффектов.

Существенно более громоздкий вывод уравнения (2), использующий специально разработанную технику вертикального осреднения уравнений гидродинамики, был представлен в пионерской работе (*Аристов, 1990*). Этот вывод содержал арифметическую ошибку в знаке, исправленную в упомянутой статье (*Козлов и Гурулев, 1992*)

Принимая в качестве масштаба скорости U, горизонтального масштаба L, а в качестве масштаба времени экмановский масштаб $T_E = 2\ /\ fE^{1/2}$, уравнение (3) можно записать в безразмерной форме

$$\omega_t + \alpha\, J\,(\omega, \psi) + \omega + \varepsilon\,(\omega^2 - \nabla\,\omega\nabla\,\psi) = 0, \tag{4}$$

где $\varepsilon = U\ /\ fL$ – число Россби, $\alpha = 2\varepsilon E^{-1/2}$. Для корректного описания динамики требуется выполнение условия $\varepsilon << 1$. Входящий в (4) параметр α можно представить в виде отношения $\alpha = T_E / T_A$, где $T_A = L\ /\ U$ – адвективный временной масштаб. В различных ситуациях этот параметр может принимать как малые, так и большие значения.

Отметим, что экмановский временной масштаб можно также представить в виде

$$T_E = 2H / f\delta_E = H\delta_E / \nu.$$

Из второго равенства следует, что масштаб T_E получается из обычного диффузионного масштаба H^2 / ν заменой H^2 на $H\delta_E$. Первое равенство показывает, что при $H >> \delta_E$ масштаб T_E много больше периода вращения системы (за этот период формируется стационарный экмановский пограничный слой).

Затухание вихревого пятна.

Очень простое и наглядное описание эффекта циклон-антициклонной асимметрии можно получить, рассматривая задачу о затухании вихревого пятна – односвязной области $D(0)$ такой, что $\omega = \omega(0)$, $\mathbf{x} \in D(0)$, $\omega = 0$, $\mathbf{x} \notin D(0)$. Из адвективной формы уравнения завихренности (2), следует сохранение свойства однородности, т.е. $\omega = \omega(t)$, $\mathbf{x} \in D(t)$, $\omega = 0$, $\mathbf{x} \notin D(t)$. Обозначим через $S(t)$ площадь области $D(t)$ и найдем законы изменения со временем $\omega(t)$, $S(t)$.

Для однородного распределения завихренности $\omega = \omega(t)$, из (3) следует нелинейное уравнение

$$d\omega / dt + 0.5E^{1/2}\,\omega(\omega + f) = 0. \tag{5}$$

Интегрирование (5) дает

$$\omega(t) = \frac{\omega(0)e^{-t/T_E}}{1 + f^{-1}\omega(0)\left(1 - e^{-t/T_E}\right)}, \tag{6}$$

Непосредственно из (6) следует, что завихренность циклонического пятна ($\omega(0) > 0$) затухает быстрее, чем антициклонического ($\omega(0) < 0$, рис. 1).

Для нахождения $S(t)$ используем вытекающий из уравнения (3) закон изменения интегральной завихренности $\Omega(t) = \iint \omega\, dxdy$. Интегрируя (3) по пространству с учетом тождества $\iint \nabla\psi\nabla\omega\, dxdy = \iint \omega^2\, dxdy$, для $\Omega(t)$ получим уравнение $T_E\, d\Omega / dt = -\Omega$. Отсюда

$$\Omega(t) = \Omega(0)e^{-t/T_E}, \tag{7}$$

где $\Omega(0)$ – завихренность в начальный момент времени. Таким образом, как и в квазигеострофической модели, $\Omega(t)$ затухает на экмановском временном масштабе.

Для интегральной завихренности вихревого пятна $\Omega(t) = \omega(t)S(t)$ соотношение (7) принимает вид $\omega(t)S(t) = \omega(0)S(0)e^{-t/T_E}$. С учетом выражения (6) отсюда получим закон изменения со временем площади пятна

$$S(t) = \left(1 + f^{-1}\omega(0)(1 - e^{-t/T_E})\right)S(0), \tag{8}$$

или, в безразмерной форме, $S(t) = (1 + \varepsilon\omega(0)(1 - e^{-t}))\, S(0)$. Согласно (8), в процессе затухания площадь циклонического пятна растет (вихрь расширяется), антициклонического – убывает (вихрь сжимается). В этом состоит еще одно важное

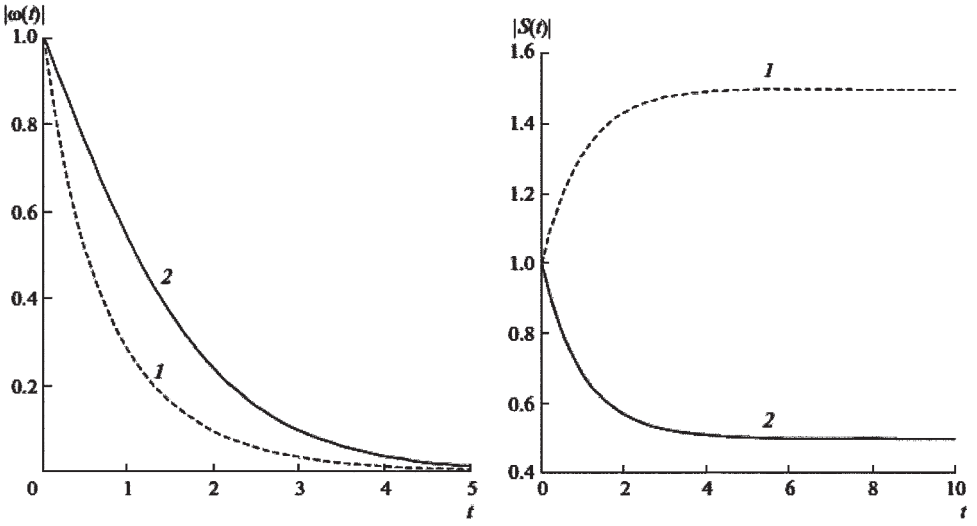


Рис. 1. Зависимости от времени $|\omega(t)|$, $S(t)$ при $\varepsilon = 0.5$ для циклонического пятна ($\omega(0) = 1$, кривая 1) и антициклонического пятна ($\omega(0) = -1$, кривая 2)

проявление эффекта циклон – антициклонной асимметрии (рис. 1). Предельное при $t \to \infty$ значение площади составляет $S(\infty) = (1 + f^{-1}\,\omega(0))\,S(0)$.

Отметим, что для интенсивных антициклонических пятен, удовлетворяющих условию $f^{-1}\,\omega(0) < -1$ за конечное время

$$t_c = T_E \ln\left(\frac{f^{-1}\omega(0)}{1 + f^{-1}\omega(0)}\right),$$

пятно стягивается в точку – происходит коллапс вихря. При этом завихренность $\omega(t) \to \infty$ (формируется сингулярный вихрь). Этот эффект, однако, имеет место для значений $\varepsilon = O(1)$, когда формально теория неприменима.

Перечисленные особенности динамики вихревых пятен не ухватываются квазигеострофической теорией, где всегда $S(t) = S(0)$ (площадь сохраняется) и $\omega(t) = \omega(0)e^{-t/T_E}$ (обычное экмановское затухание).

Затухание вихревой решетки.

Рассмотрим для уравнения (4) задачу с начальным условием $t = 0$: $\psi = \varepsilon\psi_0(x, y)$, где $\psi_0 = \cos x \cos y$. Соответствующее начальное распределение завихренности $\omega = \varepsilon\omega_0(x, y) = 2\varepsilon\psi_0(x, y)$ описывает периодическую вихревую решетку с периодом 2π и амплитудой 2ε. Полагая $\alpha = O(1)$, ищем решение задачи в форме прямого асимптотического разложения

$$\omega = \varepsilon\omega^{(1)} + \varepsilon^2\,\omega^{(2)} + \varepsilon^3\,\omega^{(3)} + \ldots, \qquad (9)$$

(аналогично для функции тока ψ).

Подстановка (9) в (4), для функций первого приближения дает задачу: $\omega_t^{(1)} + \omega^{(1)} = 0$, $t = 0$: $\omega^{(1)} = \omega_0(x, y)$, $\psi^{(1)} = \psi_0(x, y)$. Отсюда

$$\omega^{(1)} = \omega_0(x, y)e^{-t}, \quad \psi^{(1)} = \psi_0(x, y)e^{-t}. \qquad (10)$$

Функции второго приближения удовлетворяют уравнению

$$\omega_t^{(2)} + J(\omega^{(1)}, \psi^{(1)}) + \omega^{(2)} = 0,$$

с условием $t = 0$: $\omega^{(2)} = \psi^{(2)} = 0$. Поскольку для данных начальных распределений якобиан $J(\omega_0, \psi_0) = 0$, получим $\omega^{(2)} = \psi^{(2)} = 0$.

В третьем порядке теории возмущений возникает неоднородное уравнение

$$\omega_t^{(3)} + \omega^{(3)} = \nabla\omega^{(1)}\nabla\psi^{(1)} - (\omega^{(1)})^2, \qquad (11)$$

с условием $t = 0$: $\omega^{(3)} = \psi^{(3)} = 0$. Используя (10), получим

$$\omega^{(3)} = (e^{-t} - e^{-2t})(\nabla\,\omega_0\,\nabla\psi_0 - (\omega_0)^2). \qquad (12)$$

С учетом (9), (12) асимптотическое решение для завихренности можно записать в виде

$$\omega = 2\varepsilon e^{-t}\left(\cos x \cos y + \varepsilon^2(1 - e^{-t})(\cos^2 y + \cos^2 x - 4\cos^2 x \cos^2 y)\right). \qquad (13)$$

Функция в круглых скобках (13) описывает пространственную структуру вихревой решетки. На рис. 2 представлены теневые картины изолиний этой функции при $t = 0$ и $t = \infty$. Для наглядности рисунка выбрано значение $\varepsilon = 0.5$. Отчетливо видно, что в процессе затухания вихревой решетки происходит расширение циклонических вихрей и сжатие антициклонических. Этот эффект полностью отсутствует в квазигеострофической модели. Точное решение квазигеострофического уравнения $\omega = \varepsilon e^{-t}\omega_0(x, y)$ (якобиан обращается в ноль) описывает простое экспоненциальное затухание вихревой решетки без изменения ее формы. Подчеркнем, что решение (13) справедливо при $\alpha = O(1)$, т.е. в ситуации, когда экмановский и адвективный временные масштабы сопоставимы.

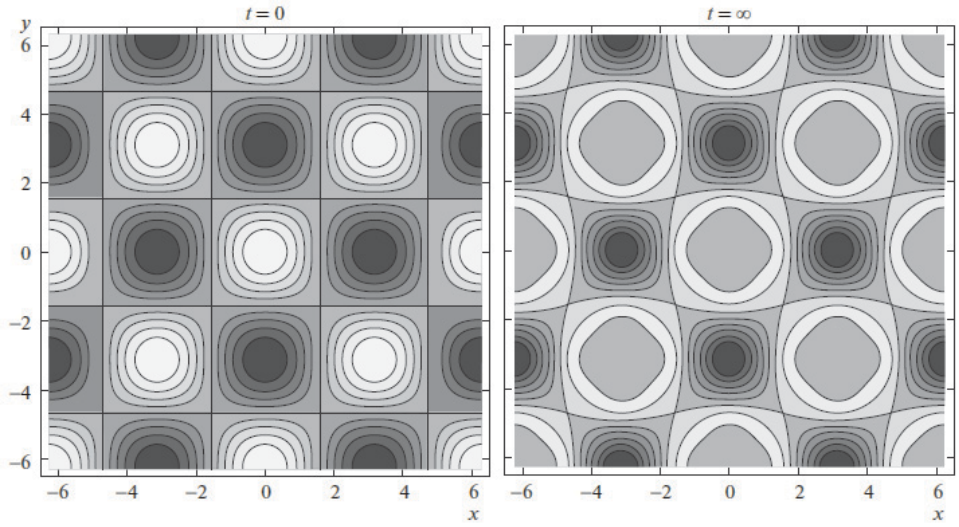


Рис. 2. Пространственная структура вихревой решетки при $t = 0$ (верх) и $t = \infty$ (низ) для $\varepsilon = 0.5$

Стационарная вихревая решетка, возбуждаемая пространственно периодической силой.

В лабораторных экспериментах с проводящей вращающейся жидкостью (*Кострыкин и др., 2011, 2012*) стационарная решетка создавалась системой магнитов с шахматным изменением полярности. Такое воздействие можно смоделировать, задавая в правой части уравнения (4) пространственно периодическую силу $F(x, y)$. Если амплитуда воздействия мала $F(x, y) = \varepsilon\, a \cos x \cos y$ и $\alpha = O(1)$, асимптотическое решение стационарного варианта (4) можно представить в форме, аналогичной (13)

$$\omega(x,y) = \varepsilon\left(\omega_0 + 0.5\varepsilon^2\left(|\nabla\omega_0|^2 - 2\omega_0^2\right)\right), \qquad \omega_0(x,y) = a\cos x\cos y. \tag{14}$$

Картина изолиний поля $\omega(x, y)$ (14) качественно подобна картине, представленной на рис. 2 (для $t = \infty$). Таким образом, при данных значениях параметров стационарная периодическая сила, генерирует асимметричную решетку с расширенными циклоническими и сжатыми антициклоническими вихрями.

Достаточно простое асимптотическое решение стационарного уравнения можно также построить при $\alpha = \varepsilon$ и достаточно интенсивной внешней силе $F(x, y) = a \cos x \cos y$. Его можно записать в виде

$$\omega = \omega^{(0)} + \varepsilon\omega^{(1)} + \varepsilon^2\omega^{(2)},$$

где $\omega^{(0)} = \omega_0 = a\cos x\cos y$, $\qquad \omega^{(1)} = 0.5\left(|\nabla\omega_0|^2 - 2\omega_0^2\right)$,

$$\omega^{(2)} = \nabla(\omega_0\nabla\psi^{(1)} + 0.5\omega^{(1)}\nabla\omega_0) - J(\omega_0, \psi^{(1)} - 0.5\omega^{(1)}), \quad \Delta\psi^{(1)} = -\omega^{(1)}.$$

Как показывают расчеты, учет адвективной поправки $\varepsilon^2\omega^{(2)}$ приводит (наряду с расширением и сжатием) к систематическому повороту всей решетки как целого.

Затухание осесимметричных вихрей.

С учетом (1) для осесимметричных движений тангенциальная v, радиальная u компоненты скорости и завихренность определяются выражениями: $v = -\psi_r$, $u =$

$0.5E^{1/2}\,\mathrm{v}$, $\omega = r^{-1}(r\mathrm{v})_r$. Отсюда следует, что в осесимметричном вихре частицы движутся по спиралям $r = r_0 \exp(0.5E^{1/2}(\theta - \theta_0))$, где θ – полярный угол. Спиральный характер течения обусловлен исключительно экмановским трением, создающим приток массы к центру для антициклонических вихрей и отток – для циклонических. Интегрируя по радиусу осесимметричный вариант уравнения (4) (далее переменные безразмерны), его можно свести к уравнению относительно тангенциальной скорости

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t} + \mathrm{v} + \varepsilon \frac{\mathrm{v}}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{v}) = 0. \qquad (15)$$

Делая в (15) замену переменной $s = r^2$ и обозначая $\Gamma = r\mathrm{v}$ (угловой момент или циркуляция), получим нелинейное уравнение адвекции с постоянными коэффициентами

$$\Gamma_t + \Gamma + 2\varepsilon\Gamma\Gamma_s = 0, \qquad (16)$$

которое интегрируется аналитически. Решение с начальным условием $\Gamma\big|_{t=0} = \Gamma_0(s)$ находится интегрированием характеристической системы $ds / dt = 2\varepsilon\Gamma$, $d\Gamma / dt = -\Gamma$ с условиями $t = 0$: $s = s_0$, $\Gamma = \Gamma_0(s_0)$ (s_0 – лагранжева координата). Отсюда

$$\Gamma(r, t) = \Gamma_0(s_0)e^{-t}, \qquad r = \sqrt{s} = \sqrt{s_0 + 2\varepsilon\Gamma_0(s_0)(1 - e^{-t})}. \qquad (17)$$

При фиксированном t выражения (17) дают параметрическое представление решения $\Gamma(r, t)$ с параметром s_0. Для завихренности $\omega(r, t)$ из (17) получим

$$\omega = 2\frac{\partial \Gamma}{\partial s} = 2\frac{\partial \Gamma}{\partial s_0}\frac{\partial s_0}{\partial s} = \frac{\omega_0(s_0)e^{-t}}{1 + \varepsilon\omega_0(s_0)(1 - e^{-t})}, \qquad (18)$$

где $\omega_0(s_0) = d\Gamma_0 / ds_0$ – начальная завихренность. Из (18) следует, что завихренность антициклонических вихрей ($\omega_0 < 0$) с течением времени может расти.

Используя (17) можно проанализировать затухание вихрей различной структуры. В качестве примера рассмотрим модифицированный вихрь Рэнкина

$$\mathrm{v}_0(r) = a\frac{r}{1 + r^2}, \quad \Gamma_0(s) = a\frac{s}{1 + s}.$$

Для этого вихря из второго соотношения (17) можно выразить s_0 через r и, тем самым, записать решение в явном виде

$$\mathrm{v}(r,t) = r^{-1}e^{-t}\frac{as_0}{(1 + s_0)},\ s_0 = 0{,}5\left(\sqrt{(r^2(t) - r^2)^2 + 4r^2} + r^2 - r^2(t)\right), \qquad (19)$$

$r(t) = \sqrt{1 + 2a\varepsilon(1 - e^{-t})}$. Из представленных на рис. 3 графиков распределений (19) отчетливо видно различие в характере затухания вихрей с циклоническим ($a = 1$) и антициклоническим ($a = -1$) вращением.

Еще одним интересным примером является гауссовский вихрь $\mathrm{v}_0(r) = ar\exp(-r^2 / 2)$ со знакопеременной завихренностью

$$\omega_0(r) = ar\,(2 - r^2)\exp(-r^2 / 2).$$

При $a < 0$ для этого вихря $\omega_0(r) < 0$, $0 < r < \sqrt{2}$, $\omega_0(r) > 0$, $r > \sqrt{2}$. Построенные по формулам (17) графики распределений тангенциальной скорости иллюстрируют эффект схлопывания (коллапсирования) ядра вихря в процессе затухания (рис. 4).

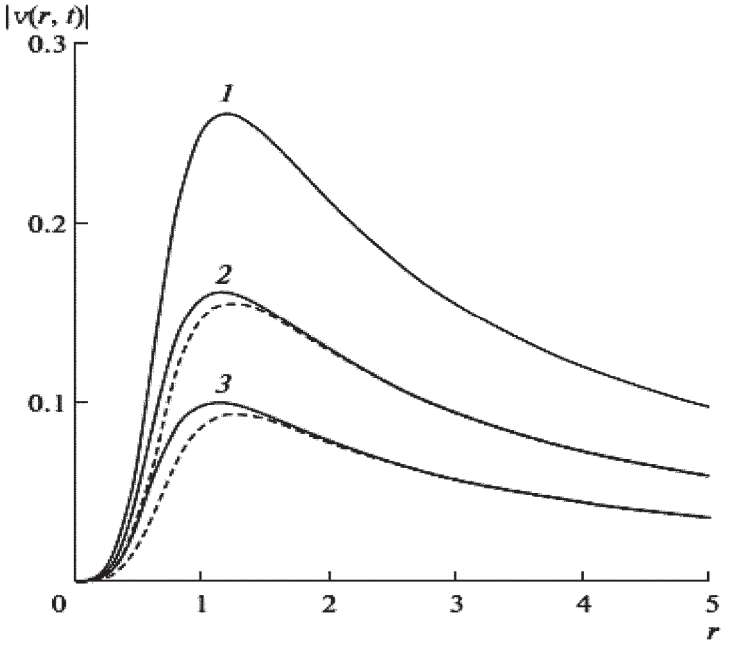


Рис. 3. Радиальные распределения $|\mathrm{v}(r,t)|$ модифицированного вихря Рэнкина для трех моментов времени t = 0, 0.5, 1 (кривые 1,2,3). Верхние кривые – антициклон, нижние – циклон

Приедем также простое асимптотическое решение уравнения (15) для $\varepsilon << 1$:

$$\mathrm{v}(r,t) = \mathrm{v}_0(r)\, e^{-t}\left[1 - \varepsilon \frac{(1-e^{-t})}{r}\frac{\partial(r\mathrm{v}_0)}{\partial r}\right]. \qquad (20)$$

Второе слагаемое в квадратных скобках (20), пропорциональное начальной завихренности, приводит к появлению эффекта циклон – антициклонной асимметрии.

Взаимодействие вихрестоков.

Размерная форма уравнения (15) имеет простое сингулярное решение $\mathrm{v} = \kappa e^{-t/T_E}/2\pi r$, описывающее вихревое течение с функцией тока $\psi = -\kappa e^{-t/T_E}\ln(r)/2\pi$ и распределением завихренности $\omega = -\Delta\psi = \kappa e^{-t/T_E}\delta(r)/2\pi r$, где $\delta(r)$ – дельта функция Дирака. Отсюда следует, что функция тока ψ данного течения представляет собой точное решение нелинейного уравнения (4) на плоскости. Поскольку в течении присутствует также радиальная составляющая скорости $u = 0.5E^{1/2}\mathrm{v}$, оно отвечает вихрестоку, точнее вихрестоку, если начальная интенсивность $\kappa < 0$ (антициклон), и вихреисточнику, если $\kappa > 0$ (циклон). Независимо от полярности сингулярные течения экспоненциально затухают на экмановском временном масштабе.

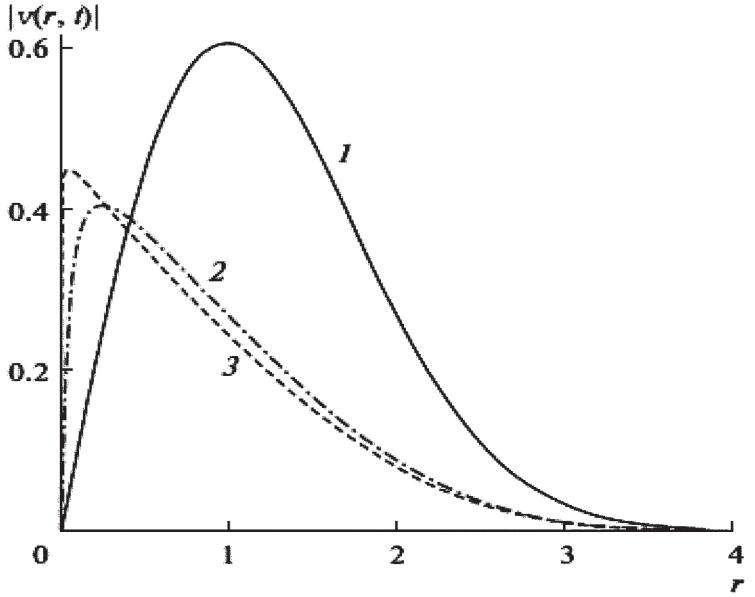


Рис. 4. Радиальные распределения $|\mathrm{v}(r,t)|$ в гауссовском вихре для трех моментов времени $t = 0, 1, 1.1$ (кривые 1, 2, 3). Значения параметров $a = -1$, $\varepsilon = 0.75$

Системе из n вихрестоков с центрами в точках (x_j, y_j) и начальными интенсивностями κ_j отвечает функция тока $\psi = -(2\pi)^{-1} e^{-t/T_E} \sum_{j=1}^{n} \kappa_j \ln(r_j)$, где $r_j = \sqrt{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2}$. С учетом выражений (1), центры вихрестоков движутся согласно уравнениям

$$dx_j/dt = \partial\psi_j/\partial y_j - 0.5E^{1/2}\,\partial\psi_j/\partial x_j, \quad j = 1,2,...n,$$
$$dy_j/dt = -\partial\psi_j/\partial x_j - 0.5E^{1/2}\,\partial\psi_j/\partial y_j \qquad (21)$$
$$\psi_j = -(2\pi)^{-1} e^{-t/T_E} \sum_{i\neq j} \kappa_j \ln(r_{ij}), \quad r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2},$$

где r_{ij} – расстояние между соответствующими центрами.

Присутствие в правых частях (21) градиентных слагаемых не позволяет записать систему (21) в гамильтоновой форме (как для системы точечных вихрей) Вместе с тем, многие характерные случаи допускают полное исследование. В качестве простейшего примера рассмотрим задачу о взаимодействии двух вихрестоков равной интенсивности $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$. Для квадрата расстояние между вихрестоками из соответствующего варианта системы (20) легко получить уравнение $dr_{12}^2/dt = \pi^{-1}\kappa E^{1/2} e^{-t/T_E}$. Отсюда

$$r_{12}^2(t) = r_{12}^2(0) + \pi^{-1}\kappa E^{1/2}(1 - e^{-t/T_E}).$$

Таким образом, в процессе затухания циклоны отталкиваются, антициклоны – притягиваются. Для антициклонов достаточно сильной интенсивности $|\kappa| > \pi r_{12}^2(0) E^{-1/2}$ в момент времени

$$t_c = T_E \ln\left(\frac{\kappa E^{1/2}}{\pi r_{12}^2(0) + \kappa E^{1/2}} \right),$$

происходит слияние (коллапс). Если в начальный момент вихрестоки были расположены симметрично относительно начала координат (в данном случае это сохраняющийся центр инерции), они вращаются вокруг него (сближаясь или отталкиваясь) с угловой скоростью

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{4\pi\kappa e^{-t/T_E}}{r_{12}^2(0) + \kappa E^{1/2}(1 - e^{-t/T_E})},$$

(θ – полярный угол). При приближению к времени коллапса эта скорость неограниченно возрастает.

Отметим проявление перечисленных особенностях в некоторых численных экспериментах. В работе (*Маликова и Пермяков, 2010*) в рамках уравнения (4) исследовалась об устойчивости осесимметричного вихря с компенсирующей оболочкой. При этом было показано, что, в отличие от модели с учетом линейного трения, формирующиеся при потере устойчивости мелкомасштабные вихри, далее сливаются (коллапсируют) в один крупномасштабный вихрь. Этот коллапс обусловлен исключительно влиянием нелинейного трения. Несимметричная картина затухания дипольного солитона Чаплыгина (состоящего из циклона и антициклона) изучена в численных экспериментах (*Sanson et al., 2001*). В процессе затухания циклоническая часть солитона расширяется, антициклоническая сжимается, что приводит к отклонению траектории солитона от прямолинейной траектории. Эти особенности были обнаружены и в лабораторных экспериментах, описанных в упомянутой работе.

Почему циклоны затухают быстрее? Качественное объяснение.

Как правило, математические вычисления приводят к верному результату, если заранее известен ответ, основанный на интуитивных качественных соображениях. Простое качественное обьяснение эффекта циклон-антициклонной асимметрии может быть получено из рассмотрения уравнения циклострофического баланса для осесимметричных вихрей

$$\frac{\mathrm{v}^2}{r} + f\mathrm{v} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} \quad , \tag{22}$$

где v – тангенциальная скорость, ρ – плотность, P – редуцированное давление. Уравнение (1) отражает баланс между градиентом давления, центробежной и кориолисовой силами и справедливо для вихревого течения в невязкой области. Для вихрей достаточно слабой интенсивности (малые значения числа Россби) оно сводится к уравнению геострофического баланса $f\mathrm{v} = \rho^{-1}\,\partial P / \partial r$.

Предположим, что снизу вихрь ограничен твердой поверхностью $z = 0$, на которой формируется пограничный слой. Поскольку при приближении к этой поверхности $\mathrm{v} \to 0$, непосредственно в погранслое баланс (22) нарушается. Это приводит к возникновению здесь радиального течения, вызванного приложенным градиентом давления $\rho^{-1}\partial P / \partial r$. В геострофическом режиме градиенты дав-

ления для циклонических (v > 0) и антициклонических (v < 0) вихрей отличаются только знаком, т.е. радиальные течения имеют равную интенсивность (отличаясь направлением). Скорость затухания циклонов и антициклонов в этом режиме одинакова. В то же время, непосредственно из (22) следует, что в присутствии центробежной силы модуль градиента давления для циклонических вихрей всегда больше, чем для антициклонических. Соответственно отличаются и скорости радиальных течений, приводящих к затуханию вихря. С этим отличием и связано появление эффекта циклон-антициклонной асимметрии.

Определяя геострофическую скорость соотношением $v_g = f^{-1}\rho^{-1}\partial P / \partial r$ и используя в качестве горизонтального масштаба L, а в качестве масштабов v, v_g – характерную скорость V_*, уравнение (1) можно записать в безразмерной форме:

$$v\left(\mathrm{Ro}\frac{v}{r}+1\right)=v_g, \qquad (23)$$

где $\mathrm{Ro} = V_* / fL$ – число Россби. Из (23) следует, что наиболее выраженное проявление эффекта циклон-антициклонной асимметрии имеет место при Ro ~ 1. При Ro << 1 (геострофический режим) и Ro >> 1 следует ожидать полного исчезновения эффекта.

Отметим, что приведенное качественное объяснение аналогично известному объяснению Эйнштейна причины концентрации чаинок в центре чашки у дна при размешивании. В ситуации с чашкой в невязкой области имеет место баланс между градиентом давления и центробежной силой ($f = 0$). В пограничном слое центробежная сила исчезает и радиальный градиент давления $\rho^{-1}\partial P / \partial r > 0$ всегда создает течение, направленное к центру.

Заключение.

Влияние придонного трения далеко не исчерпывается рассмотренными выше особенностями динамики. Важная особенность, например, состоит в деформации профиля скорости течения под влиянием трения в процессе затухания. Это может привести к нарушению различных критериев устойчивости, т.е. к возникновению неустойчивости изначально устойчивого течения. Как отмечено в работе (*Козлов и Гурулев, 1992*), для изучения неустойчивости в рамках обобщенного уравнения вихря можно использовать метод контурной динамики, однако, эта возможность до сих пор не реализована.

В заключение, отметим работы, посвященные изучению эффекта циклон-антициклонной асимметрии без привлечения обобщенного уравнения завихренности (3). Классическая задача Кармана с учетом фонового вращения рассматривалась в работах (*Пономарев и др., 2009; Кострыкин и др., 2011, 2012; Kostrykin et al., 2014*). Наряду с аналитическими и численными решениями задачи, в этих работах представлены также результаты лабораторных экспериментов, демонстрирующих отличия динамики циклонов и антициклонов. Затухание осесимметричных вихрей разных полярностей в рамках модели, использующей приближение геострофического момента, исследовалось в работе (*Калашник, 2011*).

Надо сказать, что для ряда проблем достаточно и учета линейных эффектов. Так в работе (*Чефранов, 2016*), установлено, что учет линейного экмановского трения обеспечивает пороговую по частоте вращения реализацию линейной диссипативно-центробежной неустойчивости (*Чефранов, 2001*) и связанное с ней нарушение киральной симметрии в динамике лагранжевых частиц, приводящее к

циклон-антициклонной вихревой асимметрии. Условием осуществления такой неустойчивости является превышение скоростью вращения среды некоторого порогового значения, определяемого собственной частотой данной среды. Также с учетом линейного трения были получены обобщению известного решения Салливана (*Sullivan, 1959*), воспроизводящего ряд нетривиальных особенностей поля скорости, характерных для тропичекмх циклонов (*Чефранов и Чефранов, 2017*). Заметим, что учет турбулентной спиральности в модели атмосферного пограничного слоя (*Чхетиани, 2001; Пономарев и Чхетиани, 2005*) в линейном приближении может быть сведен к линейному экмановском трению.

Отметим также важные работы (*Акперов и др., 2007; Мохов и др., 1992*), посвященные изучению статистики атмосферных циклонов и антициклонов по данным реанализа.

2.5.6. Концептуальные вихрвые модели

Особая роль концептуальных вихревых моделей в геофизической гидродинамике и теории климата связана с необходимостью выделения основных физических механизмов влияния климатических изменений на структуру и взаимодействие вихрей в атмосфере и океане с анализом относительного вклада этих механизмов и процессов в наиболее простом и физически ясном виде (см. (*Мохов и др. , 1993*; *Гряник и др. , 1993*)). Существует иерархия концептуальных вихревых моделей (*Гряник, 1990*; *Гряник и др. , 2003, Соколовский и Веррон, 2011*). К концептуальным моделям относятся и вихревые модели с явным описанием вихревых образований как структурных элементов, характеризуемых интенсивностью и координатами центров вихрей. Интенсивность вихрей и их координаты – это два первых момента разложения поля потенциальной завихренности по мультиполям. При этом в первом приближении уравнения динамики в структурных моделях тождественны уравнениям динамики точечных вихрей (*Гряник и др. , 2003*). К базисным моделям этого типа относятся: баротропная двухмерная модель, бароклинные двухслойная (*Гряник, 1983а*), *N-слойная* квазидвухмерные модели и трехмерная модель (см. (*Гряник и др., 1993*)). Основными климатическими параметрами (С- параметрами) в рассматриваемых моделях являются: вертикальным профиль потенциальной температуры (Θ) , высота однородной атмосферы (H) , горизонтальные и вертикальные профили ветра (U(z)). Анализ различных динамических режимов в структурных вихревых моделях показал, что вихревая активность в атмосфере характеризуется интенсивностью потенциальной завихренности $\varkappa$ и структурой вихревых циркуляционных ячеек с характерными масштабами индивидуальных вихрей и расстояниями между ними (V-параметры) .

Исследование тенденций изменения вихревой активности при климатических изменениях связано с выявлением основных физических механизмов, ответственных за формирование функциональных связей между С-параметрами и V-параметрами и чувствительности *V-параметров* к вариациям С- параметров (*Мохов и др. , 1993*; *Гряник и др. , 1993*).

Следует отметить, что использование для исследования простых вихревых моделей ограничивает область непосредственной применимости полученных результатов условием $L<L_O$ для баротропных вихрей и $L<L_R$ для бароклинных, где L – характерный масштаб изменения потенциальной завихренности вихревых образований, L_O – масштаб (радиус) Обухова и L_R – радиус деформации Россби. Для вихревых образований с $L \geq L_O$ или $L \geq L_R$ полученные результаты могут быть использованы как качественная оценка (см., например, (*Гряник и др., 2003*)). В соответствии с (*Пальмен, Ньютон, 1973*) максимальные значения интенсивности поля потенциальной завихренности в развитых циклонах и антициклонах могут превышать фоновое значение в несколько раз, так что их размеры больше радиуса Россби. Слабые циклоны и антициклоны могут иметь размеры и меньшие радиуса Россби.

В (*Гряник и др., 1993*) исследована структура циркуляционных ячеек локализованных вихрей (циклонов и антициклонов) в зональных потоках.

Основные черты зонального потока локально могут быть описаны вблизи максимума (с координатами y_m) и в области с постоянным сдвигом скорости Ω (координата центра области y_0) модельными баротропными функциями тока течения:

$$\Psi_0 = -U_m(y - y_m),$$
$$\Psi_0 = -U_0(y - y_0) + \frac{\Omega}{2}(y - y_0)^2, \quad (1)$$

соответственно. Более реалистическими аппроксимациями могут служить функции тока вида

$$\Psi_0 = -(U_m + U_{zm} z)(y - y_m),$$
$$\Psi_0 = -(U_0 + U_z z)(y - y_0) + \frac{\Omega}{2}(y - y_0)^2, \quad (2)$$

которые учитывают изменение зональной скорости по вертикали в простейшем приближении постоянства вертикального сдвига.

К С-параметрам, определяющим зональное течение, относятся: 1) значения скорости струи в максимуме U_m, в ближайшей окрестности которого поток можно считать однородным по широте; 2) параметры (U_0, Ω), здесь U_0 – скорость в центре области, где значения Ω можно считать практически постоянными; 3) вертикальный сдвиг U_z.

Минимальными базовыми моделями, допускающими учет соответствующих С-параметров, служат структурные вихреразрешающие модели бароклинных точечных геострофических вихрей на f-плоскости (*Гряник, 1983; Гряник и Доронина, 1990; Гряник и Тевс, 1991*). Задача интегрирования уравнения эволюции потенциального вихря сводится в этих моделях к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений для интенсивностей и координат вихрей. Функция тока течения, индуцируемого вихрями Ψ_s, выражается при этом в замкнутом виде через функции Грина операторов Гельмгольца и Лапласа, так что функция тока зонального течения и вихрей Ψ представляется в виде

$$\Psi = \Psi_s + \Psi_0 \quad (3)$$

Функция тока (3) описывает мгновенную картину течения во всех точках. В системе координат, стационарно движущейся со скоростью вихрей *C*, траектории жидких частиц определяются изолиниями функции:

$$\overline{\Psi} = \Psi + C(y - y_v) \quad (4)$$

где y_v – координата вихря на оси *y*.

Замкнутые изолинии функции $\overline{\Psi}$ описывают жидкие частицы, переносящиеся вместе с вихрем. Последняя замкнутая изолиния характеризует границу вихревой циркуляционной ячейки (сепаратрису). Подобным образом определенный вихрь, способен переносить массу жидкости. Однако для одиночных вихрей сепаратрисы имеются только в случаях, когда знаки завихренностей вихрей и потока разноименны. В противоположном случае циркуляционные ячейки бесконечны вследствие гибридизации вихря и потока. Подобная проблема возникает только в случае одиночного вихря и снимается для ансамблей вихрей (*Гряник и др., 1993*).

В (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*) рассмотрена модель бароклинных сингулярных геострофических вихрей на f-плоскости (т.е. в приближении постоянного параметра Кориолиса f) (*Гряник, 1983; Гряник и Доронина, 1990; Гряник 1990*). В рамках этой модели, используя представление функции тока (2) и (3),

для поля потенциального вихря имеем $\Omega = \Omega_0 + \Omega_s$, где Ω_s описывает локализованные вихри интенсивности γ_i с координатами $r_i = (x_i, y_i, z_i)$, $i = 1, 2, ..., M$ – сингулярные геострофические вихри:

$$\Omega = \sum_{i=1}^{M} \gamma_i(t)\, \delta(x - x_i(t))\, \delta(y - y_i(t))\, \delta(z - z_i(t)), \tag{5}$$

Ω_0 – регулярное поле потенциального вихря, $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. Динамика системы вихрей и поля Ω_0 описывается тогда системой уравнений

$$\dot{\gamma}_i = 0, \quad \dot{z}_i = 0, \tag{6}$$

$$\dot{x}_i = -\sum_{j=1}^{M} \gamma_j \left.\frac{\partial G}{\partial y}\right|_{r=r_i} - \left.\frac{\partial \psi_0}{\partial y}\right|_{r=r_i}, \tag{7}$$

$$\dot{y}_i = \sum_{j=1}^{M} \gamma_j \left.\frac{\partial G}{\partial x}\right|_{r=r_i} + \left.\frac{\partial \psi_0}{\partial x}\right|_{r=r_i}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \Omega_0}{\partial t} + [\psi_0, \Omega_0] + \sum_{i=1}^{M} \gamma_i [G, \Omega_0] = 0. \tag{9}$$

Здесь точка означает дифференцирование по времени, $G(x, y, z)$ – функция Грина краевой задачи для оператора потенциального вихря, через которую выражается функция тока Ψ_s течения, индуцируемого вихрями:

$$\Psi_s = \sum_{i=1}^{M} \gamma_i G(x - x_i, y - y_i, z - z_i). \tag{10}$$

Физический смысл первого уравнения (6) – интенсивность вихрей не изменяется в процессе их взаимодействия, второго уравнения (6) – отсутствует перемещение вихрей в вертикальном направлении. Уравнения (7), (8) показывают, что в горизонтальном направлении любой вихрь переносится со скоростью, индуцируемой в месте их расположения всеми остальными вихрями и регулярным течением.

В (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*), чтобы выделить эффекты бароклинного взаимодействия вихрей в чистом виде, использовалась функция Грина для модели бесконечной атмосферы с постоянной частотой Брента–Вяйсяля N:

$$G = -\frac{N}{4\pi f}\left[x^2 + y^2 + \frac{N^2}{f^2} z^2\right]^{-1/2}. \tag{11}$$

Область применимости рассматривавшейся в (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*) модели ограничивалась условием $|r_i - r_j| \ll L_0$ ($L_0 = (gH)^{1/2}/f$ – масштаб Обухова), чтобы выделить эффекты бароклинного взаимодействия вихрей. Это ограничение не является, однако, принципиальным и легко может быть снято.

Система уравнений (6)–(9) существенно упрощается для регулярных течений с $\Omega_0 = \Omega_0(z)$. В этом случае отсутствует влияние вихрей на регулярное течение (*Гряник, 1983*). Функции тока (1) и (2) относятся к этому классу.

В случае вихря в однородном баротропном потоке, как следует из уравнений (7)–(9) и (1), одиночный вихрь движется со скоростью зонального потока $\dot{x}_i = U_m$, $\dot{y}_i = 0$, $\dot{z}_i = 0$. При этом согласно (4) и (3) $\overline{\Psi} \equiv \Psi_s$, вихревая циркуляционная ячейка осесимметрична. Размер циркуляционной ячейки для одиночного вихря не ог-

раничен. Конечный размер вихревых циркуляционных ячеек связан со взаимодействием вихрей друг с другом. Существенно, что они не зависят в рассматриваемом случае от параметров потока, а определяются только расстоянием между вихрями и их интенсивностями. Этот результат очевиден заранее и объясняется галилееевской инвариантностью.

Наряду с этим (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*) рассмотрен случай бароклинного вихря в баротропном потоке со сдвигом скорости, описываемого функцией тока с постоянным сдвигом скорости в меридиональном направлении (1). Течение (1) относится к классу течений с постоянным потенциальным вихрем. Уравнения движения (7), (8) для одного вихря интегрируются элементарно. Вихрь просто переносится вдоль линий тока регулярного течения (1). При этом $z_i(t)= z^o_i=z_i(0)$, $y_i(t)= y^o_i=y_i(0)$, $x_i(t)=x^o_i+(U-y^o_i)t$.

Представление о пространственном характере движения жидких частиц дает фазовый портрет их траекторий, определяемый изолиниями функций $\overline{\Psi}$. После введения безразмерных переменных $x' = x/R_*$, $y' = y/R_*$, $z' = z/Z_*$ и безразмерной функции $\overline{\Psi}'=\overline{\Psi}/\overline{\Psi}_*$, где $R_* = (|\gamma|N/4\pi f|\Omega|)^{1/3}$, $Z_* = (|\gamma|f^2/4\pi N^2|\Omega|)^{1/3}$, $\Psi_* = (|\Omega|(|\gamma|N/4\pi f)^2)^{1/3}$, функция тока принимает вид (штрихи опущены)

$$\overline{\Psi} = -(sign\ \gamma)[(x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2} - sign\,(\gamma\,\Omega)\,y^2/2]. \qquad (12)$$

Если $sign(\gamma\,\Omega) > 0$, имеется одна критическая точка $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, все фазовые траектории замкнуты вследствие гибридизации вихря и потока и движение по ним финитно. Жидкие частицы вращаются вокруг вихря, однако в отличие от случая $\Omega = 0$ траектории вытянуты в направлении течения.

Если $\mathrm{sign}(\gamma\,\Omega) < 0$, имеются критические точка (0, 0, 0) и кривая $x = 0$, $y^2 + z^2 = 1$. Траектории замкнуты и движение финитно только в окрестности вихря в области D, граница которой определяется уравнением сепаратрисной поверхности:

$$(x^2+y^2+z^2)^{-1/2} + (1/2)\,(y^2+z^2) = 3/2. \qquad (13)$$

Вне области D траектории не замкнуты и движение инфинитно.

В размерных переменных выражения для эффективных размеров R_x, R_y вихревой циркуляционной ячейки имеют вид:

$$R_y = \max_D y = \left(\frac{(|\gamma|N)}{4\pi f|\Omega|}\right)^{1/3} \times \left[1 - z^2\left(\frac{4\pi N^2|\Omega|}{\gamma f^2}\right)^{2/3}\right]^{1/2}. \qquad (14)$$

При этом ячейки имеют конечный размер по вертикали.

Частицы в области D переносятся вместе с вихрем, не покидая ее, а вне области D рассеиваются, не проникая в нее. Это характерно для режима блокирования зонального потока подвижным вихрем. Максимальная ширина зоны блокирования равна $2\times 3^{1/2}R_*$ – больше максимального размера циркуляционной ячейки при $z = 0$. Вихрь движется со скоростью, индуцированной потоком в месте его расположения. Размер вихревой циркуляционной ячейки не зависит от абсолютного значения скорости потока, а только от сдвига скорости, интенсивности вихря, стратификации и широты положения вихря. Циркуляционная ячейка симметрична относительно осей x и y, но имеет различные размеры по потоку и в перпендикулярном направлении. Коэффициент асимметрии ячейки $A = R_x/R_y$ универсален в рамках модели. При этом $A = 2/3$, если знаки вихря и потока противоположны.

Для вихря интенсивности γ в бароклинном потоке с постоянным вертикальным сдвигом скорости U_z при Ω = 0 из уравнений (7), (8) следует, что вихрь должен двигаться со скоростью $\dot{x}_i = U+U_z z_i$, $\dot{y}_i = 0$, $\dot{z}_i = 0$. Структуру циркуляционных ячеек задают изолинии функции (4)

$$\overline{\Psi} = -(sign\ \gamma)[(x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2} + sign\,(\gamma U_z)\,yz]. \qquad (15)$$

Здесь $x' = x/R_*$, $y' = y/R_*$, $z' = z/Z_*$, $\overline{\Psi} = \overline{\Psi}/\overline{\Psi}_*$, $R_* = (|\gamma|N^2/4\pi|U_z|f^2)^{1/3}$, $z_* = (f/N)R_*$, $\overline{\Psi}_* = (\gamma^2|U_z|N/16\pi^2 f)^{1/3}$ (знак штрих опущен). Из (15) следует, что при $U_z \neq 0$ вихрь всегда имеет замкнутую циркуляционную ячейку. Ячейка симметрична только относительно оси *y*. При $z \neq 0$ центр ячейки смещен относительно центра на уровне $z = 0$, при этом sign $(y_c z)$ = sign(γU_z), где $(0, y_c(z), z)$ – координаты центра ячейки на уровне *z*, которые определяются меньшим из корней уравнения

$$y(y^2+z^2)^{-3/2} = \mathrm{sign}(\gamma U_z)z\,. \qquad (16)$$

Как отмечено в (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*), ячейка имеет конечный размер $|z| \le z_c$, где $z_c = 2^{1/3}3^{-1/2}$. Координата центра вершины ячейки $y_c'(z_c) = 2^{-1/6}3^{-1/2}$. Ось циркуляционной ячейки $y = y_c(z)$ криволинейна: $y_c \approx z^4$, при $z \to 0$, $y_c \approx y_c(z_c) - 2^{1/3}3^{3/4}z_c(z_c-z)^{1/2}$, при $z \to z_c$ эффективный горизонтальный размер ячейки определяется большим корнем $y_*(z)$ уравнения (16), соответствующим седловой точке изолиний функции (15). Этот размер неограниченно велик $y_* \approx z^{-1/2}$ при $z \to 0$ и убывает до нуля $|y_* - y_0| \approx 2^{1/3}3^{3/4}(z_c - z)^{1/2}$ при $z \to z_c$. В размерных переменных характерный горизонтальный размер ячейки $R_y = |y_* - y_c|$ имеет вид

$$R_y = \left(\frac{|\gamma|N^2}{4\pi|U_z|f^2}\right)^{1/3} F\left(\frac{z}{\left(\frac{|\gamma|f}{4\pi|U_z|N}\right)^{1/3}}\right)$$

$$F(\xi) = \begin{cases} \xi^{-1/2} - \xi^4, & при\ \xi \to 0 \\ 2^{1/3}3^{3/4}(2^{1/3}3^{-1/2} - \xi)^{1/2}, & при\ \xi \to 2^{1/3}3^{-1/2} \end{cases} \qquad (17)$$

Циркуляционные ячейки в рассматриваемом случае существенно асимметричны при $z \neq 0$, имеют конечную протяженность по вертикали, а ось ячейки криволинейна и наклонена в ортогональной к направлению перемещения вихря плоскости влево от направления движения для $\gamma > 0$ и вправо для $\gamma < 0$.

В (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*) рассмотрена также N-уровенная квазигеострофическая модель атмосферы (океана), в которой помимо стратификации учитывается эффект однородной подстилающей поверхности и грубо моделируется эффект стратосферы через условие свободной поверхности для верхнего уровня. Эта модель эквивалентна N-слойной модели, описанной в (*Гряник и Тевс, 1989, 1991*). Необходимость перехода к уровенной модели связана с тем, что данные для полей переменных в физике атмосферы приводятся на определенных уровнях. Кроме того, в N-уровенной модели коэффициенты, определяющие связь между слоями, вычисляются не только по плотности, но и по потенциальной температуре, являющейся одной из основных климатических переменных. Модель подробно описана в (*Мохов и др., 1993*). Сингулярные геострофические вихри на уровне *k* ($k = 1,2,\ldots, Ns$) задаются в виде

$$\Omega_k^s = \sum_{\alpha=1}^{N_k} \kappa_k^\alpha(t)\delta(x - x_k^\alpha(t))\delta(y - y_k^\alpha(t)), \tag{18}$$

где $\delta(z)$ – дельта-функция Дирака, κ_k^α – интенсивность вихря на уровне z_k, (x_k^α, y_k^α) – его координаты, N_k – число вихрей на уровне к. Функция тока вихрей выражается через функцию Грина $G(\lambda_i r)$ оператора $\Delta - \lambda_i^2$ (i=1,2,…,N)

$$\Psi_k^s = \sum_{m=1}^{N}\sum_{\alpha=1}^{N_m} \kappa_m^\alpha \sum_{i=1}^{N} \widetilde{U}_{ki} G(\lambda_i \mid r - r_m^\alpha \mid)\widetilde{U}_{im}^{-1},$$

$$G(\lambda_i r) = \frac{1}{2\pi}\left[\delta_{i1} \ln\frac{e^\gamma r}{2L_O} - (1-\delta_{i1})K_0(\lambda_i r)\right], \tag{19}$$

где δ_{ik} – символ Кронекера, γ – постоянная Эйлера, $K_p(z)$ – функции Макдональда порядка p = 0, 1, …; λ_i и $\widetilde{U}_{ik}$ – собственные числа и матрицы, составленные из собственных векторов задачи на собственные значения для оператора потенциального вихря, *Lo* – радиус Обухова или любой другой масштаб, характеризующий локализацию баротропной функции тока (см. также (*Гряник и др., 2003*)).

Уравнения эволюции сингулярных геострофических вихрей и регулярного течения с постоянным потенциальным вихрем имеют вид

$$\dot{x}_k^\alpha = -\sum_{m=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N_m} \frac{\kappa_m^\beta}{2\pi} \frac{y_k^\alpha - y_m^\beta}{(r_{km}^{\alpha\beta})^2} \Phi_{km}^{\alpha\beta}(r_{km}^{\alpha\beta}) + \Omega y_k^\alpha, \tag{20}$$

$$\dot{y}_k^\alpha = \sum_{m=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N_m} \frac{\kappa_m^\beta}{2\pi} \frac{x_k^\alpha - x_m^\beta}{(r_{km}^{\alpha\beta})^2} \Phi_{km}^{\alpha\beta}(r_{km}^{\alpha\beta}). \tag{21}$$

Здесь

$$\Phi_{km}^{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^{N} \widetilde{U}_{ki}\widetilde{U}_{im}^{-1}[\delta_{i1} + (1-\delta_{i1})\lambda_i r_{km}^{\alpha\beta} \mathrm{K}_1(\lambda_i r_{km}^{\alpha\beta})],$$

$$r_{km}^{\alpha\beta} = \mid r_k^\alpha - r_m^\beta \mid .$$

В (*Гряник и др. , 1993; Мохов и др. , 1993*) проведен анализ вихревых циркуля- ционных ячеек в рамках простой двухуровенной модели, часто используемой при исследовании как синоптических, так и климатических задач. Предполагалось, что вихрь интенсивности κ находится в нижнем слое в начале системы координат. В безразмерных переменных $x' = x / R_*$, $y' = y / R_*$, $\overline{\Psi} = \Psi / \Psi_*$, где $R_* = (\mid \kappa \mid / 2\pi \mid \Omega \mid)^{1/2}$, $\Psi_* = \mid \kappa \mid / 2\pi$. Траектории жидких частиц описываются изолиниями функций тока

$$\overline{\Psi}_{1,2} = \frac{1}{2}(sign\kappa)\left[\ln\frac{e^\gamma r}{2L_O} \pm K_0(\varepsilon^{1/2} r) + sign(\kappa\Omega) y^2\right], \tag{22}$$

где $\varepsilon = \dfrac{\mid \kappa \mid \lambda^2}{2\pi \mid \Omega \mid}$, индекс 1 и знак «+» относятся к верхнему, а 2 и знак «–» – к нижнему уровням (штрихи опущены). Координата критической точки (0,Y) функции тока (22) находится из уравнения

$$\varepsilon[1 \mp R_y K_1(R_y)] + 2 sign(\kappa\Omega) R_y^2 = 0 \tag{23}$$

и определяет максимальный поперечный размер циркуляционной ячейки R_y как функцию параметра ε. Для двухуровенной симметричной модели выполняется условие $\rho(3h/2)(\Theta(h)-\Theta(0))=\rho(h/2)\times(\Theta(2h)-\Theta(0))$, при котором $L_R=\frac{\sqrt{qh}}{\sqrt{2}f}\times\left[\frac{(\Theta(2h)-\Theta(h))\rho(h)}{\Theta(3h/2)\rho(3h/2)}\right]^{1/2}$, где Θ – потенциальная температура, ρ – плотность, $2h$ – толщина атмосферы в модели.

Асимптотически можно получить аналитические результаты (в размерных переменных)

$$R_y=L_R\left[\left(\frac{|\kappa|}{4\pi L_R^2|\Omega|}\right)^{1/2}+\left(\frac{\pi}{16\sqrt{2}}\right)^{1/2}\times\left(\frac{|\kappa|}{2\pi L_R^2|\Omega|}\right)^{3/4}\exp\left(-\left(\frac{|\kappa|}{4\pi L_R^2|\Omega|}\right)^{1/2}\right)\right]\quad(\varepsilon\gg 1) \tag{24}$$

$$R_y=L_R\left[\left(\frac{|\kappa|}{2\pi L_R^2|\Omega|}\right)^{1/2}+\frac{1}{8}\left(\frac{|\kappa|}{2\pi L_R^2|\kappa|}\right)^{3/2}\ln\left(\frac{e^{\gamma}}{2}\left(\frac{|\kappa|}{2\pi L_R^2|\Omega|}\right)^{1/2}\right)\right]\quad(\varepsilon\ll 1) \tag{25}$$

для нижнего слоя, в котором находится вихрь, и

$$R_y=L_R\left[\left(\frac{|\kappa|}{4\pi L_R^2|\Omega|}\right)^{1/2}-\left(\frac{\pi}{16\sqrt{2}}\right)^{1/2}\times\left(\frac{|\kappa|}{2\pi L_R^2|\Omega|}\right)^{3/4}\exp\left(-\left(\frac{|\kappa|}{4\pi L_R^2|\Omega|}\right)^{1/2}\right)\right]$$

$$(\varepsilon\gg 1) \tag{26}$$

$$R_y=2L_R\exp(-(\gamma+4\varepsilon^{-1}))\qquad(\varepsilon\ll 1) \tag{27}$$

для верхнего слоя. Главные члены асимптотик (24), (25) показывают, что коэффициент асимметрии имеет одинаковую асимптотику $A=e^{-1/2}$ при $\varepsilon\gg 1$ и при $\varepsilon\ll 1$. Практическое постоянство A проявляется и в области промежуточных значений ε. Размеры ячеек уменьшаются с высотой и только в пределе $\varepsilon\gg 1$ близки для разных слоев.

При анализе тенденций изменения размеров вихревых циркуляционных ячеек при изменении температурного режима в атмосфере использовался параметр чувствительности $\delta_R=(I/R)(dR/dT)$. Параметр δ_R имеет простой смысл – относительное изменение размера вихревой циркуляционной ячейки при изменении температуры на один градус (*Мохов и др., 1993*). Для трехмерной модели (см.(14)) и N-уровенной модели (см. (24), (25)) согласно (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*) параметры чувствительности горизонтального размера вихревых циркуляционных ячеек в потоке с горизонтальным сдвигом скорости имеют вид, соответственно:

$$\delta_R^{(3)}=\frac{1}{3}(\delta_\gamma+\delta_N+\delta_\Omega),\ \delta_R^{(2)}\approx\frac{1}{2}(\delta_\kappa+\delta_\Omega), \tag{28}$$

где $\delta^{(3)}$, $\delta^{(2)}$ – параметры чувствительности для трех- и двухмерных моделей; δ_γ, δ_N, δ_Ω – параметры чувствительности интенсивности, частоты Брента–Вяйсяля и сдвига ветра: $\delta_\gamma=\gamma^{-1}(d\gamma/dT)$, $\delta_N=N^{-1}(dN/dT)$, $\delta_\Omega=\Omega^{-1}(d\Omega/dT)$.

В случае потока с вертикальным сдвигом скорости выражение для параметра чувствительности горизонтального размера циркуляционной ячейки к изменению температуры в пренебрежении чувствительностью верхней границы пограничного слоя в соответствии с (14) имеет вид

$$\delta_R^{(3)} = \frac{1}{3}(\delta_\gamma + 2\delta_N + \delta_{U_z}), \tag{29}$$

где $\delta_{Uz} = = -U_z^{-1}(dU_z/dT)$ – параметр чувствительности по вертикальному сдвигу.

Из сравнения (28) и (29) следует, что по δ_N чувствительность в потоке с вертикальным сдвигом в два раза больше, чем в потоке с горизонтальным сдвигом.

Размеры циркуляционных ячеек по вертикали конечны $z \le z_c$ как в потоке с горизонтальным сдвигом, так и с вертикальным, и имеют, соответственно, вид (см. (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*)):

$$Z_c = \left(\frac{\gamma f^2}{4\pi N^2 |\Omega|} \right)^{1/3},$$

$$Z_c = 2^{1/3} 3^{-1/2} \left(\frac{|\gamma| f}{4\pi N |U_z|} \right)^{1/3} \tag{30}$$

Соответствующие параметры чувствительности вертикального размера циркуляционных ячеек согласно (30) имеют вид:

$$\delta_{Z_e} = \frac{1}{3}(\delta_\gamma - 2\delta_N + \delta_\Omega), \quad \delta_{Z_e} = \frac{1}{3}(\delta_\gamma - \delta_N + \delta_{U_z}). \tag{31}$$

Анализ с использованием концептуальных вихревых моделей свидетельствует, что даже при осесимметричном характере распределения гидротермодинамических полей, определяющих поле потенциальной завихренности в вихрях, структура связанных с вихрем циркуляционных ячеек существенно анизотропна при взаимодействии вихрей с неоднородным по широте и высоте зональным течением. Размеры вихревых циркуляционных ячеек в общем случае определяются не только характером стратификации атмосферы и широтой расположения вихрей, но и зависят от параметров зонального потока и интенсивности вихрей. Существенно, что взаимодействие даже с баротропным потоком со сдвигом скорости ограничивает не только горизонтальные, но и вертикальные размеры вихревых циркуляционных ячеек. Важным параметром является относительный знак завихренностей вихрей и зонального течения.

В (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*) также отмечено, что циркуляционные ячейки имеют конечные размеры в связи с взаимодействием вихрей друг с другом, а не только вихрей с потоком. При этом для двух вихрей одинаковой интенсивности, находящихся на одной широте на расстоянии L друг от друга, максимальный размер циркуляционной ячейки равен L/2. Для вихрей с неравными интенсивностями размеры ячеек зависят уже не только от L, но и от соотношения между интенсивностями вихрей и их относительного знака. В связи с этим можно говорить о неуниверсальности размеров вихревых циркуляционных ячеек при одноименном знаке вихрей и потока. Если знаки завихренностей вихря и зонального потока противоположны, ситуация существенно иная. В окрестности вихрей формируется область течения с замкнутыми траекториями частиц, вытянутая в направлении, перпендикулярном направлению зонального потока. Эта область изолируется от окружающего потока, формируя собственную “атмосферу вихря”, которая переносится вместе с ним по потоку. Наличие “атмосферы вихря” перестраивает топологию траекторий частиц. При этом характерные эффективные размеры вихрей зависят от интенсивности вихрей и абсолютной величины сдвига

скорости потока. Следует отметить также, что только в баротропном потоке со сдвигом скорости ось вихревой циркуляционной ячейки остается вертикальной. В потоке с вертикальным сдвигом скорости эта ось существенно не прямолинейна и отклоняется в направлении, перпендикулярном потоку. В западных потоках, скорость которых растет с высотой, ось отклоняется к югу для циклонов и к северу для антициклонов. Существует критическое значение угла наклона оси при заданных параметрах вихрей и потока.

Стоит подчеркнуть, что в потоке с горизонтальным сдвигом скорости размер циркуляционной ячейки убывает с ростом сдвига скорости: $R \approx \Omega^{-1/3}$ для трехмерных вихрей и $R \approx \Omega^{-1/2}$ для квазидвухмерных. Размеры вихрей убывают и с уменьшением их интенсивности соответственно $\sim к^{1/3}$ и $\sim к^{1/2}$. Отличия показателей степени для трехмерных вихрей по сравнению с квазидвухмерными связаны с более сильным убыванием поля скорости от центра вихря. Следует отметить (см. (23)), что при $\varepsilon \gg 1$ и $\varepsilon \ll 1$ в уровенной модели размеры циркуляционных ячеек не зависят от стратификации в квазибаротропном ($\varepsilon \ll 1$) и баротропном ($\varepsilon \gg 1$) пределах. В непрерывной модели $R \sim N^{1/3}$,так как эта модель не имеет баротропного предела. Размеры циркуляционных ячеек имеют порядок масштаба Россби при $\varepsilon \approx 1$, т.е. при $к \approx к_0$. В соответствии с (*Пальмен и Ньютон, 1973*) максимальные значения интенсивности поля потенциальной завихренности в развитых циклонах и антициклонах могут превышать фоновое значение в несколько раз ($\varepsilon \gg 1$), так что их размеры больше радиуса Россби. Слабые циклоны и антициклоны ($\varepsilon \ll 1$) могут иметь размеры и меньшие радиуса Россби.

Коэффициенты асимметрии ячеек $A \approx 2/3$ (трехмерная модель), $A = e^{-1/2}$ (N-уровенная) для циклонов в антициклонических потоках и антициклонов в циклонических имеют близкие значения (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*). При постоянстве значений коэффициентов асимметрии вихревых циркуляционных ячеек, свидетельствующих об универсальности формы ячеек в моделях, размеры ячеек чувствительны к изменениям температурного режима климатической системы. Сравнивая тенденции изменения чувствительности размеров вихрей, обусловленных сдвигами поля скорости (завихренностью), с тенденциями изменения чувствительности, обусловленной стратификацией (см. (*Мохов и др., 1992а, б*)), следует отметить большую чувствительность к изменению горизонтальных сдвигов скорости, меньшую чувствительность к изменению вертикальных сдвигов и слабую зависимость, связанную с вариациями частоты Брента-Вяйсяля. Согласно (*Гряник и др., 1993; Мохов и др., 1993*) значения динамических параметров чувствительности вихревых размеров превосходят значения термодинамических параметров чувствительности.

Приведённые оценки чувствительности параметров вихревых циркуляционных ячеек к климатическим изменениям получены в приближении квази-изолированных вихрей (когда расстояния между вихрями велико и существенно только их взаимодействие с зональным течением) , как отмечалось в (*Гряник и др. , 1993*; *Мохов и др., 1993*). Аналогичный анализ может быть проведен и в противоположном предельном случае, когда взаимодействие между вихрями доминирует и становится возможным формирование квазистационарных вихревых структур, например вихревых диполей и триполей. Исследование топологии вихревых циркуляционных ячеек и их размеров, а также их чувствительности к климатическим изменениям в этих случаях представляет особый интерес в связи с пробле-

мой блокингов (в том числе атмосферных блокингов дипольного типа и омега-типа (*Пальмен, Ньютон, 1973*)). При этом могут формироваться множественные циркуляционные ячейки разнообразной геометрической структуры, описание которых является многопараметрической задачей. Подход обобщается на случай взаимодействия вихрей с нестационарными и незональными течениями, включая поведение вблизи критических точек (как эллиптического типа, так и гиперболических) течений.

Следует отметить, что с использованием структурных вихревых моделей можно оценивать адиабатические факторы механизмов влияния климатических особенностей на вихревую динамику. Для исследования механизмов с учетом значимых неадиабатических факторов необходимы более сложные вихреразрешающие модели.

2.6. Тропические циклоны и полярные мезоциклоны: критерии и механизмы возникновения

2.6.1. Комплексный критерий возникновения тропических циклонов и полярных мезоциклонов

В (*Голицын, 2012*) предложен комплексный критерий возникновения тропических циклонов (ТЦ) и полярных мезоциклонов (ПМ). При этом использовались результаты, полученные при исследовании конвекции во вращающейся жидкости (см. также (*Голицын, 2008*; *Голицын, 2009*)).

Взаимодействие океана и атмосферы, в том числе обмен количеством движения, теплом и влагой можно описать с использованием балк-формул (*Китайгородский, 1970; Kraus and Businger, 1994*):

$$\tau = \rho\langle u'w'\rangle = \rho u_*^2 = c_D \rho U^2 , \tag{1а}$$

$$F_{SH} = \rho c_p \langle w'T'\rangle = c_T \rho c_p U \Delta T , \tag{1б}$$

$$F_{LH} = \rho\langle q'w'\rangle = c_E \rho U \Delta q . \tag{1б}$$

Здесь ρ – плотность воздуха, w' и u' – турбулентные флуктуации вертикальной и горизонтальной компонент скорости ветра, T' и q' – флуктуации температуры и отношения смеси водяного пара, c_D, c_T и c_E – коэффициенты сопротивления для импульса, явного и скрытого тепла, U – приповерхностная скорость ветра – на высоте z = 10 м над уровнем моря, $\Delta T = T_s - T_a$ – разность между температурой водной поверхности и приповерхностной температурой атмосферы (на высоте 10 м), Δq – разность между отношениями смеси для водяного пара у поверхности моря и на высоте 10 м. Угловые скобки в (1) означают статистическое осреднение. Относительная влажность RH = $(e / e_s)\cdot 100\% \equiv f \cdot 100\%$, где $e_s(T)$ – давление насыщения водяного пара у поверхности, считается стопроцентной. Отношение смеси связано с парциальным давлением водяного пара e соотношением

$$q = k_\mu e/p, \tag{2}$$

где p – атмосферное давление, а коэффициент k_μ = 0.622 характеризует отношение молекулярных весов водяного пара μ_w и сухого воздуха μ_a .

Величина e_s согласно уравнению Клапейрона–Клаузиуса сильно зависит от температуры. Для этой зависимости можно использовать следующую аппроксимацию *(Henderson-Sellers, 1984*) (см. также (*Голицын, 2012*)):

$$e_s(T) = exp[k_o - k_1(T-k_2)^{-1}], \tag{3}$$

Если $[e_s]$ = Па, [T] = K, то k_o = 23.8, k_1 = 4157, k_2 = 33.9. Используется также зависимость теплоты испарения от абсолютной температуры (*Henderson-Sellers, 1984*)

$$L = p_o[T(T-p_1)^{-1}]^2, \tag{4}$$

при этом в достаточно широком температурном диапазоне L изменяется сравнительно мало.

Значимым параметром для описания конвекции является поток плавучести, определяемый в случае нагрева и увлажнения воздуха при $(\mu_a-\mu_w)/\mu_w$ = 0.611 в виде

$$b = -\frac{g}{\rho}\langle \rho' w'\rangle = \frac{g}{T}\langle w'T'\rangle + 0.611 g\langle w'q'\rangle .$$

С учетом (1б) и (1в) при $(\mu_a-\mu_w)/\mu_a$ = 0.378 это сводится к виду

$$b = g'U,\ \ g' = c_T \frac{\Delta T}{T} g\left(1 + 0.378 \frac{T\,\Delta e}{p\,\Delta T}\right),\ \ \Delta e = e_s(T_s) - f\, e_s(T_a)\,, \tag{5}$$

где g' определяется в (*Голицын, 2012*) как редуцированное ускорение силы тяжести в нагретом и увлажнённом воздухе, а также в соответствии с (*Kraus and Businger, 1994; Fairall et al., 2003*) коэффициенты c_T и c_E считаются равными. Согласно (5) поток плавучести при более лёгком водяном паре и ненасыщенном воздухе отличен от нуля даже при $\Delta T = 0$ и становится равным нулю, когда воздух теплее воды на $\Delta T = T_a - T_s = 0.378\Delta e / p$. В тропиках характерная величина ΔT порядка 1К, а в полярных морях – на один–два порядка меньше (*Голицын, 2012*).

Представление (5) характеризует поток плавучести в отсутствие конденсации. Если считать, что при относительно тонком подоблачном слое процессы конденсации действуют практически от поверхности редуцированное ускорение силы тяжести в (5) можно представить в виде (*Голицын, 2012*)

$$g' = c_T g \frac{\Delta T}{T}\left(1 + \mathrm{Bo}^{-1}\right), \quad \mathrm{Bo}^{-1} = \frac{\mu_w}{\mu_a} \frac{L\Delta e}{p c_p \Delta T} = 0.614 L_1 \frac{\Delta e}{T}, \tag{6}$$

где Bo – число Боуэна – отношение потоков явного и скрытого тепла, $p = p_s = 1.013 \cdot 10^5$ Па – среднее давление атмосферы на уровне моря.

В (*Голицын, 2012*) с использованием результатов исследований конвективных процессов во вращающейся жидкости, отмечено, что скорость ветра в интенсивных атмосферных вихрях, концентрирующих окружающий воздух с его угловым моментом, должна быть связана с интенсивностью конвекции. При более сильном ветре больше отбор энергии у океана, больше поток плавучести, сильнее концентрация углового момента. Ключевыми параметрами являются характеризующий вращение Земли параметр Кориолиса $l_c = 2\omega\sin\varphi$ (ω – угловая скорость вращения Земли, φ – широта) и скорость генерации/диссипации кинетической энергии. В квазистационарном случае скорость генерации/диссипации кинетической энергии должна быть равна потоку плавучести (см. (*Монин и Яглом, 1967*))

$$b = \frac{\alpha g F}{\rho c_p} = g'U, \tag{7}$$

где α – коэффициент теплового расширения (для идеального газа равный обратной величине абсолютной температуры), F – поток тепла, g' – редуцированное ускорение. В (*Голицын, 2012*) из параметров b и l_c построены масштабы скорости

$$U = c b^{1/2} l_c^{-1/2}, \tag{8}$$

и площади

$$S = b l_c^{-3}, \tag{9}$$

а при учете массы единичного столба атмосферного воздуха M можно определить масштаб кинетической энергии. Уменьшение давления в центре циклона δp характеризуется соотношением Бернулли

$$\delta p = \rho U^2 = 3\rho b / l_c\,.$$

Применимость этой зависимости подтверждена по данным не для одной тысячи тропических циклонов (см., напр., (*Priputnev et al., 1998; Голицын и др., 1999*)). Зависимость (9) объясняет, почему полярные мезоциклоны заметно меньше тропических циклонов: в высоких широтах параметр Кориолиса существенно больше, чем, тропических.

Согласно (8) поток плавучести b линейно пропорционален скорости ветра U, а масштаб скорости пропорционален $b^{1/2}$. При этом выражение для скорости, зависящее от разности температур и относительной влажности атмосферы через редуцированное ускорение силы тяжести (5) (или (6)) и параметр Кориолиса с учётом (8) сводится к виду

$$U \approx 3g'l_c^{-1}. \tag{10}$$

Вместо традиционного условия $T_S \geq 26$ ºС для температуры поверхности океана, при превышении которой генерируются тропические циклоны, в (*Голицын, 2012*) было предложено условие для потока тепла от океана к атмосфере, характеризующего степень термодинамической неравновесности между этими океаном и атмосферой.

Малость времени развития ТЦ и ПМ накладывает ограничение на условия развития этих вихрей до реальных высот – до 18 км для ТЦ и 5–6 км для ПМ. Процессы конвективных вихрей описываются теорией проникающей конвекции, когда мощность конвективных процессов направлена на преодоление потенциальной энергии устойчиво стратифицированной атмосферы (*Зилитинкевич, 1987; Fedorovich et al., 2004*). Зависимость от времени t высоты проникающего конвективного слоя h можно представить в следующем виде (*Зилитинкевич, 1987*):

$$h(t) = N^{-1}(2bt)^{1/2}, \tag{11}$$

где N – частота Брента–Вяйсяля – характеристика статической устойчивости атмосферы, b – поток плавучести на нижней границе конвективного слоя, предполагаемый постоянным и в соответствии с (5). Частоту Брента–Вяйсяля, определяемую согласно

$$N^2 = \frac{g}{T}\left(\frac{dT}{dz} + \gamma_a\right), \tag{12}$$

где $\gamma_a = g/c_p$, можно представить в безразмерном виде:

$$n = (1 - \gamma/\gamma_a)^{1/2}, \tag{13}$$

где $\gamma = -dT/dz$, $n^2 = N^2/n_0^2$, $n_0^2 = g^2/c_pT$ – квадрат частоты для изотермической атмосферы.

Из (11) следует критерий развития ТЦ и ПМ (см. (*Голицын, 2012*))

$$\frac{(2bt)^{1/2}}{hN} \geq 1. \tag{14}$$

При выполнении условия (14) циклон, если образуется, достигнет необходимой высоты развития. Неравенство (14) с использованием (6) можно представить в виде

$$A\frac{\Delta T}{T}\left(1 + \mathrm{Bo}^{-1}\right) \geq 1, \qquad A = \frac{c_T g}{hN}\left(\frac{2t}{l_c}\right)^{1/2}. \tag{15}$$

Параметр A не зависит от степени термодинамической неравновесности океана и атмосферы.

Сформулированные в (*Голицын, 2012*) условия являются необходимыми (но не достаточными) для возникновения интенсивных атмосферных вихрей – тропических циклонов и полярных мезоциклонов. Предложен комплексный критерий, который выражается через параметры термодинамической неравновесности между океаном и атмосферой – разность температур между ними, температуру водной поверхности, влажность атмосферы и её статическую устойчивость, а

также через время развития. Полученные оценки, что для возникновения ТЦ нужна разность температур всего лишь порядка 1 К, требуют соответствующей точности измерений величин, от которых зависит критерий (см. также (*Голицын, 2008*; *Golitsyn, 2009*).

Важный момент (*Голицын, 2012*) связан с охлаждением ураганами поверхностных вод океана на один или даже несколько градусов (*Palmen and Newton, 1969* (русский перевод: *Пальмен и Ньютон, 1973*); *Emanuel, 1991, 2003*). Для рассмотрения этого вопроса нужно уметь оценивать поток энтальпии – теплосодержания из воды при ураганных ветрах. Соображения размерности дают для этого потока с единицы площади в стационарном случае

$$F = Mb, \tag{16}$$

где, напоминаем M – вес столба атмосферы в урагане, b – поток плавучести, размерность $[F] = \text{Вт/м}^2 = \text{кг/с}^3$. При ветрах $U = 33$ м/с, при которых шторм и начинает называться ураганом, поток плавучести, согласно (*Голицын, 2008; Golitsyn, 2009*), порядка $2.5\cdot10^{-2}$ м^2/с$^{-3}$. За время действия ветра t из воды будет отобрана энтальпия $E = Ft = Mbt$, а температура верхнего квазиоднородного слоя (ВКС), толщиной, скажем, $h' = 50$ м понизится на

$$\Delta T = \frac{Mbt}{\rho h c_p}, \tag{17}$$

где ρ, c_p , h – характеристики воды для ВКС. Подставляя сюда $M = 10^4$ кг/м^2, $b = 2.5\cdot10^{-2}$ м^2/с$^{-3}$, $t = 1$ сутки $= 8.64\cdot10^4$ с, $h = 50$ м, $\rho = 10^3$ кг/м^3, $c_p = 4.2\cdot10^3$ Дж/кг/К, получим $\Delta T \approx 0.1$K. Поток плавучести согласно (8) пропорционален скорости ветра. Даже если мы удвоим ветер и длительность его действия, то получим лишь полградуса. В охлаждении океана действует не столько прямая теплоотдача, сколько перемешивание всего ВКС под действием ветра и возбуждаемых им длинных волн, которые поднимают воду из более холодных слоев термоклина. Это уменьшает теплоотдачу в атмосферу и ослабляет сам ураган. Такая сложная совокупность процессов возникновения и развития ураганов сильно осложняет оперативный прогноз их эволюции, а уж прогноз времени и места их возникновения – вообще дело будущих поколений учёных, также как, например, прогноз места и времени ожидаемых землетрясений.

Согласно (*Голицын, 2012*) ветер в 33 м/с за сутки возбудит волны с возрастом $\Omega = 1.1$, длиной 560 м, высотой 4 м и периодом 6 секунд. Очевидно, что такие волны могут хорошо перемешать даже слой глубиной 100 м. Все это получено при неизменности законов волнения, полученных в начале 1970-х годов в Северном море для скоростей $U < 15$ м/с. Гигантская длина волны ставит под вопрос использование этих законов при ураганных ветрах. Это характеристики уже сформировавшегося за сутки волнения при ветре, неизменном по силе и направлению. Однако ураган движется относительно океана, ветер в конкретном месте может менять направление и тогда приведенные здесь оценки следует считать максимальными. Необходимы дальнейшие экспериментальные и численные исследования.

2.6.2. Полярные мезоциклоны

Касаясь теорий зарождения полярных мезоциклонов (polar lows) и особенно полярных ураганов, в которых максимальные скорости ветра достигают 30–35 м/с

(*Rasmussen and Turner, 2003* и ссылки там) (полярные ураганы являются удивительным аналогом тропических ураганов, что в частности проявляется в спиральной структуре облачности и иногда видимом на снимках из космоса «глазе бури») можно выделить две из них. Первая теория объясняет зарождение полярных минимумов процессами бароклинной неустойчивости и использует в качестве математического аппарата известную модель Иди (*Eady, 1949*). Эта модель тем более приспособлена к данной задаче, что в контексте полярных минимумов можно ограничиться относительно тонким нижним слоем атмосферы, в котором воздух менее стратифицирован, нежели вышележащие слои, и поскольку речь идет о высоких широтах параметр Кориолиса можно считать постоянным. Длина волны наиболее неустойчивой моды определяется по формуле $\lambda \cong \frac{2\pi NH(p_0 - \hat{p})}{1.61 f_0((p_0 + \hat{p})/2)}$, где N – частота Брента–Вяйсяля, H – высота однородной атмосферы, f_0 – значение параметра Кориолиса, p_0 – приземное давление, $\hat{p}$ – давление на верхнем уровне слоя, охваченного бароклинной неустойчивостью (наклонной конвекцией в поле силы Кориолиса). Полагая H = 8100 м, что отвечает приземной температуре воздуха T_0 = 277 K (+4 ºC), принимая вслед за *Bratseth* (1985) значение $N^2 = 5\times10^{-5}$ с$^{-2}$, характерное для полярной атмосферы с пониженными значениями вертикальной статической устойчивости, беря p_0 = 1013 hPa и $\hat{p} = 800$ hPa (что примерно соответствует высоте слоя в 1.6 км в приближении Буссинеска), $f_0 = 1.37 \times 10^{-4}$ с$^{-1}$ (на широте 70°), будем иметь $\lambda \cong 383$ км. О второй теории зарождения полярных мезоциклонов речь пойдет ниже.

Термин «полярные мезоциклоны» (polar lows) относится к широкому диапазону циклонических систем малого масштаба, которые развиваются в высоких широтах обоих полушарий главным образом в зимний период. Основная доля исследований полярных мезоциклонов посвящена циркуляционным системам в Северном полушарии, поскольку покрытие наблюдениями там несравненно лучше, чем в Южном полушарии (детальный обзор исследований полярных мезоциклонов в обоих полушариях дан в (*Rasmussen and Turner, 2003*)). Находящиеся на полярных орбитах спутники погоды показали целый набор различных типов полярных циклонов с четко отличающейся структурой относящихся к ним облачных систем. Согласно (*Rasmussen and Turner, 2003*), К. Эмануэль (Kerry Emanuel) первым ввел термин «спектр полярных мезоциклонов» на Международной Конференции по полярным минимумам в г. Осло в 1986 г., который включает все типы полярных циклонов. Индивидуальные полярные мезоциклоны из этого спектра обладают различной структурой и динамикой по отношению друг другу. В связи с этим, было непростой задачей дать однозначное определение таких циркуляционных систем. *Rasmussen and Turner* (2003) предложили общее определение полярных мезоциклонов, которое более-менее покрывает их целый спектр:

«Полярный мезоциклон – это небольшой, но достаточно интенсивный циклон, формирующийся над морем к полюсам от основной бароклинной зоны (полярного фронта или других зон повышенной бароклинности). Горизонтальный масштаб полярных мезо циклонов приблизительно составляет между 200 и 1000 километров, а поверхностные ветра – около или сверх штормовой силы (более 15 м с$^{-1}$).»

По наблюдениям облачных структур со спутников были идентифицированы несколько типов полярных мезоциклонов. Над Северными морями наиболее час-

то наблюдаются два типа полярных мезоциклонов: со слоистыми облаками формы запятой и с конвективными спиралевидными облаками (*Carleton, 1995*).

Было предложено несколько теорий для того, чтобы объяснить генезис и рост полярных мезоциклонов различных типов. Наиболее убедительными и применимыми к большинству типов полярных мезоциклонов теоретическими объяснениями являются бароклинная неустойчивость и условная неустойчивость второго рода (conditional instability of the second kind, CISK). Рассматривалась также баротропная неустойчивость, но полярные мезоциклоны, формирующиеся за счет нее, довольно редки в Северных морях. Многолетние исследования показывают, что полярные мезоциклоны могут развиваться или как чисто бароклинные системы, или как чисто конвективные (посредством механизма CISK) системы. Чисто бароклинные полярные вихри обычно слабее, чем чисто конвективные системы, которые могут достигать интенсивности урагана (скорости ветра 30–35 м/с). Многие исследования также показали, что оба механизма могут одновременно влиять на развитие полярных мезоциклонов.

Касательно теории бароклинной неустойчивости в ее наиболее простой и фундаментальной форме, предложенной Иди (*Eady, 1949*), отметим, что масштаб наиболее быстро растущих (неустойчивых) возмущений – бароклинный радиус деформации Россби – определяется величиной NH / f, где N – частота Брента–Вяйсяля, H – высота однородной атмосферы, f – значение параметра Кориолиса. В средних широтах длина волны наиболее неустойчивой моды в задаче Иди имеет масштаб ~ 3600–4000 км, что вполне отвечает наблюдаемым длинам среднеширотных бароклинных волн. Что касается адаптации модели Иди к объяснению развития мезомасштабных циклонов, типа полярных мезоциклонов, можно, во-первых, заметить, что в приполярных широтах значения параметра Кориолиса f заметно выше, чем в средних широтах. Более того, значение H существенно уменьшается во время прорывов холодного воздуха над теплым морем, и наконец, такой прорыв холодного воздуха ведет к уменьшенным значениям N в нижних слоях тропосферы из-за усиленного теплового взаимодействия между поверхностью моря и воздухом. С этими измененными параметрами масштаб получающихся неустойчивых волн становится сравним с масштабом наблюдаемых полярных мезоциклонов. Важной чертой большинства полярных мезоциклонов, обусловленных бароклинной неустойчивостью, является наличие мобильной верхне-тропосферной ложбины над районом циклогенеза (*Businger and Reed, 1989*). Эти ложбины обычно находятся внутри крупномасштабных внетропических мезоциклонов, распространяющихся на северо-восток над Северными морями. Ложбины связаны с вторичным максимумом завихренности и соответствующей положительной адвекцией завихренности и обеспечивают динамические условия на верхних уровнях для развития полярного мезоциклона.

Теория бароклинной неустойчивости объясняет образование и развитие только полярных мезоциклонов со структурой слоистых облаков в форме запятой. Она неэффективна при объяснении образования и поддержания организованной кучевой конвекции, которая формирует спиралевидные облака, часто с «безоблачным глазом» в центре. Для этой цели привлекается теория CISK, впервые предложенная в работах (*Charney and Eliassen, 1964; Ooyama, 1964*) чтобы описывать динамику тропических ураганов. Необходимыми условиями того, что CISK приведет к росту циклона, является наличие начальной локальной депрес-

сии в поле давления на нижних уровнях, а также достаточное количество CAPE в атмосфере. Применение концепции CISK к тропическим циклонам подверглось впоследствии существенной критике (*Emanuel, 1986*), основанной на том наблюдении, что тропическая атмосфера практически нейтральна, нежели условно-неустойчиво стратифицирована и в ней отсутствует резервуар CAPE, как то предполагали *Charney and Eliassen* (1964) и *Ooyama* (1964). Эмануэль (*Emanuel, 1986*) предложил механизм взаимодействия океан–атмосфера, который теперь называется WISHE (Wind Induced Surface Heat Exchange), согласно которому поддержание циклонического вихря обусловлено турбулентным переносом тепла от поверхности моря в вихрь. Однако, как показал *Rasmussen* (1979) значения CAPE могут достигать 1100 Дж/кг при формировании полярного мезоциклона, когда очень холодный воздух находится над теплой поверхностью моря, поэтому концепция CISK вполне применима к полярным мезоциклонам, даже если есть обоснованные сомнения в ее применимости к тропическим циклонам. В данном разделе следуя работе (*Bratseth, 1985*) (А. Братсет был ассистентом А. Элиассена, опубликовал ряд замечательных работ по динамической метеорологии, но к сожалению достаточно рано умер, см. (*Arne M. Bratseth. In Memoriam, 2004*)), где дано красивое аналитическое решение задачи о росте полярного мезоциклона в теории CISK, решается сходная задача, но в чуть отличающейся постановке. Во-первых, вместо слоя атмосферы описываемого в приближении Буссинеска, рассматривается полностью сжимаемая атмосфера в изобарических координатах, когда уравнения движения, записанные в форме, данной например в (*Булеев и Марчук, 1958; Монин, 1958; Дикий и Курганский, 1971*), допускает элегантный математический анализ. Во-вторых, выделение скрытой теплоты при конвекции трактуется еще проще и в определенном смысле более общим образом чем у Братсета (*Bratseth, 1985*) – путем использования аппарата δ-функций. Представленное решение было получено еще в начале 1990-х годов. Автор на протяжении ряда лет включал его в курс лекций по динамике атмосферы, читанных на кафедре физики атмосферы физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, однако по ряду причин оно не было опубликовано и в настоящем виде публикуется впервые.

Н.И. Булеев и Г.И. Марчук (*Булеев и Марчук, 1958*) были фактически первыми, кто систематически использовал изобарические p-координаты для формулирования – в квазигеострофическом приближении – прогностической системы уравнений гидротермодинамики атмосферы, в частности для эффективного аналитического построения функции Грина прогностической задачи в этих координатах. Записанные в p-координатах квазигеострофические уравнения обладают преимуществом математической элегантности и доступности исследованию аналитическими средствами, при этом с достаточно полным учетом эффектов сжимаемости атмосферного воздуха. В итоге, анализ этих уравнений получается лишь немного сложнее анализа уравнений динамики атмосферы, взятых в приближении Буссинеска. В последнем же случае отказ от учета сжимаемости атмосферного воздуха, строго говоря, справедлив, только если рассматривается слой атмосферы мощностью 2–3 км, т.е. существенно меньшей высоты однородной атмосферы. В данном разделе, следуя пионерской работе Братсета (*Bratseth, 1985*), вновь рассматривается задача о взрывном циклогенезе (образовании полярных мезоциклонов), причем в отличие от работы Братсета производится отказ

от использования приближения Буссинеска и решается задача для сжимаемой атмосферы на основе систематического использования изобарической системы координат. Полученное решение математически лишь немногим сложнее полученного Братсетом, но как представляется, оно более приспособлено для количественного сопоставления с расчетами на основе более сложных и полных моделей атмосферной динамики.

Исходим из уравнения притока тепла в изобарической системе координат (напр. *Монин, 1988; Курганский, 1993*)

$$g\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}p^2\frac{\partial z}{\partial p}+\alpha^2c_0^2w^*=-kp\hat{Q}.$$

Здесь z – геопотенциальная высота, g – ускорение свободного падения, $\mathrm{D}/\mathrm{D}t$ – полная производная по времени вдоль изобарической поверхности, w^* – обобщенная вертикальная скорость в p-координатах. Далее, $\alpha^2 = Rg^{-1}(\gamma_a - \gamma)TT_0^{-1} = O(10^{-1})$ – малый параметр бароклинности атмосферы, где R – газовая постоянная сухого воздуха, γ – осредненный по изобарам фактический вертикальный градиент температуры и γ_a – сухоадиабатический градиент температуры, T – средняя температура на изобарических поверхностях, T_0 – средняя приземная температура воздуха, $c_0^2 = RT_0$, $k = R / c_p$, c_p – удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении и $\hat{Q}$ – диабатические притоки тепла в расчете на единицу массы. Допуская определенное приближение, считаем параметр α^2 постоянным.

Уравнение вихря скорости берется в консервативном приближении, т.е. пренебрегается силами внутреннего (турбулентного) трения в атмосфере

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}\left(\nabla^2\psi+f\right)=f_0\frac{\partial w^*}{\partial p}\cdot$$

Здесь $\psi = gz / f_0$ – геострофическая функция тока и f_0 – постоянное (среднее) значение параметра Кориолиса f. В терминах функции ψ уравнение притока тепла принимает вид

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}p^2\frac{\partial\psi}{\partial p}+\frac{f_0}{m^2}w^*=-\frac{kp}{f_0}\hat{Q},\qquad m^2=\frac{f_0^2}{\alpha^2c_0^2}=\frac{f_0^2}{N^2H^2}\equiv\frac{1}{L_R^2}.$$

Здесь, $N^2 = g(\gamma_a - \gamma)T^{-1}$ – квадрат частоты Брента–Вяйсяля и $H = RTg^{-1}$. Очевидно, что параметр m – это, по сути, обратное значение бароклинного масштаба Россби L_R. Так как данная задача – о генезисе, то она решается путем линеаризации уравнений вокруг состояния покоя, а кроме того в пренебрежении бета-эффектом ($f \cong f_0 = const$), поскольку речь идет о высоких широтах Земли, где этот эффект мал:

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\psi=f_0\frac{\partial w^*}{\partial p},\tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}p^2\frac{\partial\psi}{\partial p}+\frac{f_0}{m^2}w^*=-\frac{kp}{f_0}\hat{Q}\cdot\tag{2}$$

Исключим из этих уравнений скорость изменения во времени $\partial\psi / \partial t$ геострофической функции тока: для этого на (1) подействуем оператором $p^2(\partial / \partial p)$, на (2) оператором $-\nabla^2$ и результаты сложим

$$\left(\nabla^2+m^2p^2\frac{\partial^2}{\partial p^2}\right)w^*=-k\frac{m^2}{f_0^2}p\nabla^2\hat{Q}\cdot\tag{3}$$

Уравнение (3) – второго порядка по p; необходимо поставить, во-первых, условие $w^* \to 0$ на верхней границе атмосферы, а во-вторых, граничное условие на поверхности Земли (приближенно на изобарическом уровне $p = p_0$), причем сделать это нужно в терминах обобщенной скорости w^*.

Нижнюю границу соотносим с верхней границей экмановского пограничного слоя. Согласно формуле Дюбюка–Чарни–Элиассена

$$w = w_E = \frac{\delta_E}{2}\nabla^2\psi$$

где w – вертикальная скорость и δ_E – толщина экмановского погранслоя. Исходим далее из известной формулы $w^* = -\rho g w$, ρ – плотность воздуха. Таким образом, на изобарическом уровне $p = p_0$

$$\nabla^2\psi = -\frac{2RT_0}{gp_0\delta_E}w^*$$

и, подставляя эту формулу в (1), имеем искомое граничное условие

$$\left(\frac{\partial w^*}{\partial t} + \varepsilon\, p\frac{\partial w^*}{\partial p}\right)\Bigg|_{p=p_0} = 0, \qquad \varepsilon = f_0\frac{g\delta_E}{2RT_0}. \tag{4}$$

Постулируется, что выделение скрытой теплоты конденсации водяного пара происходит вблизи изобарического уровня $p = p_* < p_0$, так что в пределе $\hat{Q} = Q_0\delta(p - p_*)$, где использована дельта-функция Дирака. По горизонтальным координатам производится или Фурье-разложение, или, например, для определенности рассматривается осесимметричный вихрь, причем считается, что $Q_0 = \widetilde{Q}_0(t)J_0(k_0 r)$, где J_0 – функция Бесселя нулевого порядка и r – радиальная координата (расстояние до центра вихря). При этом ограничиваемся такими расстояниями до оси симметрии, когда функция Бесселя положительна, т.е. $r \le R$, где $k_0 R = \eta_1$ и $\eta_1 \approx 2.4$ – первый нуль функции J_0. Тогда решение (3) ищется в виде $w^* = \widetilde{w}^*(p,t)J_0(k_0 r)$ и мы приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\left(p^2\frac{d^2}{dp^2} - b^2\right)w^* = k\frac{k_0^2}{f_0^2}\,pQ_0\delta(p - p_*), \tag{5}$$

где введено обозначение $b^2 = k_0^2 / m^2$ для квадрата безразмерного волнового числа, характеризующего радиальную протяженность вихря.

Общее решение неоднородного уравнения (5) представляется в виде суммы общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения (5). Начнем с последнего. При $p \ne p_*$ имеем однородное уравнение Эйлера $\left(p^2\frac{d^2}{dp^2} - b^2\right)w^* = 0$, которое имеет степенные решения $w^* \propto p^s$ и характеристическое уравнение которого имеет вид $s(s-1) - b^2 = 0$. Следовательно

$$s_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + b^2} > 0, \qquad s_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + b^2} < 0$$

и $w^* = Ap^{s_1}$ при $p < p^*$, $w^* = Bp^{s_2}$ при $p > p^*$, где A и B неопределенные пока множители. Чтобы сшить эти решения и найти A и B действуем стандартным образом и интегрируем (5) по бесконечно малой δ-окрестности уровня $p = p_*$

$$\int_{p_*-\delta}^{p_*+\delta}\left(p^2\frac{d^2}{dp^2}-b^2\right)w^*\mathrm{d}p=\int_{p_*-\delta}^{p_*+\delta}k\frac{k_0^2}{f_0^2}pQ_0\delta(p-p_*)\,\mathrm{d}p\,. \tag{6}$$

Второй интеграл в левой части (6) стремится к нулю при $\delta \to 0$. Рассмотрим первый интеграл

$$\int_{p_*-\delta}^{p_*+\delta}p^2\frac{d^2}{dp^2}w^*\mathrm{d}p=\int_{p_*-\delta}^{p_*+\delta}\frac{d}{dp}\left(p^2\frac{dw^*}{dp}\right)\mathrm{d}p-\int_{p_*-\delta}^{p_*+\delta}2p\frac{dw^*}{dp}\mathrm{d}p=p_*^2\left(\left.\frac{dw^*}{dp}\right|_{p_*+\delta}-\left.\frac{dw^*}{dp}\right|_{p_*-\delta}\right)$$

Здесь учтено, что второй интеграл в правой части промежуточного равенства стремится к нулю при $\delta \to 0$ (производная dw^*/dp конечна). Используя свойство дельта-функции, подставляя наши решения и требуя их непрерывность при $p = p_*$, находим ($A = Bp_*^{s_2-s_1}$)

$$B=k\frac{k_0^2}{f_0^2}Q_0\frac{p_*^{-s_2}}{s_2-s_1},$$

так что при $p > p_*$

$$w^*=k\frac{k_0^2}{f_0^2}Q_0\frac{(p/p_*)^{s_2}}{s_2-s_1} \tag{7}$$

и получена линейная связь между полем (обобщенной) вертикальной скорости и интенсивностью выделения скрытой теплоты.

Введем обозначение $w^* = W(t)$ для обобщенной вертикальной скорости на нижнем уровне $p = p_0$. Прибавляя к (7) общее решение однородного уравнения, $C(p/p_0)^{s_1}$, удовлетворяющее условию регулярности при $p \to 0$ и в котором фигурирует неопределенная пока постоянная C, будем, очевидно, для нее иметь соотношение

$$C=W-k\frac{k_0^2}{f_0^2}Q_0\frac{(p_0/p_*)^{s_2}}{s_2-s_1}\,.$$

Поэтому при произвольном давлении $p_* < p \le p_0$ будем иметь

$$w^*=W\left(\frac{p}{p_0}\right)^{s_1}-k\frac{k_0^2}{f_0^2}Q_0\frac{(p_0/p_*)^{s_2}(p/p_0)^{s_1}}{s_2-s_1}+k\frac{k_0^2}{f_0^2}Q_0\frac{(p/p_*)^{s_2}}{s_2-s_1},$$

что позволяет вычислить производную dw^*/dp, так что из (4) имеем

$$\frac{dW}{dt}+\varepsilon s_1 W+\varepsilon k\frac{k_0^2}{f_0^2}Q_0\left(\frac{p_0}{p_*}\right)^{s_2}=0$$

Чтобы замкнуть задачу, используем уравнение баланса скрытой теплоты

$$\int_0^{p_0}Q_0\delta(p-p_*)\frac{\mathrm{d}p}{g}=\rho qLw\big|_{p=p_0},$$

где L – скрытая теплота парообразования и q – приземная удельная влажность. Таким образом, $Q_0 = -LWq$ и в общем случае получается нестационарное уравнение

$$\frac{dW}{dt} + \varepsilon\left\{ s_1 - \frac{kLqk_0^2}{f_0^2}\left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{s_2}\right\} W = 0\,. \tag{8}$$

Его решение будет растущим во времени, если

$$\frac{k_0^2}{s_1}\left(\frac{p_0}{p_*}\right)^{s_2} \geq \frac{f_0^2}{kLq}, \tag{9А}$$

или что эквивалентно

$$\frac{b^2}{s_1}\left(\frac{p_0}{p_*}\right)^{s_2} \geq \frac{\alpha^2 c_0^2}{kLq}, \tag{9Б}$$

где правая часть неравенств (9) составлена из одних только термодинамических величин. Левая часть (9Б) представляет собой функцию квадрата безразмерного волнового числа b^2, которая, будучи положительной, стремится у нулю как при малых, так и (очень) больших b^2. При определенных значениях параметров, если правая часть не очень велика, т.е. удельная влажность q превышает определенное критическое значение, которое впрочем мало, существуют два значения $b_{1,2}^2$ ($b_1^2 < b_2^2$), при которых нестрогое неравенство (9) становится равенством и рост вихревого решения осуществляется при $b_1^2 < b^2 < b_2^2$. В этом случае имеется некоторое промежуточное значение $b_1^2 < b_*^2 < b_2^2$, обеспечивающее максимальную скорость роста во времени исследуемого решения.

Значения q и p_* в правой и левой частях (9) взаимосвязаны. Давление p_* на уровне конденсации определяется из условия, что в воздушной частице, поднимающейся приблизительно по сухоадибатическому закону (до начала конденсации водяного пара), значение q становится равным насыщающему значению удельной влажности $q_s(T_*, p_*) \cong 0.622\, E(T_*)/p_*$, где $T_* = T_0 - \gamma_a h$, T_0 – приземная температура воздуха и h – высота уровня конденсации; $E(T_*)$ – упругость насыщающих паров при температуре T_*. При низком уровне конденсации (в полярных широтах) можно воспользоваться простой приближенной формулой $\ln(p_0 / p_*) \approx gh / RT_0$. Замыкает задачу известная формула

$$E(\text{гПа}) = 6.112\,\exp\left(\frac{17.67\,T(^\circ\text{C})}{T(^\circ\text{C}) + 243.5}\right). \tag{10}$$

Получающаяся задача должна, вообще говоря, решаться методом итераций. Ниже дан пример такого приближенного решения. Принимаем, что приземная температура воздуха равна T_0 = 277K (+4 ºC), относительная влажность составляет RH = 80%, а приземное давление составляет p_0 = 1013 hPa. При этих значениях параметров, с использованием (10), $q \approx 4$ г кг$^{-1}$. Тогда приближенно получается, что $h \approx 415$ м, $T_* \approx 273$K (0 ºC), $p_* \approx 0.95\, p_0 \approx 960$ hPa. При этом правая часть (9Б) равна ≈ 2.78.

Расчет показывает, что $b_1^2 \approx 1.54$, т.е. радиус растущего во времени вихря ограничен сверху величиной $R_{\max} \equiv \eta_1 / k_0 \approx 2.4 / m\sqrt{1.54} \approx 10^6$ м, где для частоты Брента–Вяйсяля вслед за Братсетом (*Bratseth, 1985*) принято значение $N^2 = 5\times10^{-5}$ с$^{-2}$, характерное для полярной атмосферы с пониженными значениями вертикальной статической устойчивости. Чем меньше радиус вихря, тем быстрее рост вихря во времени. Как следует из (8), этот рост (своего рода «ультрафиолетовая катастрофа») не может продолжаться неограниченно, и для принятых выше значениях параметров максимальная скорость роста получается при $b_*^2 \approx 350$, что однако относится к области мезо-масштабов, где используемое квазигеострофическое приближение уже неприменимо. Поэтому имеется смысл ограничиться рассмотрением значений b^2 лишь относительно немного (не более чем в 10 раз по порядку величины) превосходящих b_1^2. Физически, значение b^2 устанавливается под влиянием нелинейных факторов, а также турбулентной диссипации, которые мы игнорировали в данном анализе.

2.6.3. Гидродинамические модели зарождения и интенсификации тропических циклонов

Тропические циклоны (ТЦ) – интенсивные атмосферные вихри, формирующиеся над океанами в тропиках. Причиняемый ТЦ значительный ущерб стимулировал активные исследования этих разрушительных природных явлений (*Голицын, 2008; Gray, 1979; Emanuel, 1991, 2003*). К настоящему времени разработаны как аналитические модели, связывающие зарождение ТЦ с реализацией различных форм влажноконвективной неустойчивости, так и численные модели с детальным описанием турбулентности и микрофизических процессов в облаках (*Хаин, 1989; Nolan, 2007*). Хотя существующие модели еще далеки от полного решения задач прогноза, они дают общие представления об основных физических механизмах формирования ТЦ. Согласно этим представлениям, формирование ТЦ связано с объемным тепловыделением при конденсации водяного пара в условиях интенсивной влажной конвекции над термически неоднородной поверхностью океана. Во вращающейся стратифицированной атмосфере объемный источник тепла индуцирует радиальный поток массы, направленный к центру развивающегося возмущения на нижних уровнях. В силу закона сохранения абсолютного углового момента или, что эквивалентно, закручивающего действия силы Кориолиса этот поток приобретает интенсивное циклоническое вращение.

Данный раздел состоит из двух подразделов. В первом из них рассмотрена задача о конвективной неустойчивости влажного насыщенного слоя атмосферы, обобщающая постановку классической задачи Релея. Представлено аналитическое решение задачи, демонстрирующее принципиальные отличия влажной конвекции от конвекции Релея. Так, при потере устойчивости в двумерной задаче развиваются либо уединенные конвективные валы (аналоги локализованных вихрей), либо пространственно периодические системы валов с узкими областями восходящих движений. В задаче с осевой симметрией возможен спонтанный рост уединенных конвективных вихрей с циркуляцией, характерной для тропических циклонов (ураганов) на ранней стадии развития. Формирование таких вихрей обусловлено исключительно эффектом выделения скрытой теплоты конденсации.

Во втором подразделе рассмотрена так называемая сбалансированная модель Элиассена (*Eliassen, 1952*), представляющая ТЦ как динамическую реакцию атмосферы на заданное объемное нагревание. Новая формулировка модели позволяет построить класс точных решений, описывающих нелинейную стадию интенсификации ТЦ и ряд наблюдаемых особенностей их структуры. С использованием точных решений, в частности, показано, что циклоническое вращение в приосевой зоне ТЦ с течением времени охватывает всю тропосферу. Интенсификация ТЦ на нижних уровнях сопровождается экспоненциальным ростом максимума тангенциальной скорости и уменьшением радиуса максимального ветра (сжатием вихря).

2.6.3.1. Конвективная неустойчивость слоя влажной атмосферы. Зарождение локализованных конвективных вихрей

Постановка задачи.

Рассматривается постановка, приближенная к постановке классической задачи Релея (*Гершуни и Жуховицкий, 1972*). Имеется вращающийся слой вязкой теплопроводной насыщенной водяным паром атмосферы толщины h, заключенный между двумя твердыми горизонтальными границами. На горизонтальных границах слоя поддерживаются постоянные температуры, так что распределение температуры в состоянии равновесия есть линейная функция вертикальной координаты. Требуется исследовать устойчивость равновесного состояния с учетом эффекта выделения скрытой теплоты конденсации при восходящих движениях насыщенного воздуха.

Исследование устойчивости проводится в рамках системы уравнений, используемой при численном моделировании атмосферной конвекции (*Гутман, 1969*). В соответствующей системе вместо молекулярных коэффициентов вязкости и теплопроводности используются их турбулентные аналоги (моделирующие эффект мелкомасштабной стохастической конвекции). Кроме того, делается допущение об анизотропном характере турбулентного обмена, различном в горизонтальном и вертикальном направлениях. С учетом этого допущения, поведение малых возмущений равновесного состояния описывается системой уравнений

$$\mathbf{u}_t + f\mathbf{k} \times \mathbf{u} = -\nabla p + g\theta\mathbf{k} + \mu\Delta\mathbf{u} + \nu\mathbf{u}_{zz}, \ \mathrm{div}\ \mathbf{u} = 0,$$
$$\theta_t + \Gamma w = \mu\Delta\theta + \nu\theta_{zz} + Q, \qquad (1)$$

которая рассматривается вместе с краевыми условиями Релея (условиями скольжения) на горизонтальных границах

$$u_z = \mathrm{v}_z = w = \theta = 0, \quad z = 0, h. \qquad (2)$$

Здесь $\mathbf{u}$ – вектор скорости с компонентами u, v, w вдоль горизонтальных осей x, y и направленной вертикально вверх оси z соответственно, $p = p'/\overline{\rho}$, $\theta = \alpha T'$, p', T' – отклонения давления и температуры от их равновесных распределений, α – коэффициент теплового расширения, $\overline{\rho}$ – постоянное среднее значение плотности, $\Gamma = \alpha(\gamma_a - \gamma)$ – параметр стратификации, $\gamma = -d\overline{T}/dz$ – градиент температуры в равновесном состоянии, $\gamma_a = g/c_p$ – сухоадиабатический градиент, μ, ν – коэффициенты турбулентного обмена в горизонтальном и вертикальном направлениях, f – параметр Кориолиса, Δ – двумерный (по горизонтальным координатам) оператор Лапласа, $\mathbf{k}$ – вертикальный орт, $Q = \alpha M / c_p$, M – интенсивность (Вт/кг) источника тепла.

Источник, связанный с выделением скрытой теплоты конденсации, будем представлять в виде: $M = -Lw(ds_m / dz)$ для восходящего потока насыщенного воздуха, $M = 0$ для нисходящего потока. Здесь L – удельная теплота конденсации, s_m – массовая доля насыщенного пара. Вводя функцию Хэвисайда ($H(w) = 1, w > 0$; $H(w) = 0$, $w < 0$) и влажноадиабатический градиент температуры $\gamma_m = \gamma_a + (L / c_p)(ds_m / dz)$, выражение для источника можно записать в виде

$$M = c_p(\gamma_a - \gamma_m)\, wH(w), \tag{3}$$

Представление (3) означает, что в поднимающихся объемах воздуха происходит конденсация водяного пара, причем весь конденсат выпадает в виде дождя (*Asai and Nakasui, 1977*, *1992; Kuo, 1961; Yamasaki, 1974*). Влажноадиабатический градиент в общем случае зависит от температуры и давления равновесного состояния. Далее пренебрегаем этой зависимостью, считая γ_m постоянным.

Нелинейная (неаналитическая) зависимость источника (3) от знака вертикальной скорости составляет основную математическую особенность задачи о влажной конвекции. В математической литературе подобные источники часто называют прыгающими или скачкообразными нелинейностями.

При построении решения задачи (3)–(5) далее используется квазистатическое приближение. В этом приближении проекция уравнения для импульса на вертикальную ось заменяется уравнением гидростатики $p_z = g\theta$. Квазистатический вариант системы (3) с краевыми условиями (4) допускает разделение переменных – решение и источник можно представить рядом по собственным функциям $\cos(\pi nz / h)$, $\sin(\pi nz / h)$ оператора d^2 / dz^2. Будем рассматривать случай $n = 1$ (первая вертикальная мода) и положим

$$(u, \mathrm{v}, p) = (\widetilde{u}, \widetilde{\mathrm{v}}, \widetilde{p})\cos(\pi z / h), \quad (w, \theta, Q) = (\widetilde{w}, \widetilde{\theta}, \widetilde{Q})\sin(\pi z / h),$$

где в первых скобках правой части стоят амплитуды, не зависящие от z. Исключение давления приводит к системе из трех уравнений относительно $\widetilde{w}, \widetilde{\theta}$ и вертикального компонента завихренности $\widetilde{\omega} = \widetilde{\mathrm{v}}_x - \widetilde{u}_y$. Примем в качестве масштабов переменных $t, x, y, \widetilde{w}, \widetilde{\omega}$ соответственно $d^2 / \nu, \sqrt{\mu / \nu}\, d, \sqrt{\mu / \nu}\, d,\ gd^2 / \mu,\ \nu g / \mu fd$, где $d = h / \pi$. Опуская волну, в безразмерных переменных получим систему уравнений для амплитуд

$$w_t - \Delta w + w + \omega + \Delta\theta = 0, \quad \omega_t - \Delta\omega + \omega - Tw = 0,$$
$$\theta_t - \Delta\theta + \theta + Rw = Q, \quad Q = R_m wH(w), \tag{4}$$

содержащую три безразмерных параметра

$$R = \frac{\alpha g(\gamma_a - \gamma)d^4}{\mu\nu}, \quad T = \frac{f^2 d^4}{\nu^2}, \quad R_m = \frac{\alpha g(\gamma_a - \gamma_m)d^4}{\mu\nu}. \tag{5}$$

Здесь R_m – параметр, характеризующий интенсивность конденсационного тепловыделения, R, T – соответствующие аналоги чисел Релея и Тейлора. Вместо числа Тейлора часто удобно использовать число Экмана $E = 1/\sqrt{T}$. Цель дальнейшего анализа состоит в определении при заданном внешнем параметре R_m критических значений параметров R, T, при которых существуют неустойчивые (нарастающие со временем) решения системы (4), и в исследовании их структуры.

Отметим, что в отсутствие диссипативных факторов система (1) с конденсационным источником (3) рассматривалась в ранних работах (*Гилл, 1985*; *Haque, 1958*; *Kuo, 1961; Lilly, 1960*). В этих работах были построены локализованные и

периодические решения, нарастающие при условно неустойчивой стратификации $\gamma_a > \gamma > \gamma_m$. В известной работе Гилла (*Гилл, 1985*) локализованное решение интерпретировалось как возмущение типа урагана. Такая интерпретация не вполне корректна – предпочтительный масштаб развивающихся возмущений определяется только в модели с учетом диссипативных факторов.

Критические значения для «сухой» конвекции.

Определим вначале критические значения параметров для сухой конвекции. При $R_m = 0$ система (4) сводится к одному уравнению

$$(\partial_t - \Delta + 1)^2 w + Tw - R\Delta w = 0. \qquad (6)$$

Отыскивая экспоненциально нарастающие решения (6) вида $w = e^{\kappa t} e^{i(k_1 x + k_2 y)}$, для инкремента нарастания κ найдем

$$\kappa_{1,2} = -(k^2 + 1) \pm \sqrt{-Rk^2 - T}, \qquad k^2 = k_1^2 + k_2^2 .$$

Полагая $\kappa_1 = 0$, отсюда получим критическое значение числа Релея для возмущения с данным значением модуля волнового вектора k:

$$R = R_{cr}(k, T) = -((1 + k^2) + T) / k^2 .$$

При $R < R_{cr}(k, T)$ возмущение растет, при $R > R_{cr}(k, T)$ – затухает. Физический смысл имеет максимальное значение $R = R_{cr}(k, T)$, достигаемое при некотором значении $k = k_{cr}(T)$, отвечающим наиболее опасному возмущению

$$R = R_{cr}(T) = -2\left(\sqrt{1+T} + 1\right), \qquad k_{cr}^2 = \sqrt{1+T} . \qquad (7)$$

Кривая $R = R_{cr}(T)$ на плоскости параметров (T, R) разделяет области устойчивости и неустойчивости. Наиболее опасное возмущение представляет собой систему конвективных ячеек с горизонтальным размером $S = \pi / k_{cr}$ (половина периода).

Подчеркнем, что зависимость (7) получена с использованием гидростатического приближения. Можно показать, что это приближение приводит к асимптотически точным результатам в условиях сильного анизотропного обмена $\mu >> \nu$.

Функция Грина. Интегральное уравнение для амплитуды вертикальной скорости.

Эффективный подход к построению решений системы (4), предложен в работах (*Шмерлин и Калашник, 1989a, b, 2013; Калашник и Шмерлин, 1990a*). На первом этапе строится функция Грина задачи с заданным источником тепла Q. Далее в формулу для вертикальной скорости, представляющую собой свертку источника с функцией Грина, подставляется источник тепла Q в форме (4) и, таким образом, получается интегральное уравнение для нахождения амплитуды вертикальной скорости. Анализ полученного интегрального уравнения позволяет определить как структуру, так и скорость роста неустойчивых возмущений в зависимости от параметров задачи.

Для нахождения функции Грина система (4)записывается в векторной форме

$$\mathbf{q}_t + A\Delta\mathbf{q} + B\mathbf{q} = \mathbf{F}, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -T & 1 & 0 \\ R & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (8)$$

где $\mathbf{q} = (w, \omega, \theta)^{tr}$, $\mathbf{F} = (0, 0, Q)^{tr}$ (верхний индекс здесь означает транспонирование). Отыскивая экспоненциально нарастающие решения $\mathbf{q} = e^{\kappa t}\,\mathbf{q}(x, y)$, $\mathbf{F} = e^{\kappa t}\,\mathbf{F}(x, y)$, вместо (8) получим стационарное уравнение

$$\Delta\mathbf{q} - C\mathbf{q} = A^{-1}\mathbf{F}, \quad C = -A^{-1}(B + \kappa E), \qquad (9)$$

(E – единичная матрица). Собственные значения λ_j^2 матрицы C различны

$$\lambda_{1,2}^2 = 1 + \kappa + R/2 \pm \sqrt{R^2/4 + R(1+\kappa) - T}\,, \quad \lambda_3^2 = 1 + \kappa\,, \tag{10}$$

так что существует матрица U, приводящая C к диагональному виду. Полагая в (9) $\mathbf{q} = U\sigma$, после умножения на U^{-1} получим систему из трех уравнений Гельмгольца $\Delta\sigma_j - \lambda_j^2\sigma_j = \widetilde{F}_j$, где коэффициенты $\widetilde{F}_j$ линейно выражаются через источник тепла Q. Используя известную функцию Грина для уравнения Гельмгольца и осуществляя обратное линейное преобразование, для каждого из компонент w, ω, θ вектора $\mathbf{q}$ получим выражения, представляющие свертки источника с соответствующими функциями Грина. Подстановка источника $Q = R_m w H(w)$ в выражение для w, приводит к искомому интегральному уравнению для нахождения амплитуды вертикальной скорости. Если w зависит только от координаты x (плоская геометрия задачи), уравнение имеет вид

$$w(x) = R_m \int\limits_{w>0} G(x - x')\, w(x')\, dx'\,, \tag{11}$$

$$G(x) = \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\left(\lambda_1 \exp(-\lambda_1|x|) - \lambda_2 \exp(-\lambda_2|x|)\right). \tag{12}$$

В общем случае имеем уравнение

$$w(x,y) = R_m \iint\limits_{w>0} G(x - x', y - y')\, w(x', y')\, dx'\, dy'\,, \tag{13}$$

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}\left(\lambda_1^2 K_0(\lambda_1 r) - \lambda_2^2 K_0(\lambda_2 r)\right), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}\,, \tag{14}$$

где $K_0(r)$ – цилиндрическая функция Макдональда. Подчеркнем, что интегрирование в уравнениях (11), (13) ведется по областям $w > 0$, которые заранее неизвестны и должны быть найдены в процессе решения задачи.

Структура входящей в (11) функции Грина (12), определяется значениями собственных чисел $\lambda_{1,2}^2$. Обозначим

$$R_{1,2}(\kappa, T) = \pm 2\left(\sqrt{(1+\kappa^2) + T} \mp (1+\kappa)\right)$$

Из (12) следует, что при $R > R_1(\kappa, T)$ собственные значения $\lambda_{1,2}^2$ положительны. В этом случае функция Грина на полуоси $x > 0$ один раз меняет знак и на бесконечности монотонно затухает. При $R_2 < R < R_1$ – собственные значения комплексно сопряжены и на бесконечности функция Грина затухает осциллирующим образом. Кривая $R = R_2(0, T)$ совпадает с критической кривой (7) для конвекции Релея. При приближении к этой кривой $G(x) \to \infty$, а пространственный период осцилляций функции Грина стремится к пространственному периоду наиболее опасных возмущений конвекции Релея. Интуитивно понятно, что пространственная структура наиболее неустойчивых возмущений во влажной атмосфере определяется пространственной структурой функции Грина для вертикальной скорости. В частности, нарастание локализованных возмущений возможно только при положительных значениях $\lambda_{1,2}^2$.

В следующих двух подразделах построены локализованные и периодические решения уравнения (11) для задачи с плоской геометрией.

Локализованные решения.

Ищем локализованные решения уравнения (11) в классе чётных функций, удовлетворяющих условия: $w \geq 0$, $x \in (0, x_0)$, $w \leq 0$, $x > x_0$. Для определения $w(x)$ во влажной области $x \in (0, x_0)$ из (11) следует уравнение

$$w(x) = R_m \int_0^{x_0} \left(G(x - x') + G(x + x')\right) w(x')\, dx', \tag{15}$$

с краевым условием $w(x_0) = 0$. От классического уравнения Фредгольма уравнение (18) отличается тем, что на решение накладывается достаточно сильное условие знакоопределенности, и параметр x_0 (радиус области выпадения осадков) подлежит определению в ходе построения решения.

В области $x \in (0, x_0)$ решение (15) представим в виде

$$w(x) = \frac{\cos p_2 x}{\cos p_2 x_0} - \frac{\cos p_1 x}{\cos p_1 x_0}, \quad 0 < x < x_0, \tag{16}$$

с неопределенными действительными коэффициентами p_1, p_2. Краевое условие автоматически удовлетворяется. Подстановка (16) в (15) приводит к появлению в правой части уравнения слагаемых, пропорциональных $\cos p_i x$, $\mathrm{ch}\, \lambda_i x$. Приравнивание коэффициентов при $\cos p_i x$ в левой и правой частях (15) дает уравнения для определения p_j : $p_j^4 + (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - R_m) p_j^2 + \lambda_1^2 \lambda_2^2 = 0, \quad j = 1,2$. Полагая для определенности $p_2 > p_1$, отсюда найдем

$$p_{1,2} = 0.5\sqrt{R_m}\,(\sqrt{1-\lambda} \mp \sqrt{1-\lambda_0}),$$
$$\lambda = (\lambda_1 - \lambda_2)^2 / R_m, \quad \lambda_0 = (\lambda_1 + \lambda_2)^2 / R_m \ , \tag{17}$$

На плоскости параметров λ_0, λ, действительным значениям $p_2 > p_1$ отвечает область $\lambda \leq \lambda_0 \leq 1$. С учетом соотношения $\lambda_{1,2} = 0.5\sqrt{R_m}\left(\sqrt{\lambda_0} \pm \sqrt{\lambda}\right)$, в области $0 \leq \lambda \leq \lambda_0 \leq 1$ значения $\lambda_{1,2}$ действительны, в области $0 \leq \lambda_0 \leq 1$, $\lambda < 0$ – комплексно сопряжены.

Приравнивая нулю коэффициенты при $\mathrm{ch}\, \lambda_i x$ в (15), получим уравнения

$$\frac{p_2 \mathrm{tg}\, p_2 x_0 - \lambda_j}{p_2^2 + \lambda_j^2} - \frac{p_1 \mathrm{tg}\, p_1 x_0 - \lambda_j}{p_1^2 + \lambda_j^2} = 0, \quad j = 1,2,$$

которые удобно разрешить относительно $\mathrm{tg}\, p_{1,2} x_0$

$$\mathrm{tg}\, p_1 x_0 = \sqrt{\lambda_0^{-1} - 1}\,, \quad \mathrm{tg}\, p_2 x_0 = -\sqrt{\lambda_0^{-1} - 1}\ .$$

Отсюда

$$p_1 x_0 = arctg\sqrt{\lambda_0^{-1} - 1} + \pi n, \quad p_2 x_0 = -arctg\sqrt{\lambda_0^{-1} - 1} + \pi m. \tag{18}$$

где n, m принимают неотрицательные целочисленные значения. Сложение (18) дает выражение для радиуса области восходящих движений

$$x_0 = \frac{\pi(n+m)}{\sqrt{R_m(1-\lambda)}}. \tag{19}$$

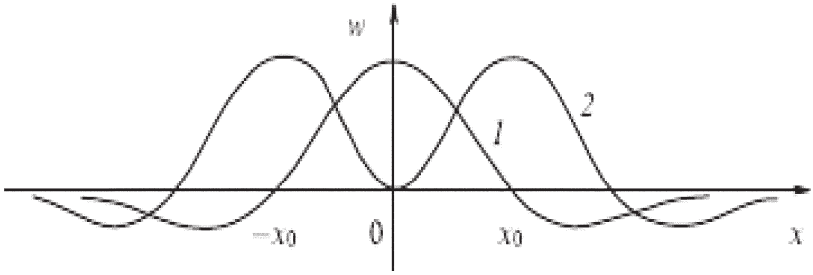


Рис. 1. Распределения вертикальной скорости $w(x)$ для первой (1) и второй (2) локализованной моды

Исключение из (18) x_0 дает зависимость

$$\lambda = f(\lambda_0) = 1 - (1-\lambda_0)\Big/\left(\frac{m-n}{m+n} - \frac{2}{\pi(m+n)}\arcsin\sqrt{1-\lambda_0}\right)^2, \qquad (20)$$

которая обеспечивает существование нетривиальных локализованных решений интегрального уравнения (15).

Входящие в зависимость (20) параметры n, m выбираются так, чтобы выполнялось условие знакоопределенности. Из (17), (19) следует $\cos p_1 x_0 = (-1)^m \cos p_2 x_0$. Таким образом, в области $x \in (0, x_0)$, с точностью до множителя, $w(x) = \cos p_1 x + (-1)^{m+1} \cos p_2 x$. Используя это выражение, легко показать, что условие $w \geq 0$, $x \in (0, x_0)$ выполняется только при $n = m = 1$ и $n = m = 2$. Решения, отвечающие этим двум случаям, будем называть первой и второй локализованными модами. Амплитуды скоростей полученных мод во всей области $\infty < x < \infty$ находятся интегрированием правой части (15). В частности, для первой моды при $x > 0$ имеем

$$w(x) = \begin{cases} \cos p_1 x + \cos p_2 x, & 0 < x < x_0, \\ \dfrac{p_1^2 - p_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\left(D_1 \exp(-\lambda_1 x) - D_2 \exp(-\lambda_2 x)\right), & x > x_0, \end{cases}$$

где $D_i = \exp(\lambda_i x_0)\cos p_2 x_0$, $j = 1,2$. По известным распределениям w однозначно находятся компоненты скорости u, v, причем вихревой компонент v в данной задаче возникает за счет действия силы Кориолиса. Графики распределений $w(x)$ для первой и второй моды показаны на рис. 1. Полученные моды описывают экспоненциально нарастающие со временем локализованные конвективные валы. Структура циркуляции в конвективных валах соответствует притоку воздуха к оси симметрии в нижней половине слоя и оттоку в верхней. Вблизи оси происходит подъем, сопровождающийся конденсацией и выпадением осадков. Отклоняющее действие силы Кориолиса приводит к появлению циклонической вихревой циркуляции в нижней половине слоя и антициклонической циркуляции в верхней половине слоя. Схематичная картина линий тока в плоскости (x, z), отвечающая первой моде, представлена на рис. 2.

Построим области существования найденных мод на плоскости нормированных параметров $\widetilde{E}^{-1} = E^{-1}/R_m$, $\widetilde{R} = R/R_m$. Выражая из соотношений (12) $E^{-1} \equiv \sqrt{T}, R$ через λ_1^2, λ_2^2 и нормируя на R_m, получим

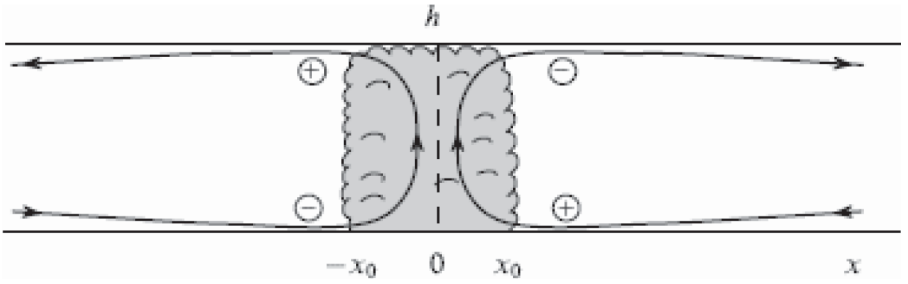


Рис. 2. Схематическая картина линий тока для первой локализованной моды

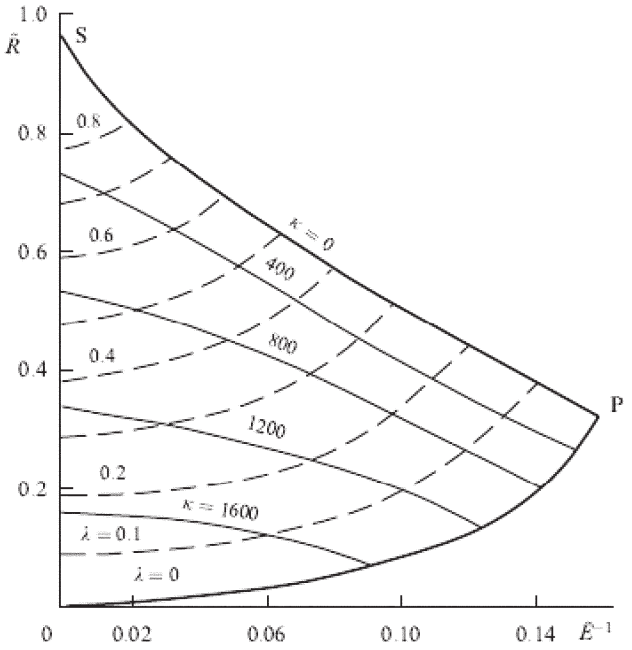


Рис. 3. Область неустойчивости первая локализованной моды при $R_m = 1.2 \cdot 10^4$

$$\widetilde{R} = 0.5(\lambda_0 + \lambda) - \sigma\,,\ \widetilde{E}^{-1} = 0.25\sqrt{(\lambda_0 - \lambda)^2 - 4\sigma^2}\,, \qquad (21)$$

где далее $\sigma = 2(1 + \kappa) / R_m$. Поскольку для каждой моды параметры λ_0 , λ связаны зависимостью (20), при фиксированном R_m соотношения (21) дают параметрическое, с параметром λ_0 , представление кривой κ = const (кривой равных значений инкремента нарастания). При различных значениях $\kappa \geq 0$ соответствующие кривые на плоскости $(\widetilde{E}^{-1}, \widetilde{R})$ заполнят некоторую область – область неустойчивости для рассматриваемой моды. Как показывает анализ, для первой моды эта область существует только при $R_m > 6.19$, т.е. при достаточно сильном конденсационном источнике тепла.

На рис. 3 приведена область неустойчивости первой моды при $R_m >> 1$. Сплошными нанесены линии равных значений инкремента нарастания κ. Пунктиром показаны линии λ = const, которые, согласно (19), являются линиями рав-

ных значений радиуса области выпадения осадков x_0. Каждой точке $(\widetilde{E}^{-1}, \widetilde{R})$ построенной области отвечает решение со своей скоростью роста и радиусом области выпадения осадков. В пределах построенной области, x_0 меняется от минимального значения $x_{0\min} = \pi / \sqrt{R_m}$ на кривой OP, до максимального значеиия $x_{0\max} \approx \pi^{2/3} / R_m^{1/6}$ в вершине S. Соответствующие размерные значения получается умножением на масштаб $\sqrt{\mu / \nu}\ h / \pi$. Точки S и P при больших значениях R_m асимптотически имеют координаты $P(0.16, 0.32)$, $S(0, \lambda_{\max})$, где $\lambda_{\max} \approx 1 - (\pi / R_m)^{2/3}$. При $R_m \to 6.19$ область неустойчивости стягивается в точку.

Аналогично выглядит область неустойчивости второй моды. Она существует только при $R_m > 8.75$ и лежит внутри области неустойчивости первой моды. Первая мода, таким образом, всегда нарастает быстрее.

Приведем некоторые численные оценки параметров первой локализованной моды. Они существенно зависят от значений коэффициентов турбулентной вязкости, т.е. от рассматриваемого масштаба движений. Для крупномасштабных движений возьмем набор значений параметров тропосферы: $f \approx 10^{-4}\ c^{-1}$, $\alpha_0 \approx 3\cdot10^{-3} K^{-1}$, $\gamma_a \approx 10^{-2}\ K / м$, $\gamma_m \approx 6.4\cdot10^{-3}\ K / м$, $h \approx 10^4\ м$, $\mu \approx 10^5\ м^2/c$, $\nu \approx 10\ м^2/c$. При этом $R_m \approx 1.2\cdot10^4$, $\widetilde{E}^{-1} \approx 10^{-2}$ и $x_{0\min} \approx 10\ км$, $x_{0\max} \approx 140\ км$. Значения x_0 согласуются с эмпирическими оценками радиуса области восходящих движений в развивающемся тропическом циклоне. Для движений масштаба отдельного облака возьмем: $h \approx 10^3\ м$, $\mu \approx 10^2\ м^2/c$, остальные параметры те же. Тогда $R_m \approx 1.2\cdot10^3$, $\widetilde{E}^{-1} \approx 10^{-3}$ и $x_{0\min} \approx 100\ м$, $x_{0\max} \approx 700\ м$. Оценки x_0 соответствуют горизонтальному масштабу грозовой конвективной ячейки или масштабу смерча.

Периодические решения и область неустойчивости.

Наряду с локализованными решениями интегральное уравнение (11) имеет континуум периодических решений с периодом $2L_*$. Для отыскания периодических решений в классе четных функций, удовлетворяющих условиям: $w \geq 0$, $x \in (0, x_0)$, $w \leq 0$, $x \in (x_0, L_*)$ из (11) следует уравнение

$$w(x) = R_m \int_0^{x_0} \left(G_{L_*}(x - x') + G_{L_*}(x + x') \right) w(x')\, dx', \tag{22}$$

$$G_{L_*}(x) = \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left(\frac{\lambda_1 \cosh \lambda_1 (L_* - |x|)}{\sinh \lambda_1 L_*} - \frac{\lambda_2 \cosh \lambda_2 (L_* - |x|)}{\sinh \lambda_2 L_*} \right),$$

где $G_{L_*}(x)$ – функция Грина задачи с условиями периодичности. При $L_* \to \infty$ данная функция сводится к (12). К уравнению (22) присоединяется условие $w(x_0) = 0$.

Алгоритм построения периодических решений во многом аналогичен предыдущему. Во влажной области $x \in (0, x_0)$ решение ищется в форме (16). Подстановка (16) в (22) приводит к нелинейной системе алгебраических уравнений, связывающей параметры x_0, $L = L_* - x_0$, λ_0, λ. Анализ совместности соответствующей системы (см. *Шмерлин и Калашник, 1989, 2013*) дает семейство функциональных зависимостей $\lambda_0 = f(\lambda, Z)$, $Z = 0.5\sqrt{R_m}\, L$, с целочисленными параметрами n, m. Эти зависимости обеспечивают существование периодических решений и при $Z \to \infty$ сводятся к зависимостям (20) для локализованных мод. Выбор параметров

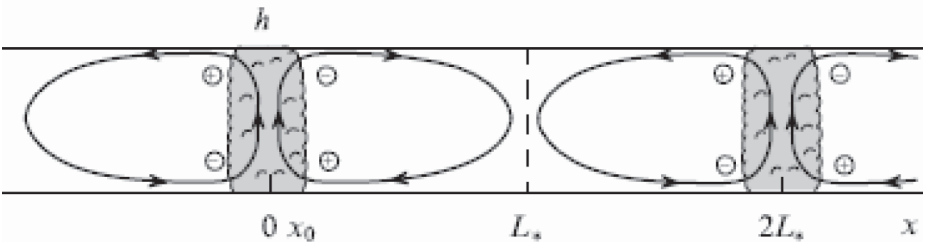


Рис. 4. Схематическая картина линий тока для периодической моды

n, *m* проводится в соответствии с условиями знакоопределенности решений во влажной и сухой $x_0 \le x \le L_*$ областях.

На плоскости параметров (λ_0 , λ) зависимости $\lambda_0 = f(\lambda, Z)$ определяют однопараметрическое семейство кривых с параметром *Z*. Отличительная особенность этого семейства состоит в наличии огибающей с уравнением $\lambda_0 = F(\lambda)$. Как показано в работе (*Шмерлин и Калашник, 1989*) периодические решения, отвечающие огибающей: а) обладают максимальной скоростью роста, б) непрерывным образом переходят в локализованные решения. Указанные решения описывают пространственно периодический ансамбль облачных валов (гряд) с расстоянием между ними $2L = \pi / \sqrt{R_m |\lambda|}$ (рис. 4). В отличие от сухой конвекции Релея, для этого ансамбля характерна горизонтальная асимметрия в распределении размеров областей восходящих и нисходящих движений: $x_0 / L = 1 / \sqrt{1 + |\lambda|^{-1}} < 1$.

При известном уравнении огибающей $\lambda_0 = F(\lambda)$, соотношения (21) позволяют построить область неустойчивости периодических решений на плоскости параметров $\widetilde{E}^{-1}$, $\widetilde{R}$ и, тем самым, построить полную область неустойчивости Ω. Соответствующая область показана на рис. 5. Сплошными показаны линии σ = const (равных значений инкремента нарастания), пунктиром – линии λ = const (равных значений отношения x_0 / L для периодических решений). Представленная область состоит из двух подобластей. В заштрихованной подобласти наибольшей скоростью роста обладает первая локализованная мода, в подобласти ниже – периодические решения, отвечающие огибающей. При фиксированном значении R_m кривые $\sigma = 2/R_m$ являются кривыми нейтральной устойчивости.

В работе (*Шмерлин и Калашник, 1989*) представлены изображения нейтральных (критических) кривых для различных значений R_m на плоскости исходных параметров E^{-1}, *R*. Эти кривые всегда лежат выше критической кривой (7) для сухой конвекции Релея, т.е. эффект фазовых переходов влаги уменьшает критические значения.

Отметим, что периодические решения в модели влажной конвекции хорошо описывают две наблюдаемые особенности упорядоченной облачной конвекции над морской поверхностью (*Delden, 1985*). К ним относятся: а) аномально высокое отношения аспекта конвективных ячеек (отношения горизонтального размера ячейки к вертикальному; для сухой конвекции Релея это отношение порядка единицы), б) горизонтальная асимметрия в распределении восходящих и нисходящих движений (наблюдаемый процент покрытия конвективного слоя атмосферы облачностью часто много меньше единицы).

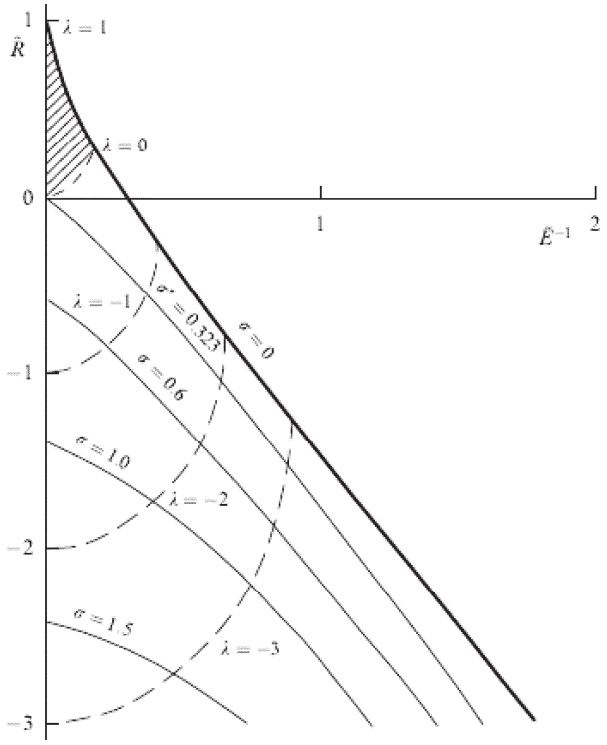


Рис. 5. Область неустойчивости Ω на плоскости параметров $\widetilde{E}^{-1}$, $\widetilde{R}$

Локализованные осесимметричные структуры (конвективные вихри).

Ниже построены локализованные осесимметричные решения общего интегрального уравнения (13) – аналоги плоских локализованных мод. В присутствии силы Кориолиса эти решения описывают крупномасштабные конвективные вихри, развивающиеся за счет выделения скрытой теплоты конденсации.

Для осесимметричных решений $w = w(r)$, удовлетворяющих условию $w(r) \geq 0$, $r \in (0, r_0)$, $w(r) \leq 0$, $r > r_0$, уравнение (13) сводится к уравнению

$$w(r) = R_m \int_0^{r_0} G(\rho, r) w(\rho) \rho d\rho, \tag{23}$$

$$G(\rho, r) = \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \begin{cases} \lambda_1^2 K_0(\lambda_1 r) I_0(\lambda_1 \rho) - \lambda_2^2 K_0(\lambda_2 r) I_0(\lambda_2 \rho), & \rho < r, \\ \lambda_1^2 K_0(\lambda_1 \rho) I_0(\lambda_1 r) - \lambda_2^2 K_0(\lambda_2 \rho) I_0(\lambda_2 r), & \rho > r, \end{cases}$$

с краевым условием $w(r_0) = 0$. Здесь и далее $I_n(r)$, $K_n(r)$ – модифицированные функции Бесселя, $J_n(r)$ – функции Бесселя. Определенные формулой (10) собственные значения $\lambda_{1,2}^2$ далее считаются действительными и положительными.

Решения (23) ищутся в форме, аналогичной (16):

$$w(r) = \frac{J_0(p_2 r)}{J_0(p_2 r_0)} - \frac{J_0(p_1 r)}{J_0(p_1 r_0)}, \quad 0 < r < r_0. \tag{24}$$

Подстановка (24) в (23) и приравнивание коэффициентов при $J_0(p_j r)$ в левой и правой частях, как и ранее, приводит к выражениям (17) для параметров $p_1 > p_2$. Приравнивание нулю коэффициентов при $I_0(\lambda_j r)$ в правой части дает два уравнения, которые после преобразований можно представить в виде

$$\frac{J_1(p_j r_0)}{J_0(p_j r_0)} = A_j \frac{K_1(\lambda_1 r_0)}{K_0(\lambda_1 r_0)} - B_j \frac{K_1(\lambda_2 r_0)}{K_0(\lambda_2 r_0)}, \quad j = 1,2, \tag{25}$$

где $A_j = \lambda_2(p_j^2 + \lambda_1^2)/p_j(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)$, $B_j = \lambda_1(p_j^2 + \lambda_2^2)/p_j(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)$. С учетом (10) и соотношений $\lambda_{1,2} = 0.5\sqrt{R_m}\left(\sqrt{\lambda_0} \pm \sqrt{\lambda}\right)$, уравнения (25) образуют систему, связывающую три параметра λ_0, λ, $Z_0 = 0.5R_m r_0$. Исключение из (25) параметра Z_0 формально математически приводит к функциональной зависимости $\lambda = f(\lambda_0)$. Как и для плоских локализованных мод, данная зависимость обеспечивает существование нетривиального решения и используется при построении области неустойчивости.

Асимптотическую форму зависимости $\lambda = f(\lambda_0)$ можно найти, полагая $p_j(r_0)$, $\lambda_j(r_0) >> 1$. Пользуясь асимптотическими представлениями для функций Бесселя из (25) получим уравнения $\mathrm{tg}(p_{1,2} r_0 - \pi/4) = \mp\sqrt{\lambda_0^{-1} - 1}$, откуда

$$p_1 r_0 - \pi/4 = \pi n - \mathrm{arctg}\sqrt{\lambda_0^{-1} - 1}, \quad p_2 r_0 - \pi/4 = \mathrm{arctg}\sqrt{\lambda_0^{-1} - 1} + \pi(m - n), \tag{26}$$

где $n \geq 1$, $n \leq m < 2n$. Сложение уравнений (26) дает

$$r_0 = \frac{\pi(m + 0.5)}{\sqrt{R_m(1 - \lambda)}}. \tag{27}$$

Последующее исключение из уравнений (27) параметра r_0 приводит к функциональной зависимости

$$\lambda = f(\lambda_0) = 1 - (1 - \lambda_0)/\left(\frac{2n - m}{m + 0.5} - \frac{2}{\pi(m + 0.5)}\arcsin\sqrt{1 - \lambda_0}\right)^2, \tag{28}$$

которая распадается на ряд ветвей и аналогична зависимости (20) для плоских мод.

Для точного определения зависимости $\lambda = f(\lambda_0)$ в работе (*Калашник и Шмерлин, 1990*) был разработан численный алгоритм, основанный на информации о локализации корней $x_1 = p_1 r_0$, $x_2 = p_2 r_0$ соответственно первого и второго уравнений (25). При этом было показано, что, в отличие от плоской задачи, существует единственная локализованная мода, удовлетворяющая условию знакоопределенности,

$$w(r) = \begin{cases} \dfrac{J_0(p_2 r)}{J_0(p_2 r_0)} - \dfrac{J_0(p_1 r)}{J_0(p_1 r_0)}, & 0 < r < r_0, \\ \dfrac{p_1^2 - p_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\left(\dfrac{K_0(p_2 r)}{K_0(p_2 r_0)} - \dfrac{K_0(p_1 r)}{K_0(p_1 r_0)}\right), & r > r_0. \end{cases} \tag{29}$$

По известному распределению $w(r)$ для этой моды находятся распределения радиальной $u(r)$ и тангенциальной $v(r)$ компонентов скорости, причем, как и ранее, тангенциальный компонент возникает из-за закручивающего действия силы Кориолиса. Полученная мода описывает конвективный вихрь со структурой характерной для тропических циклонов на ранней стадии развития: в нижней половине слоя имеется циклоническая циркуляция и приток массы к оси вихря, в верхней половине – антициклоническая циркуляция и отток массы от оси.

Область неустойчивости осесимметричной моды строится с использованием зависимости $\lambda = f(\lambda_0)$ и соотношений (21), определяющих отображение на плоскость параметров $\widetilde{E}^{-1}$, $\widetilde{R}$. Эта область, существующая при $R_m > 5.04$, качественно подобна области неустойчивости для первой локализованной плоской моды (рис. 3). Как показывает анализ, область неустойчивости плоской моды всегда лежит внутри области неустойчивости осесимметричной моды, т.е. осесимметричная мода всегда растет быстрее. Значение радиуса области восходящих движений r_0 для неустойчивой моды меняется от $r_{0\min}$ до $r_{0\max}$. При $R_m >> 1$ справедливы асимптотики $r_{0\min} \approx 3\pi/\left(2\sqrt{R_m}\right)$, $r_{0\max} \approx (2\mu_1^{(1)})^{1/2}\,(\ln R_m)^{-1/4}$, где $\mu_1^{(1)}$ – нуль функции Бесселя первого порядка. Для приведенного выше первого набора значений параметров атмосферы численные оценки дают $r_{0\min} \approx 15$ *км*, $r_{0\max} \approx 300$ *км*. По порядку величины это согласуется с характерным значением радиуса области выпадения осадков в тропических циклонах.

2.6.3.2. Аналитическая модель интенсификации тропического циклона

В предыдущем разделе рассматривалась модель зарождения тропических циклонов в условиях влажноконвективной неустойчивости. Ниже представлен класс аналитических решений, описывающий нелинейную стадию интенсификации ТЦ. Этот класс получен в рамках новой интерпретации сбалансированной модели Элиассена.

Сбалансированная модель Элиассена. Новая интерпретация.

В классической модели Элиассена (*Eliassen, 1952*) рассматривается динамика осесимметричного вихря, инициируемая заданным распределенным источником тепла. При этом используется допущение о сохранении во времени циклострофического баланса. Система уравнений модели включает уравнения переноса углового момента и притока тепла, уравнение термического ветра и уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial M}{\partial t} + u\frac{\partial M}{\partial r} + w\frac{\partial M}{\partial z} + fru = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + u\frac{\partial \sigma}{\partial r} + w\frac{\partial \sigma}{\partial z} + N^2 w = Q, \tag{2}$$

$$\left(\frac{2M}{r^2} + f\right)\frac{1}{r}\frac{\partial M}{\partial z} = \frac{\partial \sigma}{\partial r}, \quad \frac{1}{r}\frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \tag{3}$$

Здесь u, v, w – радиальная, тангенциальная и вертикальная компоненты скорости по вращающейся цилиндрической системе координат с осью z, направленной вверх, $M = r$v – относительный угловой момент жидкой частицы, f – параметр Кориолиса, σ – возмущение плавучести, пропорциональное возмущению потенциальной температуры, N^2 – квадрат частоты Брента, Q – заданный объемный источник тепла. Система (1)–(3) рассматривается в горизонтальном слое $-H < z < H$ с условием непротекания $w = 0$ на горизонтальных границах $z = \pm H$ (начало координат удобно взять посредине между границами слоя, верхняя граница отвечает тропопаузе). В начальный момент $t = 0$ считаются заданными распределения M, σ.

Прямой подход к решению системы (1)–(3) основан на введении функции тока радиальной циркуляции

$$ru = -\partial\psi / \partial z, \quad rw = \partial\psi / \partial r, \tag{4}$$

и исключении из (1), (2) производных по времени с использованием уравнения термического ветра. Это приводит к так называемому диагностическому уравнению Элиассена для функции тока:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{A}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{B}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{C}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}+\frac{B}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right]=\frac{\partial Q}{\partial r}, \qquad (5)$$

где A, B, C – параметры статической, бароклинной и инерционной устойчивости:

$$A=\frac{\partial\sigma}{\partial z}+N^2,\quad B=-\left[\frac{2M}{r^2}+f\right]\frac{1}{r}\frac{\partial M}{\partial z},\quad C=\left[f+\frac{1}{r}\frac{\partial M}{\partial r}\right]\left[f+\frac{2M}{r^2}\right].$$

Если в некоторый момент времени распределения M, σ известны, уравнение (5) позволяет найти распределение функции тока ψ. Зная это распределение, из уравнений (1), (2) можно найти распределения M, σ на следующем временном шаге и далее продолжить этот процесс. Поскольку реализация такой процедуры требует значительных численных расчетов, в большинстве работ ограничивались построением решений уравнения (5), т.е. нахождением вторичной (радиальной) циркуляции ТЦ. Непосредственно Элиассеном была указана функция Грина уравнения (5) в устойчивом случае $AC - B^2 > 0$. Аналитические и численные решения (5) для ряда модельных вихрей и источников тепла рассматривались в работах (*Shapiro and Willoughby, 1982; Shubert and Hack, 1983; Willoughby, 1979, 1990*).

Альтернативный подход, позволяющий получить аналитическое описание нестационарной динамики, основан на новой интерпретации модели Элиассена. Ключевое наблюдение состоит в том, что в системе (1) – (3) можно считать заданным не распределение источника тепла, а распределение функции тока ψ (т.е. компонент скорости u, w). Действительно, задавая это распределение, из уравнения (1) можно найти распределение M, далее из уравнения термического ветра – распределение σ и, наконец, из уравнения Элиассена (5) находится распределение источника тепла Q, выступающее в качестве неизвестной функции. В рамках такой интерпретации нелинейная система (1)–(3) сводится к одному линейному уравнению переноса углового момента (1), решение которого можно построить методом характеристик.

Ниже будут построены решения уравнения (1) для некоторых модельных распределений функции тока, задаваемых в соответствии с данными наблюдений. Согласно этим данным (*Гилл, 1986; Пальмен и Ньютон, 1973; Gray, 1979*) на начальной стадии интенсификации ТЦ имеет место практически стационарный приток массы к центру на нижних уровнях, вертикальный подъем в приосевой области и отток вблизи верхней границы (тропопаузы). Соответствующее этой картине распределение функции тока легко задается аналитически.

Задание функции тока и алгоритм построения решения.

В анализе удобно использовать безразмерные переменные, принимая в качестве масштабов t, r, z, u, w, v соответственно L / U_*, L, H, U_*, HU_* / L, fL, где U_* – характерное значение радиальной компоненты скорости, L – ее горизонтальный масштаб (масштаб функции тока). Эволюция безразмерной тангенциальной скорости описывается уравнением (1) с $f = 1$. Если v_0 есть характерное значение тангенциальной скорости в начальный момент времени, то при выбранной нормировке соответствующее начальное распределение можно представить в виде: $\mathrm{v}\big|_{t=0} = \mathrm{Ro}\ \mathrm{v}_0(r,z)$, где $\mathrm{Ro} = \mathrm{v}_0 / fL$ – число Россби.

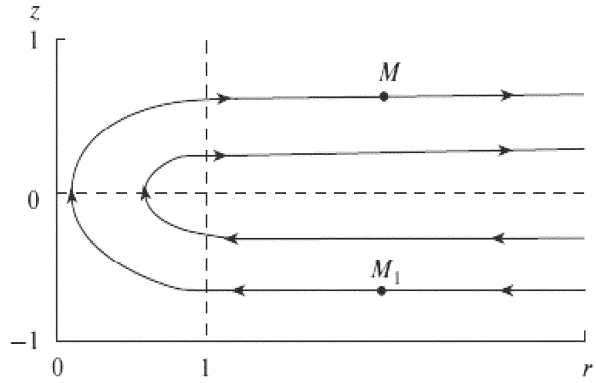


Рис. 6. Схематичная картина линий тока

Для входящей в (1) безразмерной функции тока удобно используем представление $\psi = \alpha(t)\varphi(r)h(z)$, где $h(z) = 1 - z^2$. Такое представление обеспечивает выполнение условия непротекания на границах $z = \pm 1$ и смену знака радиальной скорости при переходе через средний уровень атмосферы $z = 0$. Функция $\alpha(t)$ учитывает возможный нестационарный характер радиальной циркуляции, а $\varphi(r)$ задает структуру и топологию линий тока (замкнутые, незамкнутые). Выбор $\varphi(r) = \{0.5r^2,\ 0 < r < 1;\ 0.5,\ r > 1\}$, дает удобный пример радиальной циркуляции с незамкнутыми линиями тока. Соответствующая кусочно-гладкая функция тока имеет вид

$$\Psi = 0.5\alpha(t)r^2(1 - z^2), \quad 0 < r < 1, \quad \psi = 0.5\alpha(t)(1 - z^2), \quad r > 1, \tag{6}$$

радиальная и вертикальная компоненты скорости

$$u = \alpha(t)\begin{cases} r\,z, & 0 < r < 1, \\ r^{-1}z, & r > 1 \end{cases}, \qquad w = \alpha(t)\begin{cases} (1 - z^2), & 0 < r < 1, \\ 0, & r > 1. \end{cases} \tag{7}$$

Согласно (7), вертикальный перенос осуществляется только в области $0 < r < 1$, при $r > 1$ течение строго горизонтально. Вертикальная компонента w терпит разрыв при $r = 1$, распределение u всюду непрерывно и затухает как r^{-1}. Картина линий тока схематично показана на рис. 6.

При заданной функции тока, построение решения гиперболического уравнения (1) сводится к интегрированию задачи Коши для характеристической (гамильтоновской) системы:

$$dr / dt = -r^{-1}\,\partial\psi / \partial z, \quad dz / dt = r^{-1}\,\partial\psi / \partial r, \quad r(0) = r_0, \quad z(0) = z_0, \tag{8}$$

с последующим нахождением зависимостей $r_0 = r_0(r, z, t)$, $z_0 = z_0(r, z, t)$ между лагранжевыми r_0, z_0 и эйлеровыми r, z координатами жидких частиц. Если эти зависимости определены, для решения уравнения (1) справедливо представление

$$\mathrm{v} = \frac{r_0^2 - r^2}{2r} + \mathrm{Ro}\,\frac{r_0\,\mathrm{v}_0(r_0, z_0)}{r}, \tag{9}$$

следующее из записи (1) в форме закона сохранения абсолютного углового момента: $dm / dt = 0$, $m = r\mathrm{v} + r^2 / 2$. Первое слагаемое (9) описывает закручивающее действие силы Кориолиса – при перемещении частицы к центру ($r < r_0$) она приобретает циклоническое вращение ($\mathrm{v} > 0$), при перемещении от центра – антициклоническое. Второе слагаемое (9) описывает трансформацию начального вихря.

Отметим, что переход от переменной t к переменной $\tau = \int_0^t \alpha(s)ds$ сводит уравнения (1), (8) к уравнениям со стационарной функцией тока $\psi = \overline{\psi} = \varphi(r)\,h(z)$. Этот факт позволяет ограничиться анализом решений для стационарных распределений ψ.

Общее решение для кусочно гладкой функции тока.

Построение решения для функции тока (6) упрощается, если перейти в уравнении (1) от независимых переменных r, z к переменным r, ψ, считая $M = M(r, \psi, t)$. Поскольку адвективные слагаемые (1) имеют форму якобиана, в новых переменных (1) сводится к одномерному уравнению

$$\frac{\partial M}{\partial t} + u\frac{\partial M}{\partial r} + r\,u = 0\ , \qquad M = r\mathrm{v}\ , \tag{10}$$

где теперь $u = u(r, \psi, t)$. В стационарном случае $\alpha(t) = 1$ для соответствующей зависимости из (6), (7) найдем

$$u = \pm\sqrt{r^2 - 2\psi}\ ,\ 0 < r < 1, \quad u = \pm\sqrt{1 - 2\psi}\,/r\ , \qquad r > 1, \tag{11}$$

где знак плюс отвечает верхней половине слоя, знак минус – нижней. В преобразованном уравнении, описывающим динамику на фиксированной линии тока, ψ играет роль параметра, принимающего значения $0 \le \psi \le 0.5$. Значение $\psi = 0$ отвечает горизонтальным границам $z = \pm 1$, значение $\psi = 0.5$ – уровню $z = 0$.

Решение уравнения (10) находится стандартным методом характеристик, т.е. путем интегрирования характеристического уравнения $dr / dt = u$, $r(0) = r_0$ с последующим использованием формулы (9). При этом отдельно строятся решения для верхней и нижней ветвей функции тока, которые сшиваются при $r = \sqrt{2\psi}$ для обеспечения непрерывности составного решения. На границах $z = \pm 1$ решения находятся независимо – им отвечают изолированные линии тока. Переход к физическим переменным осуществляется прямой подстановкой выражения для ψ в решение. Опуская промежуточные выкладки, приведем результат для задачи с нулевым начальным условием $\mathrm{v}_0 = 0$.

В произвольный момент времени область определения решения $D = \{r > 0,\ -1 < z < 1\}$ разбивается на пять областей, схематично показанных на рис. 7. Эти области ограничены координатными прямыми $z = \pm 1$, $r = 0{,}1$ и общими нестационарными границами γ_1, γ_2, γ_3. Уравнения нестационарных границ записываются в виде:

$$r = 1/(\mathrm{ch}(t) - z\,\mathrm{sh}(t)), \quad r < 1, \tag{γ_1}$$

$$r^2 = 1 + 2z(t - \ln((1 + z) / (1 - z))), \quad r \ge 1, \tag{γ_2}$$

$$r^2 = 1 + 2\,zt. \tag{γ_3}$$

В каждой из областей решение дается своим аналитическим выражением:

$$\mathrm{v} = 0.5r\,((\mathrm{ch}(t) - z\,\mathrm{sh}(t))^2 - 1), \quad \text{(область 1)}, \tag{12}$$

$$\mathrm{v} = \frac{1 - r^2}{2r} + \frac{\sqrt{1 - r^2(1 - z^2)}}{r}\left(\ln\left(\frac{r(1 - z)}{1 + \sqrt{1 - r^2(1 - z^2)}}\right) + t\right), \quad \text{(область 2)}, \tag{13}$$

$$\mathrm{v} = \frac{1 - r^2}{r} + \frac{z}{r}\left(t - \ln\left(\frac{1 + z}{1 - z}\right)\right), \quad \text{(область 3)}, \tag{14}$$

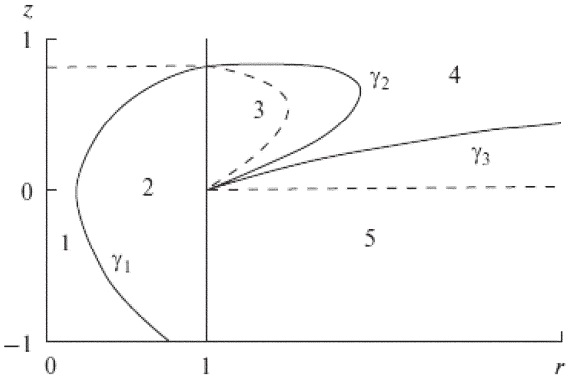


Рис. 7. Области с различными аналитическими представлениями решения

$$\mathrm{v} = 0.5\left(\frac{(\mathrm{ch}(q) - z\,\mathrm{sh}(q))^2}{r} - r\right), \quad q = t - \frac{r^2 - 1}{2z}, \quad \text{(область 4)}, \tag{15}$$

$$\mathrm{v} = -zt / r, \quad \text{(область 5)}. \tag{16}$$

Прямой подстановкой можно проверить, что приведенное составное решение удовлетворяет уравнению (1) в каждой из областей и непрерывно при переходе через границы γ_1 , γ_2 , γ_3. Далее представлен анализ характерных особенностей решения в различных областях.

Динамика на горизонтальных границах.

С учетом (12)–(16) распределение тангенциальной скорости на нижней границе $z = -1$ можно представить в виде

$$\mathrm{v} = \begin{cases} 0.5\,r\,(e^{2t} - 1), & 0 < r < e^{-t}\,, \\ \dfrac{1 - r^2}{2r} + \dfrac{t}{r} + \dfrac{\ln r}{r}\,, & e^{-t} < r < 1, \\ t / r, & r > 1. \end{cases} \tag{17}$$

Соответствующее распределение вертикального компонента завихренности имеет вид

$$\omega = \frac{1}{r}\frac{\partial(r\mathrm{v})}{\partial r} = \begin{cases} e^{2t} - 1, & 0 < r < e^{-t}\,, \\ r^{-2} - 1, & e^{-t} < r < 1, \\ 0\,, & r > 1. \end{cases} \tag{18}$$

Решение (17) описывает интенсификацию вихревого течения, возникающего из состояния покоя за счет стационарного притока массы к центру и отклоняющего действия силы Кориолиса. В приосевой области течения имеет место твердотельное вращение, которое сменяется потенциальным вращением tr^{-1} при $r > 1$. Для максимальной скорости течения v_m и радиуса максимального ветра r_m из (17) следуют выражения

$$r_m = e^{-t}, \qquad \mathrm{v}_m = \mathrm{sh}(t),$$

т.е. радиус максимального ветра с экспоненциальной скоростью приближается к оси, на больших временах v_m экспоненциально нарастает.

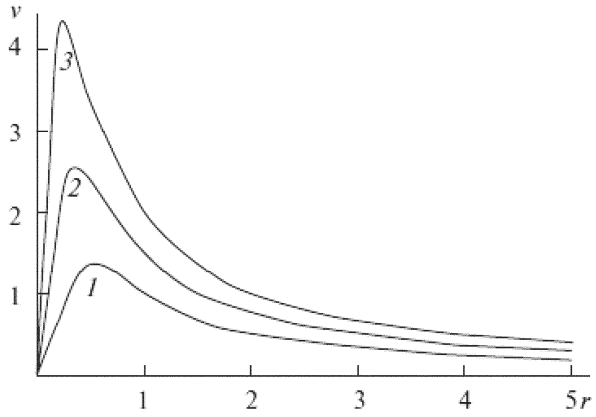


Рис. 8. Радиальные профили безразмерной тангенциальной скорости на нижней границе для трех моментов времени t = 1, 1.5, 2 (кривые *1–3* соответственно)

Экспоненциальный рост имеет и приосевая завихренность $\omega|_{r=0} = \exp(2t) - 1$; соответствующее радиальное распределение с течением времени концентрируется вблизи оси, приближаясь к дельта – функции. Такое распределение характерно для сингулярной вихревой нити. Графики распределений скорости (17) для трех моментов времени приведены на рис. 8. Обратим внимание, что в отличие от экспоненциального роста v_m, на больших радиусах скорость нарастает по линейному закону, т.е. гораздо медленнее.

Другое поведение имеет место на верхней границе, где радиальный поток направлен от центра. Соответствующее распределение скорости

$$\mathrm{v} = -\begin{cases} 0.5\,r(1-e^{-2t}), & 0 < r < 1, \\ 0.5r - 0.5r^{-1}e^{r^2-2t-1}, & 1 < r < \sqrt{1+2t}, \\ t/r, \quad r > \sqrt{1+2t}, \end{cases} \tag{19}$$

описывает расширяющийся антициклонический вихрь с максимальным по модулю значением $|\mathrm{v}|_m = t/\sqrt{1+2t}$, достигаемым при $r_m = \sqrt{1+2t}$ (рис. 9). На больших временах $|\mathrm{v}|_m$ нарастает по корневому закону. Осевая завихренность $\omega\,|_{r=0}$ = exp(–2t) – 1 с течением времени приближается к константе.

Решения (17), (18) наглядно иллюстрируют важный физический механизм интенсификации вращения при радиальных перемещениях частиц в поле силы Кориолиса. Соответствующий механизм можно назвать кориолисовым, поскольку он проявляется в отсутствие начального вихря ($\mathrm{v}_0 = 0$). Для численных оценок положим L = 300 км (характерный радиус области восходящих движений в ТЦ), H = 9 км, $f = 0.5 \times 10^{-4}$ с$^{-1}$, $U_* = 3$ м/с. При этом масштабы тангенциальной и вертикальной скорости $\mathrm{v}_* = fL$ = 15 м/с, $\mathrm{W}_* = U_* H / L$ = 0.09 м/с, адвективный временной масштаб $T = L / U_*$ = 27.8 часа. В размерной форме выражение для v_m можно записать в виде

$$\mathrm{v}_m = fL\ \mathrm{sh}\ (t / T), \quad T = L / U_*. \tag{20}$$

Из (20) следует, что за время t = 24, 48, 72 часа на нижнем уровне достигаются соответственно значения v_m = 14.5, 40.8, 99.4 м/с. Таким образом, под действием

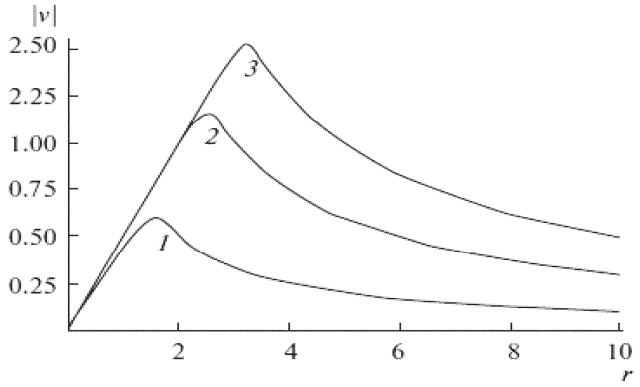


Рис. 9. То же, что и на рис. 8, но для верхней границы

силы Кориолиса достаточно слабый радиальный поток за время порядка двух суток трансформируется в вихрь со скоростью урагана (v_m > 33 м/с). Если U_* = 6 м/с (интенсивный радиальный поток), те же значения v_m достигаются в 2 раза быстрее. Приведенные оценки показывают, что интенсивное вращение ТЦ можно объяснить обычным «кориолисовым» механизмом. В пользу этого механизма говорит и тот факт, что ТЦ никогда не зарождаются у экватора, где отклоняющее действие силы Кориолиса отсутствует.

Если рассматривать уравнение с ненулевым начальным условием, то решение на нижней границе представится суммой выражения (17) и слагаемого $v_i(r, t)$ = Ro r_0 v_0 (r_0) / r (второе слагаемое (9)). В частности, при $0 < r < e^{-t}$ получим $v_i(r, t)$ = Ro e^t $v_0(r\,e^t)$. На больших временах вклад v_i в общее решение пренебрежимо мал, если число Россби Ro << 1.

Отметим, что на горизонтальных границах (где $w = 0$) уравнение (1) сводится к одномерным уравнениям. Так, с учетом (7) на нижней границе имеем уравнение

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} + f\,u = 0 \quad , \quad u = -\begin{cases} r, & 0 < r < 1 \\ 1/r, & r > 1 \end{cases}. \tag{21}$$

Приведенное выше решение (17) можно получить и непосредственно, интегрируя (21) методом характеристик.

На примере уравнения (21) легко проиллюстрировать ошибку, допущенную в работе (*Kieu and Zhang, 2009*) и ряде других работ. В упомянутой работе, посвященной описанию процесса интенсификации ТЦ в модельных полях радиальной скорости, в каждой из областей $0 < r < 1$ и $r > 1$ отыскивалось решение (21) с разделяющимися переменными вида $v = A(t)r$ и $v = B(t) / r$. Таким образом было получено ошибочное решение

$$v = 0.5\,r\,(\exp(2t) - 1), \quad 0 < r < 1, \quad v = t / r\,, \quad r > 1,$$

с неограниченно растущим скачком скорости на границе ядра r = 1. Ошибка состоит в том, что уравнение (21) относится к гиперболическому типу и метод разделения переменных применять нельзя. Точное непрерывное решение (17) дает метод характеристик.

Динамика в приосевой области.

Поскольку в приосевой зоне имеют место восходящие движения, частицы, приобретающие циклонический угловой момент на нижних уровнях, переносят

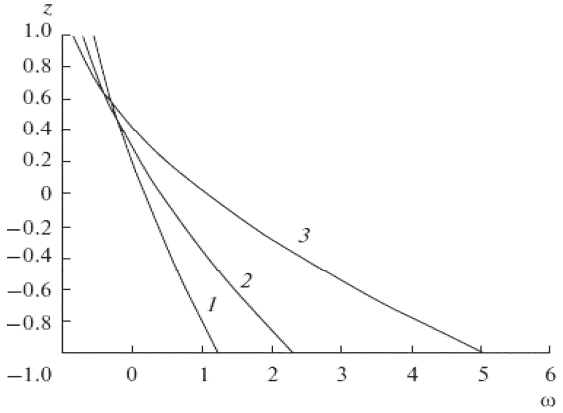


Рис. 10. Вертикальные распределения приосевой завихренности для трех моментов времени. По оси абсцисс – ω, по оси ординат – Z. Кривым *1–3* отвечают значения $t = 0.8, 1.2, 1.8$

его в верхние слои атмосферы. Этот процесс хорошо иллюстрируется решением (12) для области (1). Соответствующее решение можно записать в виде $v = 0.5r\omega$, где приосевая завихренность

$$\omega = \omega(z, t) = (\mathrm{ch}(t) - z\,\mathrm{sh}\,(t))^2 - 1. \qquad (22)$$

Полагая в (22) $\omega = 0$, получим точное выражение для уровня, на котором происходит смена направлений вращения (смена знака завихренности):

$$z = \mathrm{th}\,(t / 2). \qquad (23)$$

При $t \to \infty$ $z \to 1$, т.е. за счет упорядоченных восходящих движений с течением времени циклоническое вращение охватывает всю приосевую область. На больших временах для всех $z \neq \pm 1$ формируется предельное циклоническое распределение завихренности $\omega = e^t (1 - z)^2$с квадратичным изменением по z. Вертикальные распределения завихренности для трех моментов времени показаны на рис. 10.

Отметим, что решение (22) можно получить, используя вытекающее из (1) общее уравнение для завихренности (безразмерная форма)

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u\frac{\partial \omega}{\partial r} + w\frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial z}(\omega + 1) = 0, \qquad \omega = \frac{1}{r}\frac{\partial r v}{\partial r}. \qquad (23)$$

Поскольку на оси $r = 0$ компоненты скорости $u = 0$, $w = h(z) = 1 - z^2$, для осевой завихренности $\omega = \omega(z, t)$ из (23) следует гиперболическое уравнение

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + h(z)\frac{\partial \omega}{\partial z} - h'(z)(\omega + 1) = 0. \qquad (24)$$

Интегрирование (24) методом характеристик дает решение (22). В определенном смысле это решение универсально – оно не зависит от радиальной структуры функции тока.

Динамика границы, разделяющей области с циклоническим и антициклоническим вращением.

Важной характеристикой течения является граница $\Gamma(t)$, разделяющая области с циклоническим ($v > 0$) и антициклоническим ($v < 0$) вращением. Из общего решения (12)–(16) следует, что эта граница состоит из отрезка $z = \mathrm{th}(t / 2)$ в области 1, луча $z = 0$ в области 5 и соединяющей их кривой

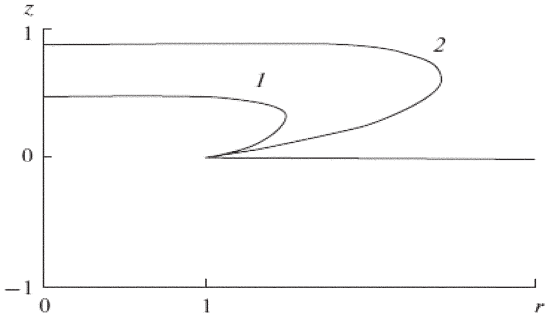


Рис. 11. Положение границы Γ(t), разделяющей области с циклоническим и антициклоническим вращением для двух моментов времени

$$r^2 = 1 + z(t - \ln((1+z)/(1-z))), \quad r \geq 1, \tag{25}$$

расположенной внутри области 3. На рис. 7 эти линии изображены пунктиром. Положение границы Γ(t) для двух моментов времени схематично показано на рис. 11.

Область циклонического вращения лежит левее и ниже границы. Как видно, за счет адвективного переноса углового момента, область циклонического вращения проникает из нижнего в верхний слой атмосферы в форме непрерывно расширяющегося по горизонтали «языка» с нестационарной границей (25). За счет расширения границы с течением времени каждая точка верхней половины атмосферы приобретает циклоническое вращение. Отметим, что негладкий характер границы («излом» в точке $r = 1$, $z = 0$) обусловлен разрывом вертикальной скорости для функции тока (7).

Решение для гладкой функции тока.

Гладким аналогом (6) является функция тока:

$$\psi = 0.5r^2 (1 - z^2) / (1 + r^2), \tag{26}$$

с компонентами скорости

$$u = \frac{rz}{1+r^2}, \qquad w = \frac{1-z^2}{(1+r^2)^2}. \tag{27}$$

Этой функции отвечает выбор $\varphi(r) = 0.5r^2 / (1 + r^2)$, $h(z) = 1 - z^2$. Картина линий тока (26) качественно подобна представленной на рис. 6, однако теперь распределение w всюду непрерывно.

Решение уравнения (1) для функции тока (26) находится путем интегрирования характеристической системы (8). Соответствующее решение построено и проанализировано в работе (*Калашник и Калашник, 2010*). Остановимся на некоторых деталях.

Решение $v = v(r, t)$ на нижней границе дается параметрическими (r_0-параметр) соотношениями

$$\ln r_0 + 0.5r^2{}_0 = \ln r + 0.5r^2 + t, \quad v = (r^2{}_0 - r^2) / 2r. \tag{28}$$

При $t >> 1$ из (28) следуют две характерных асимптотики:

1) $r >> \sqrt{2t}$: $\quad v \sim t / r$,

2) $0 < r << 1$: $\quad v \sim 0.5r\,(\exp(2\,t) - 1)$.

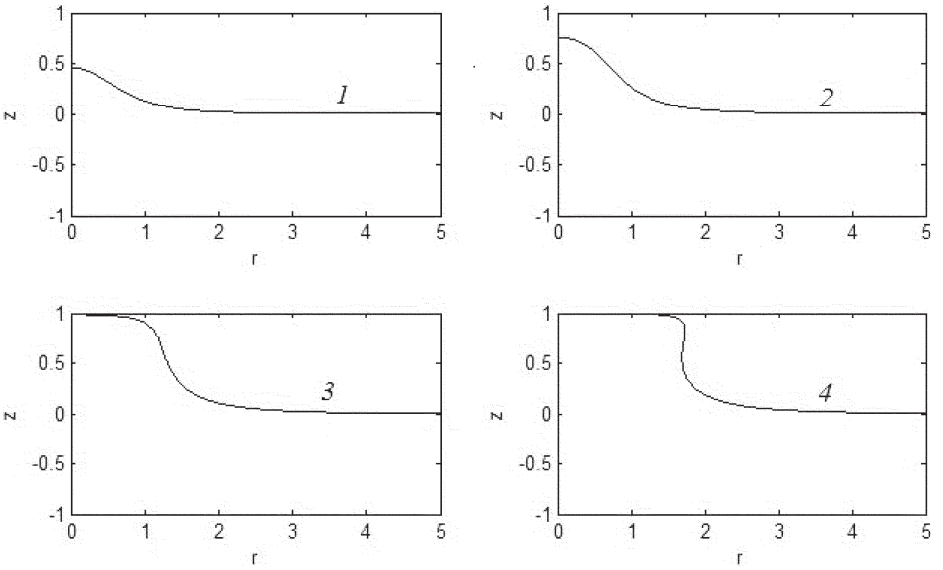


Рис. 12. Положение границы Γ(t) для гладкой функции тока в моменты времени t = 1, 2, 5, 8 (кривые *1–4*)

Первая асимптотика отвечает потенциальному вращению на больших радиусах, вторая – твердотельному вращению в приосевой области с экспоненциальным ростом v.

На больших временах для радиуса максимального ветра и максимальной скорости справедливы асимптотики

$$r_m \sim \sqrt{e}\, e^t \quad , \qquad \mathrm{v}_m \sim 0.5 r_m^{-1} = c e^t , \quad c = 1/2\sqrt{e} .$$

Таким образом, как и ранее, с течением времени радиус максимального ветра с экспоненциальной скоростью приближается к оси (вихрь сжимается), на больших временах v_m экспоненциально нарастает. Графики распределения скорости на нижней границе качественно подобны представленным на рис. 8. Это подобие сохраняется и для верхней границы.

Асимптотика распределения завихренности в приосевой области $r \to 0$ дается выражением (22), которое, как указано ранее, носит универсальный характер.

Использование закона сохранения углового момента и первых интегралов характеристической системы (8) позволяет получить уравнение кривой Γ(t), разделяющей области с циклоническим и антициклоническим вращением и расположенной в верхней половине слоя. В неявной форме уравнение имеет вид

$$t = \frac{1+\beta^2}{2\beta^3} \ln\left(\frac{\beta+z}{\beta-z}\right) + \frac{(1-\beta^2)z}{\beta^2(\beta^2-z^2)}, \qquad \beta^2 = \frac{1+r^2z^2}{1+r^2}. \tag{29}$$

Анализ (29) позволяет найти две характерные асимптотики

$$1)\ r \to 0 \qquad z = th(t/2) \qquad\qquad 2)\ r \to \infty \qquad z = t/2r^4,$$

а также численно построить кривую. Соответствующие графики для четырех моментов времени показаны на рис. 12. Как и ранее, с течением времени область циклонического вращения охватывает всю тропосферу, причем за счет непре-

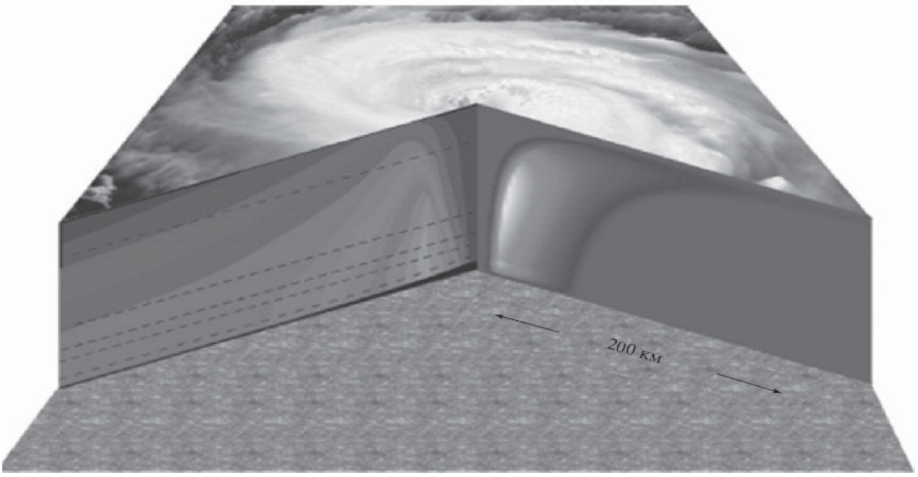


Рис. 13. Теневые картины изолиний тангенциальной (слева) и вертикальной (справа) компонент скорости в тропическом циклоне

рывного распределения восходящих движений она теперь всегда расположена выше среднего уровня $z = 0$. Для гладкой функции тока граница области $\Gamma(t)$ есть всюду гладкая кривая.

Отметим, что в работе (*Калашник и Калашник, 2010*) были также построены аналитические решения уравнения переноса углового момента с учетом линейного трения. Показано, что для интенсификации ТЦ в модели с трением необходимо, чтобы скорость радиального потока на нижнем уровне превосходила некоторое пороговое (критическое) значение.

Качественное сопоставление с натурными данными.

Приведем некоторые наблюдаемые особенности структуры и динамики ТЦ, которые описываются полученными решениями.

А). Циклоническое вращение в приосевой зоне ТЦ охватывает практически всю тропосферу (в противоположность тому, что характерно для внетропических циклонов).

Данная особенность хорошо выражена в построенных по натурным данным композиционных моделях структуры ТЦ и измеренных вертикальных профилях тангенциальной скорости в приосевой области ТЦ. В качестве примера на рис. 13 (слева) показана теневая картина изолиний тангенциальной скорости ТЦ, построенная по данным самолетных измерений (*Emanuel, 2003*). Наклонная граница, разделяющая области с циклоническим и антициклоническим вращениям качественно подобна границам, представленным на рис. 12.

Сходная особенность структуры тангенциальной циркуляции наблюдается и в лабораторном моделировании интенсивных конвективных вихрей. На рис. 14 показана структура вихревого течения над нагретым диском во вращающемся цилиндрическом бассейне (*Баталов, 2008*). Здесь также можно увидеть асимметричное расположение областей с циклоническим и антициклоническом вращением.

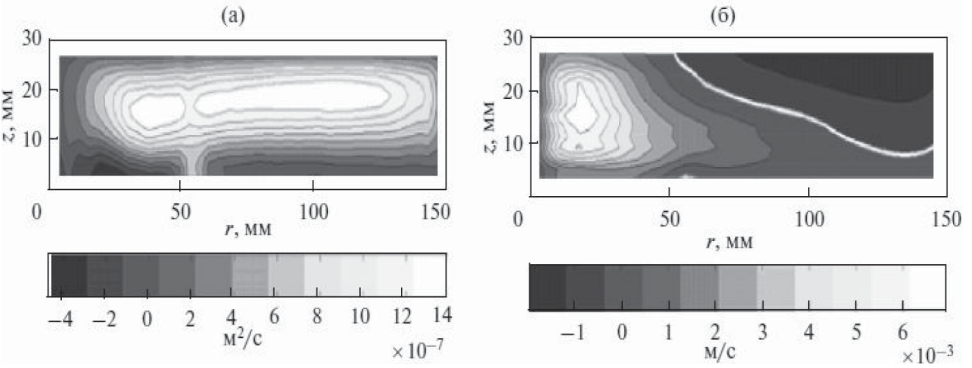


Рис. 14. Структура радиальной (а) и тангенциальной (б) циркуляции над нагретым диском во вращающемся цилиндрическом бассейне. Белая линия на правом рисунке разделяет области с циклоническим и антициклоническим вращением

Б). Рост максимальной скорости на ранней стадии интенсификации ТЦ сопровождается уменьшением радиуса максимального ветра (сжатием вихря).

Эта особенность хорошо выражена в архивах Объединенного центра по предупреждению ураганов JTWC Best Track Data, где приведены оперативные значения (во времени) параметров r_m, v_m для большого количества ТЦ. Отметим, что для аналитического решения (17) асимптотически выполняется закон сохранения $r_m(t)\, v_m(t) = 0.5(1 - e^{-2t}) \sim 0.5 = \text{const}$ или, в размерной форме,

$$r_m(t)\, v_m(t) \sim 0.5\, fL^2 = \text{const}. \qquad (30)$$

Предварительная проверка соотношения (39) для некоторых индивидуальных ТЦ на ранней стадии развития показала неплохое согласие. Для принятых ранее значений $L = 300$ км, $f = 0.5 \times 10^{-4}$ с$^{-1}$с$^{-1}$ фигурирующая в (30) константа $0.5\, fL^2 = c = 2.25 \times 10^6$ м^2/с. Для $v_m = 33$, 50 м/с формула (30) при этом соответственно дает $r_m = 68.2$, 45 км. Значение константы, естественно, может меняться, поскольку она выражается через достаточно плохо определяемый горизонтальный масштаб L – радиус, на котором достигает максимум скорость втока (для кусочно гладкой функции тока, L – радиус области восходящих движений).

Отметим также, что на основе анализа объединенных данных для всех стадий развития различных ТЦ М.И. Ярошевич (частное сообщение) получил близкую к (30) статистическую связь между радиусом максимального ветра и максимальной скоростью $r_m v_m^{0.85} = c$, $c \sim 1.92 \times 10^6$. Последняя формула использовалась в работе (*Ярошевич, 2007*) для оценок кинетической энергии ТЦ. Для $v_m = 33$, 50 м/с эта формула соответственно дает $r_m = 98.3$, 69 км. При $v_m = 50$ м/с значения параметра r_m совпадают, если в формуле (39) взять $L = 370$ км.

В). Быстрый рост максимальной скорости в приосевой зоне ТЦ сопровождается гораздо более медленным ростом скорости на периферии.

Эта особенность неоднократно отмечалась в анализе экспериментальных данных о структуре ТЦ (*McBride, 1981; Willoughby, 1990*). В качестве примера, на рис. 15 показаны два радиальных распределения тангенциальной скорости для урагана Диана, разделенные промежутком времени порядка суток (*Willoughby, 1990*). В то время как максимальная скорость в приосевой зоне увеличилась практически вдвое, на периферии произошли лишь незначительные изменения

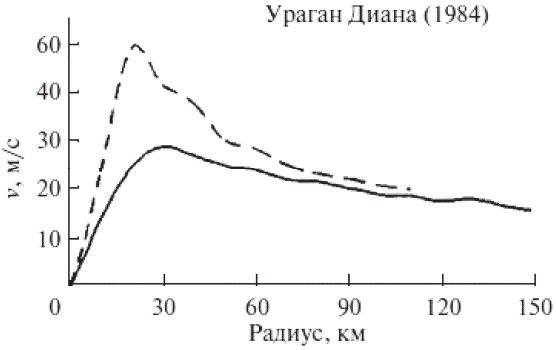


Рис. 15. Радиальные профили тангенциальной скорости в урагане Диана на поверхности 850 гПа соответственно 9-го (сплошная) и 10-го (пунктир) сентября 1984 г.

скорости. Полученные в работе аналитические решения хорошо описывают эту особенность – экспоненциальный рост максимальной скорости сопровождается слабым линейным ростом на периферии (в модели без трения).

В заключение отметим, что построенные решения прежде всего иллюстрируют эффективность механизма интенсификации вращения при радиальных перемещениях частиц в поле силы Кориолиса. Именно об этом динамическом механизме, подытоживая опыт численного моделирования ТЦ, автор известного обзора (*Ооята, 1985*) писал – «Вток массы в толстом слое – это в сущности все, что нужно для интенсификации циклонического вращения ».

2.6.4. Связь интенсивности и длительности тропических циклонов

В (*Mokhov and Priputnev, 1999*) проведен статистический анализ данных (*GTECCA, 1994*) для тропических циклонов (ТЦ) за 20 летний период с 1970 г. (см. также (*Голицын и др., 1999; Priputnev et al., 1999*)). Отмечено, что среднее время жизни ТЦ для Земли в целом около 8.1 сут. и существенно различается для разных бассейнов Мирового океана (при общем диапазоне от нескольких часов до месяца). Для Тихого океана в северо-восточной части (СВТО) среднее время жизни ТЦ оценено в (*Mokhov and Priputnev, 1999*) около 6.5 сут., в северо-западной (СЗТО) – 10.1 сут., в юго-западной (ЮЗТО) – 7.2 суток; для северной части Атлантического океана (САО) – 7.1 сут.; для Индийского океана в северной части (СИО) – 5.6 сут., в южной части (ЮИО) – 9.4 сут. Интенсивность ТЦ можно характеризовать кинетической энергией вращательного движения E_K, которая пропорциональна V_{max}^2 или из уравнения градиентного баланса, которое хорошо выполняется в развитых ТЦ на верхней границе пограничного слоя ($z \approx 1$ км), при пренебрежении силой Кориолиса:

$$\frac{V^2}{r} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r},$$

где, V – тангенциальная скорость ветра, r – расстояние до центра ТЦ, p – давление, ρ – плотность. В пренебрежении радиальной составляющей скорости ветра

и при максимальной скорости ветра V_{max}, оцениваемой максимальной тангенциальной скоростью ветра, V_{max}^2 пропорциональна перепаду давлений Δp между центром и периферией ТЦ

$$\Delta p \sim V_{max}^2 .$$

На основе данных (*GTECCA, 1994*) проведен анализ связи времени жизни ТЦ τ и времени интенсификации ТЦ τ_i с максимальной интенсивностью за время жизни ТЦ для Мирового океана в целом. Максимальная интенсивность ТЦ за время его жизни характеризуется соответствующей максимальной скоростью V_{mm} или V_{mm}^2, а также максимальным перепадом давления Δp_{mm}.

Результаты анализа свидетельствуют, что связь τ и τ_i с V_{mm}^2 и Δp_{mm} хорошо аппроксимируется степенной функцией. В табл. 1 приведены оценки показателей степени для $\tau \sim (\Delta p_{mm})^k$, $\tau \sim (V_{mm}^2)^l$, $\tau_i \sim (\Delta p_{mm})^m$, $\tau_i \sim (V_{mm}^2)^n$. В скобках приведены среднеквадратические отклонения.

Таблица 1. Оценки показателей степени для $\tau \sim (\Delta p_{mm})^k$, $\tau \sim (V_{mm}^2)^l$, $\tau_i \sim (\Delta p_{mm})^m$, $\tau_i \sim (V_{mm}^2)^n$

Показатель степени	k (τ:Δp_{mm})	l(τ: V_{mm}^2)	m(τ_i:Δp_{mm})	n(τ_i: V_{mm}^2)
Оценки	0.50 ($\pm$ 0.01)	0.40 ($\pm$ 0.01)	0.44 ($\pm$ 0.02)	0.45 ($\pm$ 0.02)

Объяснить полученные статистические результаты можно с помощью простой модели для развития ТЦ на основе энергетического баланса для кинетической энергии E_K. Полагая, что E_K увеличивается за счет потока скрытой теплоты поступающей от поверхности океана (F_H), и учитывая потери на трение о поверхность океана (F_D), получим

$$\frac{\partial E_K}{\partial t} \sim F_H - F_D , \qquad (1)$$

где $E_K \sim V_{max}^2$. Потоки скрытого тепла F_H и трения F_D можно представить в виде

$$F_H \sim C_H V_{max} , \qquad (2)$$

$$F_D \sim C_D V_{max}^2 , \qquad (3)$$

где C_H и C_D – соответственно коэффициенты теплообмена и сопротивления. Эти коэффициенты, в свою очередь, зависят от скорости ветра. Существуют различные эмпирические параметризации для оценки этих зависимостей C_H и C_D. При степенных зависимостях C_H и C_D от V_{max}

$$C_H \sim V_{max}^{\alpha} ,$$

$$C_D \sim V_{max}^{\beta}$$

из (1) следует

$$\frac{\partial V_{max}^2}{\partial t} \sim V_{max}^{1+\alpha} - V_{max}^{2+\beta} .$$

При трении воздуха о поверхность океана происходит не только диссипация кинетической энергии, но и создается в пограничном слое приток массы влажного воздуха к центру ТЦ, способствуя развитию конвекции. Если пренебречь потерями на трение, то в пределах $0 \le V_{max} \le V_{mm}$ и $0 \le t \le \tau_i$

$$\tau_i \sim (V_{mm})^{1-\alpha}, \text{ если } \alpha \neq 1;$$

$$\tau_i \sim \ln V_{mm}, \text{ если } \alpha = 1.$$

В простейшем случае при $C_H = \text{const}$, т.е. при $\alpha = 0$,

$$\tau_i \sim V_{mm},$$

или

$$\tau_i \sim (\Delta p_{mm})^{1/2}.$$

Это в целом неплохо соответствует данным в последних двух столбцах таблицы 1.

2.7. Модели смерчеобразных вихрей

2.7.1. Простая модель смерчеобразных вихрей

1. Ниже рассматривается вихревое течение, которое моделирует влажно-конвективные смерчеобразные вихри в атмосфере. Согласно определению, содержащемуся в Метеорологическом Словаре Американского Метеорологического Общества (AMS, 2013) смерч (торнадо) – это "вращающаяся воздушная колонна, касающаяся поверхности земли, которая свешивается вниз с кучевообразного облака и часто видна как облачная воронка и/или крутящиеся на земле обломки/пыль". Смерч (торнадо) – это наиболее интенсивный и впечатляющий представитель семейства мелкомасштабных колоннообразных атмосферных вихрей, которое также включает водяные смерчи, пыльные вихри, огненные вихри и др. Интенсивные атмосферные вихри долгое время изучаются в метеорологической и гидродинамической литературе; см. напр. (*Интенсивные атмосферные вихри, 1985*), где дан достаточно полный (на то время) обзор работ по теоретическому моделированию интенсивных атмосферных вихрей, а также по их лабораторному моделированию и натурным исследованиям. Современный обзор гидродинамики торнадо, в тесной связи с наблюдениями и их лабораторными и численными аналогами, дан в (*Rotunno, 2013; Davies-Jones, 2015*).

Приведенное ниже рассмотрение было в значительной степени инспирировано двумя замечательными работами по теоретической метеорологии, посвященными смерчеобразным вихрям. Во-первых, это работа Л.Н. Гутмана (*Гутман*, 1957) (она получила дальнейшее развитие в (*Kuo, 1966, 1967*)) и, во-вторых, статья (*Fiedler and Rotunno, 1986*). Дополнительной мотивацией послужили попытки самого автора (*Kurgansky, 2005, 2013*) построить модель колоннобразного вихря, основываясь на соображениях самоподобия (автомодельности), которые восходят к работе (*Schlüter and Temesváry, 1958*), где решалась математически сходная магнитостатическая задача.

Согласно наблюдениям, торнадо перемещаются вместе с материнским облаком за счет преобладающего ветра на верхних уровнях. Поэтому можно использовать цилиндрическую систему координат, которая движется вместе с ветром и рассматривать стационарную осесимметричную задачу, предполагая, что атмосфера покоится на достаточном расстоянии от вихря. Начало координат помещается на поверхность земли в центре вихря и вертикальная z-координата направляется вдоль его оси. Поскольку тангенциальные скорости в смерче много больше самой скорости перемещения смерча (в среднем около 40 км/час; см. *Bluestein, 1966*), процессы взаимодействия вихря с поверхностью могут с хорошим приближением рассматриваться так, как если бы вихрь покоился относительно земли. Мы будем рассматривать смерчи как тонкие и высокие колоннообразные вихри; соответственно, радиальная компонента уравнения баланса количества движения аппроксимируется уравнением циклострофического баланса[1]. Хотя смерч сосуществует с турбулентным атмосферным окружением, мы – вне при-

[1] В (*Kurgansky, 2005, 2013*) приближение циклострофического баланса не используется, что в принципе позволяет рассматривать вихри с сопоставимыми размерами, как по вертикали, так и по радиусу.

земного пограничного слоя – пренебрегаем турбулентной вязкостью в уравнениях движения и рассматриваем эффективно невязкое вихревое решение.

2. Для установившегося невязкого осесимметричного вихревого течения, которое описывается уравнениями движения, взятыми в приближении Буссинеска (напр., *Lin, 2010*, § 2.3) (приближении слабой (в динамическом смысле) сжимаемости атмосферного воздуха), справедливо общее интегральное соотношение

$$-\frac{w^2(0,z)}{2}+\int_0^\infty \frac{v^2}{r}\,\mathrm{d}r=\int_z^\infty b(0,z)\,\mathrm{d}z \tag{1}$$

Уравнения движения при этом линеаризованы относительно отклонений температуры $T = T_e(z) + T'$ и давления $p = p_e(z) + p'$ от их значений T_e и p_e в окружающей вихрь атмосфере, которые зависят лишь от высоты z. Первый аргумент в искомых функциях в (1) относится к расстоянию r до центра вихря. В уравнении (1) w – вертикальная скорость; $b = gT'/T_e$ – плавучесть (g – ускорение силы тяжести). При выводе (1) предполагается, что отклонение давления $\varpi = p'/(p_e/RT_e)$ от равновесного (гидростатического), поделенное на плотность воздуха в окружающей атмосфере, где R – газовая постоянная сухого воздуха, стремится к нулю на бесконечном удалении по r от центра вихря, т.е. $\varpi(\infty,z)=0$. При этом в радиальном направлении поток считается циклострофически сбалансированным. Предполагается также, что $w(0, z) \to 0$, $\varpi(0,z)\to 0$ при $z \to \infty$ (или альтернативно на некоторой конечной, но достаточно большой высоте H). Это ключевое предположение восходит к (*Schlüter and Temesváry, 1958*); оно означает, что вихревое движение полностью затухает на достаточно большой высоте в атмосфере.

Если в качестве нижнего предела интегрирования $z = h$ взят уровень свободной конвекции, где $b(0, h) = 0$ и введены обозначения $V(r) \equiv v(r, h)$, $W \equiv w(0, h)$, то (1) переписывается в виде

$$\int_0^\infty \frac{V^2(r)}{r}\,\mathrm{d}r=\frac{1}{2}W^2+\mathrm{CAPE}, \tag{2}$$

где CAPE – акроним для конвективной доступной потенциальной энергии (Convective Available Potential Energy), напр., (*Holton, 1992; Ambaum, 2010*). В символической форме уравнение (2) можно переписать как

$$KV_m^2=\frac{1}{2}W^2+\mathrm{CAPE}, \tag{3}$$

где $K \equiv \int_0^\infty \frac{V^2(r)}{r}\,\mathrm{d}r \Big/ V_m^2$ – функционал радиального профиля азимутальной скорости; здесь V_m – предполагаемый единственным максимум азимутальной скорости на уровне $z = h$. Для классического вихря Рэнкина $K = 1$, для «пустотелого» вихря $K = 1/2$ (см. ниже), а например, для известного вихря Бюргерса–Ротта $K \approx 1.702$. Формула, аналогичная (2) и (3), но в так называемом «неупругом» (ane-lastic) приближении приведена также в (*Davies-Jones*, 2015). В пренебрежении слагаемым $W^2/2$ в правой части (2) и (3) получается формула для «термодинамического предела скорости» (см. (*Davies-Jones*, 2015) и ссылки там), определяемого гидростатическим дефицитом давления в центре вихря. Эта формула хорошо работает в численных моделях торнадо без учета приземного трения, поскольку вертикальная скорость W тогда пренебрежимо мала (*Davies-Jones*, 2015). По-

скольку вертикальная скорость обращается в нуль при $z \to \infty$, слагаемое $W^2/2$ в правой части (2) и (3) описывает дефицит давления в центре вихря, обусловленный эффектом Бернулли в суживающемся книзу вихревом ядре[2]. Сумма CAPE + $W^2/2$ в правой части (2) и (3) равна дефициту давления V_m^2 поддерживаемому условиями циклострофического баланса. Аналог (3) для сухо-конвективных вихрей и при отказе от использования уравнения циклострофического баланса был получен в (*Kurgansky, 2005, 2013*).

3. Вышеприведенные соображения – совершенно общие и никак не детализируют трехмерную структуру вихря. Такая детализация, однако, необходима, чтобы установить связь между V_m^2 и $W^2/2$, а значит выразить V_m^2 через CAPE. Предположим, что вихревое решение самоподобно и радиальный профиль азимутальной скорости отвечает вихрю Рэнкина на всех высотных уровнях, с твердотельным вращением внутри вихревого ядра при $r < a(z)$ и потенциальным движением вне ядра (рис. 1). На каждом высотном уровне z максимум азимутальной скорости равен $\Gamma / a(z)$ и удельный угловой момент Γ всюду постоянен на границе вихревого ядра.

Аксиальная скорость w не зависит от радиуса внутри вихревого ядра на всех высотных уровнях и отвечает восходящему потоку; на периферии вихря $w \equiv 0$[3]. В силу бездивергентности поля скорости в приближении Буссинеска

$$w(0,z) = \frac{Q}{\pi a^2(z)} \equiv \frac{Q}{\pi} y(z); \tag{4}$$

$y(z) \equiv a^{-2}(z)$ является основной искомой функцией задачи; полный вертикальный объемный поток Q не зависит от высоты. Для рассматриваемых в работе конвективных вихрей $y(z)$ – монотонно убывающая функция z (см. подстрочное замечание № 2). Аналогично,

$$\int_0^\infty \frac{v^2}{r}\,\mathrm{d}r = \int_0^a \frac{\Gamma^2 r^4}{a^4 r^3}\,\mathrm{d}r + \int_a^\infty \frac{\Gamma^2}{r^3}\,\mathrm{d}r = \Gamma^2 y \tag{5}$$

и из (1), (4) и (5) в частности получается, что

$$\Gamma^2 y(h) - \frac{Q^2}{2\pi^2} y^2(h) = \mathrm{CAPE}; \tag{6}$$

---

[2] Можно строго показать, что для рассматриваемых в работе конвективных вихрей с теплым ядром их радиус монотонно растет с высотой.

[3] В используемом подходе нет математической необходимости рассматривать именно вихрь Рэнкина. Это делается, во-первых, в целях простоты и, во-вторых, потому, что вихрь Рэнкина описывает наблюдения не хуже, чем более сложные теоретические модели (вихри Лэмба–Озеена, Бюргерса–Ротта и др.). Многочисленные наблюдения над торнадо (напр. *Wurman and Gill, 2000*) показывают, что тангенциальная компонента ветра v растет линейно по радиусу, вплоть до радиуса максимальной скорости ветра, в то время как вне радиуса максимальной скорости ветра радиальное распределение v следует для интенсивных вихрей, вне приземного слоя, закону vr=constant (ср. *Kuo*, 1966), всё в соответствии с моделью вихря Рэнкина. Более ограничительно предположение об однородном восходящем потоке на всех высотных уровнях в вихревом ядре. Оно исключает возможность воспроизвести двухячейковую вихревую структуру в наиболее сильных торнадо, но отвечает классической и наиболее изученной задаче о «вихревых волнах Кельвина» (см. *Сэффмэн, 2000*, § 11.3).

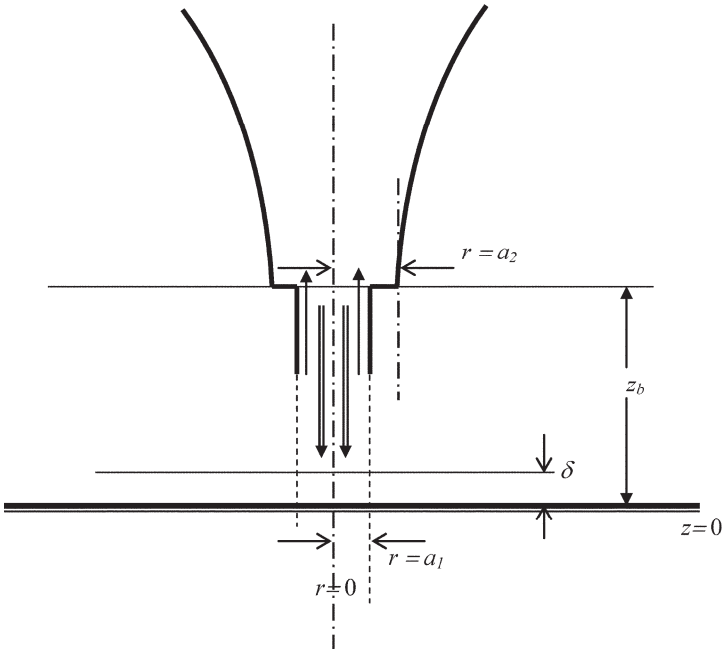


Рис. 1. Схема смерчеобразного вихря пп. 3 и 4: горизонтальная плоскость $z = z_b$ отделяет обусловленный силой плавучести докритический вихрь п. 3, что выше этой плоскости, и цилиндрический сверхкритический вихрь п. 4 ниже нее. Расходящиеся вверх кривые линии в верхней части рисунка указывают (в несколько преувеличенной форме) на эффект увеличения с высотой радиуса докритического вихря, имеющего теплое вихревое ядро. Поверхность земли описывается $z = 0$. Тонкая горизонтальная точечная линия $z = \delta$ схематично представляет верхнюю границу пограничного слоя (см. п. 4). Одиночные вертикальные стрелки указывают направление потока массы, а двойные вертикальные стрелки дают направление потока энергии (спиральности). Остальные обозначения объяснены в тексте

ср. (2). В практических приложениях уровень $z = h$ соответствует, как уже говорилось, уровню свободной конвекции, в то время как верхний уровень $z = H$, который замещает $z = \infty$, совпадает с уровнем нейтральной плавучести. Математически, наш подход означает, что $y(z) \to 0$ при $z \to \infty$. Физически, поскольку делается приближение тонких и высоких колоннобразных вихрей, радиус вихря на большой, но конечной высоте $z = H$ должен быть много больше, чем тот же радиус при $z = h$, но он должен оставаться много меньшим самой высоты H. Поэтому, если интегрирование в правой части (6) производится до конечной высоты H, то в левой части (6) появятся слагаемые, $-\Gamma^2 y(H) + \dfrac{Q^2}{2\pi^2} y^2(H)$, вкладом которых в силу условия $y(H) << y(h)$ можно пренебречь. Таким образом, фактически рассматривается асимптотическое вихревое решение. Эквивалентным образом, оно может рассматриваться в терминах «растянутой» вертикальной координаты, когда уровень нейтральной плавучести находится на эффективно бесконечно большой высоте.

4. При известных из наблюдений значениях CAPE формулы для «термодинамического предела скорости», как правило, предсказывает существенно меньшее значение максимальной скорости в смерче по сравнению с апостериорными оценками на основе F-шкалы Фуджита (с 2007 г. – «усовершенствованной» (enhanced) EF-шкалы Фуджита). Это – известная проблема в изучении торнадо (см. *Fiedler and Rotunno, 1986; Lewellen et al., 2000; Lewellen and Lewellen, 2007*). Ниже, описана попытка (*Курганский, 2015*) обратиться к этой проблеме с несколько иной стороны путем (а) сопряжения, в целом аналогичного тому, как сделано в (*Fiedler, Rotunno, 1986*), вихревого решения п. 3 с вихрем, который расположен непосредственно над поверхностью земли $z = 0$, и (б) детального анализа вертикального потока энергии (и спиральности) в построенном таким образом «составном вихре» (см. ниже).

С этой целью рассматривается сверхкритический вихрь Рэнкина в промежутке между поверхностью земли и уровнем распада вихря $z = z_b$. Этот вихрь (а) динамически взаимодействует с поверхностью и (б) распадается на уровне $z = z_b$, где его радиус внезапно (скачкообразно) увеличивается и он превращается в докритический вихрь, описанный в п. 3. Если слой $0 \le z \le z_b$ хорошо перемешан (что справедливо для дневного пограничного слоя, особенно летом), то приповерхностный сверхкритический вихрь имеет независимый от высоты радиус и максимально возможная оценка скорости получается, когда $z_b \equiv h$, см. (8), и докритическое вихревое течение устанавливается в точности над уровнем свободной конвекции. Чтобы связать между собой сверхкритическое и докритическое вихревые решения, используются условия баланса кинетической энергии (КЭ). Принимается, что КЭ генерируется силой плавучести в основном (докритическом) вихревом восходящем потоке, за счет корреляции плавучести и вертикальной компоненты скорости. Затем КЭ передается (в основном за счет сил давления) вниз, где ее диссипация за счет турбулентной вязкости происходит, во-первых, в области распада вихря, а во-вторых (и окончательно) в приземном пограничном слое, как результат взаимодействия сверхкритического вихря с поверхностью земли. В дальнейшем индексы “1” и “2” относятся к сверхкритическому и докритическому вихрю, соответственно.

Вихревой поток сверхкритичен, если $\alpha_1^2 = W_1^2 / V_{m1}^2 > 1/2$, и выше уровня распада вихря $z = z_b \equiv h$ устанавливается докритическое вихревое течение, чей спиральный параметр (также называемый вихревым числом Россби (*Barcilon, 1967*)) $\alpha_2 = W_2 / V_{m2}$ определяется из уравнения (*Kurgansky, 2013*, §3.2; ср. также *Fiedler and Rotunno, 1986*)[4]

$$X_1 \ln(X_2/X_1) + (X_1/X_2) - 1 = 0\,, \qquad X_{1,2} = \left(2\alpha_{1,2}^2\right)^{-1}, \tag{7}$$

вытекающего из условия непрерывности вертикальных потоков массы (средняя плотность воздуха полагается равной единице)

$$2\pi \int_0^\infty wr\,\mathrm{d}r$$

[4] В (*Fiedler and Rotunno, 1986*) была рассмотрена простая модель вихря, ранее предложенная в (*Barcilon, 1967*), когда вихревое ядро схематизируется как безвихревой однородный аксиальный поток, окруженный «потенциальным вихрем» с нулевой аксиальной скоростью в нем; вся завихренность при этом сосредоточена в цилиндрической вихревой пелене радиуса $r = a_1$.

и импульса

$$2\pi\int_0^\infty\left(w^2+\varpi\right)r\mathrm{d}r$$

на уровне распада вихря. Чтобы прийти к (7), в две указанные выше формулы подставляются данные ранее выражения для компонент скорости *v* и *w*, а также выражение для поля давления в вихре Рэнкина

$$\varpi=\begin{cases}-\dfrac{\Gamma^2}{a^2}+\dfrac{\Gamma^2r^2}{2a^4}, & r\le a\\ -\dfrac{\Gamma^2}{2r^2}, & r>a\end{cases}.$$

При этом взятый со знаком «минус» (т.е. считающийся положительным, будучи направлен вниз) поток КЭ

$$J=-2\pi\int_0^\infty\left(\frac{v^2+w^2}{2}+\varpi\right)wr\mathrm{d}r$$

испытывает на уровне распада вихря скачок (ср. *Kurgansky*, 2013). В сверхкритическом и докритическом вихрях поток КЭ, соответственно, равен (см. также *Kurgansky*, 2013)

$$J_{1,2}=\frac{1}{2}\pi W_{m1,2}\left(V_{m1,2}^2-W_{1,2}^2\right)a_{1,2}^2\equiv\frac{\pi^2\Gamma^4}{2Q}\frac{1}{2X_{1,2}}\left(1-\frac{1}{2X_{1,2}}\right).$$

Считается, что $X_1 > 1/2$, т.е. $\alpha_1^2=W_1^2/V_{m1}^2<1$. В противном случае, поток КЭ в приземном вихре был бы направлен вверх и приземный пограничный турбулентный вязкий слой служил бы не стоком, а дополнительным источником КЭ. Этот особый режим здесь не рассматривается[5].

Строго показывается, что

$$J_1-J_2=-\frac{\pi^2\Gamma^4}{8Q}\left(\frac{1}{X_1}-\frac{1}{X_2}\right)\left(\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}-2\right)\le 0,$$

т.е. направленный вниз поток КЭ в сверхкритическом приземном вихре не может превосходить такой же поток в основном докритическом вихре. Относительный вклад области распада вихря и приземного турбулентного вязкого слоя в ослабление направленного вниз потока КЭ непосредственно связан со свойствами сверхкритического вихря, в первую очередь, со значениями параметра α_1^2, который входит в выражение для J_1 и определяет решения уравнения (10), т.е. в конечном счете – максимум скорости в приземном вихре. В самом деле, в обозначениях п. 5 формула (7) переписывается в виде

$$V_{m2}^2=\frac{1}{2}W_2^2+\mathrm{CAPE}\equiv\frac{\alpha_2^2}{2}V_{m2}^2+\mathrm{CAPE}$$

[5] Последний режим имеет большее отношение к лабораторным аналогам смерчей, возбуждаемых механическим способом в «вихревых камерах» (см. напр. Интенсивные атмосферные вихри, 1985; *Fiedler and Rotunno, 1986*; и ссылки там), где в возникающем придонном вихре, как пра-вило, $W_1 > V_{m1}$.

и поэтому с учетом того, что $X_2/X_1 = a_2^2/a_1^2 = V_{m1}^2/V_{m2}^2$,

$$V_{m1}^2 = \frac{X_2}{X_1}\left(1-\frac{\alpha_1^2}{2}\cdot\frac{X_1}{X_2}\right)^{-1}\mathrm{CAPE}\cdot \tag{8}$$

Возможны два предельных случая. Во-первых, $J_1 = 0$ при ${\alpha_1}^2 = 1$, т.е. вся диссипация КЭ приходится на уровень распада вихря $z = z_b \equiv h$. Теперь $X_1 = 1/2$ и из (7) численно находим, что $X_2/X_1 \approx 4.92$ и поэтому на основе (8)

$$\left(V_{m1}^2\right)_{\max} \approx 5.48\cdot\mathrm{CAPE}\ . \tag{9}$$

Это – максимальная, но реально недостижимая в рамках данного теоретического сценария, скорость в сверхкритическом вихре. Она получена для идеализированного вихря, у которого отсутствует диссипация КЭ в вязком турбулентном пограничном слое. Отметим, что безотносительно тому, какая доля КЭ диссипирует непосредственно в пограничном слое, последний обеспечивает радиальный подток массы, объясняющий восходящий поток в ядре вихря. Второй предельный случай – когда, напротив, все разрушение КЭ происходит в пограничном слое. Этому случаю отвечает ${\alpha_1}^2 = 1/2$, т.е. $X_1 = X_2 = 1$, и из (8) находим

$$\left(V_{m1}^2\right)_{\min} \approx 1.33\cdot\mathrm{CAPE}\ . \tag{10}$$

Это – минимальная в рамках данного теоретического сценария оценка для максимума скорости ветра в вихре при заданном значении CAPE. В действительности, КЭ диссипирует как в окрестности уровня распада вихря, так и в пограничном слое, причем относительный вклад этих областей во многом определяется случайными факторами. В число этих факторов возможно входят вертикальные сдвиги скорости ветра в самых нижних слоях воздуха, шероховатость подстилающей поверхности и прочие иные условия, в большей или меньшей степени благоприятствующие конвергенции поля скорости, а значит и интенсивным восходящим движениям в центре вихря; ср. с известной задачей Кармана–Бёдевадта о нелинейном пограничном слое на неподвижной плоскости под вихрем. Будем поэтому считать параметр ${\alpha_1}^2$ случайной величиной, которая в первом приближении принимает с равной вероятностью значения на отрезке [1/2, 1]. Тогда среднее значение (математическое ожидание) величины ${\alpha_1}^2$ равно $\langle{\alpha_1}^2\rangle$=3/4 и используя в (7) соответствующее значение $\langle X_1\rangle$=2/3 будем иметь $\langle X_2\rangle / \langle X_1\rangle \approx 2.40$ и, следовательно, на основе (8)

$$\left\langle V_{m1}^2\right\rangle \approx 2.85\cdot\mathrm{CAPE}\,. \tag{11}$$

Если статистическое распределение ${\alpha_1}^2$ смещено в сторону меньших значений, то и числовой коэффициент в правой части (11) будет несколько меньшим. Получена средняя, ожидаемая, оценка для максимальной скорости в смерчеобразном вихре. Она в целом согласуется с модельной оценкой (*Fiedler and Rotunno, 1986*), гласящей, что установившийся вихрь, примыкающий к поверхности земли, может обладать максимальной азимутальной скоростью примерно в 1.7 раз большей, чем максимальная азимутальная скорость в вышерасположенном докритическом вихре (см. также *Lewellen and Lewellen, 2007*).

В вихре Рэнкина вертикальные потоки КЭ

$$J_{1,2} = \frac{1}{2}\pi W_{m1,2}\left(V_{m1,2}^2 - W_{1,2}^2\right)a_{1,2}^2$$

и спиральности (поток считается положительным, когда направлен вниз; см. *Kurgansky*, 2013)

$$S = \frac{8\pi}{3}\int_0^\infty v^3 \mathrm{d}r - 4\pi\int_0^\infty vw\left(-\partial w/\partial r\right)\mathrm{d}r,$$

так что

$$S_{1,2} = 2\pi V_{m1,2}\left(V_{m1,2}^2 - W_{1,2}^2\right)a_{1,2},$$

однонаправленны и при заданных Γ и Q в точности пропорциональны друг другу (ср. *Kurgansky, 2013*). Поэтому рассуждения п. 5 эквивалентным образом формулируются в терминах спиральности и ее разрушения (ср. *Курганский*, 2015).

5. Можно ввести семейство вихрей, для которых азимутальная скорость меняется с радиусом по закону

$$v = \begin{cases} \dfrac{\Gamma}{a}\left(\dfrac{r}{a}\right)^s, & r \le a \\ \dfrac{\Gamma}{r}, & r > a \end{cases} \qquad (12)$$

и показатель степени s в (12) меняется в пределах от единицы до бесконечности. Нижний предел $s = 1$ отвечает вихрю Рэнкина. Верхний предел $s = \infty$, когда азимутальная скорость внутри вихревого ядра при $r < a$ – нулевая, соответствует так называемому пустотелому (“hollow-core”) вихрю; последний иногда называется вихрем с неподвижным (“stagnant”) ядром. Для вихрей (12)

$$K = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{s}\right) \qquad (13)$$

в уравнении (3), и максимально возможная азимутальная скорость в вихре (при прочих равных условиях) достигается в «пустотелом» вихре. Интересен частный случай пустотелого вихря с нулевой вертикальной скоростью в вихревом ядре: воздух в ядре покоится, а в движении находится лишь периферия вихря. В работе (*Yih, 2007*) такой вихрь рассматривался как наипростейшая возможная модель торнадо (см. также *Вараксин и др., 2011*).

Общие рассуждения о распаде вихря, базирующиеся на (7) и (8) – в последнем уравнении с поправкой на (2) и (13) – переносятся на семейство вихрей (12). Отличие состоит в интерпретации полученных результатов в терминах баланса КЭ и спиральности: в то время как поток КЭ не зависит от s и для всего семейства вихрей (12) он определяется теми же формулами, что и для вихря Рэнкина, для потока спиральности это уже не так и в общем случае имеет место формула

$$S_{1,2} = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{2}{3s+1} + 1\right)V_{m1,2}^3 a_{1,2} - 2\pi V_{m1,2} W_{1,2}^2\, a_{1,2}.$$

В частности, при $s = \infty$

$$S_{1,2} = \frac{4\pi}{3}V_{m1,2}^3 a_{1,2} - 2\pi V_{m1,2} W_{1,2}^2\, a_{1,2},$$

т.е. свойство однонаправленности и строгой пропорциональности потоков КЭ и спиральности (как это было для вихря Рэнкина) в общем случае вихрей (12) теряется. В этом, в том числе, видится гидродинамическая выделенность (исключительность) вихря Рэнкина среди вихрей (12).

6. Основываясь на соображениях автомодельности, выше построена простая модель стационарного влажно-конвективного вихря, которая связывает ожидаемое значение максимума азимутальной скорости в смерче, непосредственно у поверхности земли, со значениями CAPE, запасенными в предсмерчевых условиях в окружающей атмосфере, см. (11). Однако, безусловно, нельзя рассчитывать на универсальность применимости выводов простой теории п. 4 к такому сложному и многоплановому природному явлению, как атмосферный смерч; хотя, в отдельных случаях ее предсказания могут быть полезными. В наибольшей степени теория применима к летним условиям, когда ведущую роль в образовании и поддержании вихрей играет конвективная неустойчивость атмосферы, а роль вертикального сдвига ветра в нижних слоях атмосферы, в какой-то мере второстепенна (ср. *Johns et al., 1993*). Так, для смерча 12 июня 2012 г. в районе г. Ханты-Мансийска в Западной Сибири значение CAPE составляло 886 $м^2 с^{-2}$ (см. *Курганский и др., 2013*), что по формуле (11) дает ожидаемую максимальную скорость в вихре ≈ 50 $м с^{-1}$. Таким образом, апостериори, этот смерч может классифицироваться (в целом корректно, в согласии с наблюдениями очевидцев) как пограничный между категориями EF1 и EF2 по усовершенствованной шкале Фуджита (категория EF2 начинается со скорости примерно 50 $м с^{-1}$ (111 миль/час)). Минимальная, по формуле (10), оценка скорости в вихре, ≈ 34 $м с^{-1}$, является заниженной. В таблице 1 для 10 смерчей, случившихся в разные годы над территорией как бывшего СССР, так и СНГ приведены проведенные Д.И. Захарченко (2015) сопоставления рассчитанных по формулам (9)–(11) максимальной, минимальной и, соответственно, ожидаемой оценок для максимума скорости в воронке смерча (основываясь на известных по данным реанализа ERA–Interim значениях CAPE для места и времени образования смерча) с апостериорными оценками интенсивности смерчей по шкале Фуджита. Во всех случаях, кроме катастрофического ивановского смерча 1984 г. наблюдается в целом удовлетворительное согласие модельных оценок и наблюдений.

Таблица 1. 10 смерчей в над Северной Евразией (*Захарченко, 2015*)

Населенный пункт	Дата	Время UTC	CAPE Дж/кг	$V_{m,min}$ м/с	$V_{m,exp}$ м/с	$V_{m,max}$ м/с	Оценка[6] F (м/с)
Иваново	9.6.1984	12:00	1600	46	68	94	4–5 (117)
Днепропетровск	30.5.1985	14:00	1450	44	64	89	2 (60)
Киев	30.5.1985	18:00	1079	38	55	77	1 (41)
Винница	20.7.1987	14:00	2900	62	91	126	4 (105)
Касторное	1.9.2003	14:00	1900	50	74	102	3 (81)
Краснозаводск	3.6.2009	18:00	966	36	52	73	2–3 (70)
Ханты-Мансийск	12.6.2012	12:00	886	35	50	70	1 (41)
Ефремов	22.5.2013	14:00	900	34	50	70	1–2 (50)
Обнинск	23.5.2013	15:00	450	25	36	50	0–1 (32)
Янаул	29.8.2014	12:00	1500	44	65	90	3 (81)

[6] В последней колонке в скобках указаны скорости ветра, характерные для соответствующей смерчу категории интенсивности по шкале Фуджита по экспертным оценкам. В случае различия экспертных оценок интенсивности смерча, высчитывалась средняя для двух категорий характерная скорость ветра.

В пяти случаях полученная оценка наиболее ожидаемой максимальной скорости ветра близка к характерной для данной категории интенсивности; в двух случаях, ближе к характерной оказалась минимальная оценка максимальной скорости ветра, в двух других – к максимальной оценке максимальной скорости; лишь в случае ивановского смерча произошла существенная недооценка его интенсивности и он не попал в диапазон оценочных значений максимальной скорости. Не исключено, что это связано со взятым из ре-анализа значением CAPE, которое может быть не вполне адекватным данному смерчу в период его наибольшей интенсивности. Возможна и не совсем правильная оценка интенсивности смерча по характеру разрушений, которые он причинил.

Динамико-статистические рассуждения п. 4 имеют двоякий смысл. Во-первых, они в соответствии с данными наблюдений указывают, что при заданном значении CAPE возможны смерчеобразные вихри различной интенсивности. Во-вторых, напротив, смерч заданной интенсивности может наблюдаться при различных значениях CAPE, отличающихся, согласно теории п. 5, в $5.48/1.33 \approx 4.22$ раз. Это в целом согласуется с (*Johns et al., 1993*), где для наблюдавшихся в теплый сезон над территорией США сильных и очень сильных торнадо значения CAPE лежали в подавляющем большинстве случаев в интервале 1000–5000 $м^2 с^{-2}$.

С учетом того, что значения CAPE приблизительно экспоненциально распределены в атмосфере над различными территориями (включая США и Европу) (*Brooks et al., 2003; Riemann-Campe et al., 2009*), можно предположить, что умеренный, или даже слабый, рост средних значений CAPE над этими территориями способен привести к заметному увеличению вероятности больших значений CAPE (см., напр., обсуждение родственных тематик в (*Lubchenko and Karl, 2012; Brooks, 2013*)). В соответствии с аргументацией п. 4 это может иметь два следствия: (а) увеличение частоты самых сильных смерчей (торнадо) над территориями, где они уже случаются (б) возникновение смерчей (торнадо) над теми (более северными) территориями, где они раньше не наблюдались (ср. *Курганский и др., 2013*).

2.7.2. Простейшая модель смерча

Простейшей моделью смерча может служить вихрь, в ядре которого воздух покоится и имеет меньшую плотность ρ (более разрежен) по сравнению с окружающей атмосферой. Это отвечает тому, что давление p очень сильно (иногда на 100 гПа, т.е. на 1/10 своей величины) падает в центре вихря; в то же время температура воздуха меняется, по всей видимости, гораздо слабее, т.е. условия близки к изотермическим. Вне ядра движение воздуха соответствует «потенциальному вихрю», когда азимутальная скорость V меняется с расстоянием r до центра вихря по закону $V = \Gamma / r$, причем угловой момент Γ постоянен на внешней границе ядра, при $r = a(z)$. В этом случае, из уравнений гидростатического и циклострофического баланса следует, что

$$a^2(z) = \frac{\Gamma^2}{2g'(h-z)},$$

где давление на уровне $z = h$ считается постоянным и $g' = g(\rho_\infty - \rho_0) / \rho_\infty$ есть редуцированное ускорение свободного падения; ρ_∞ – плотность воздуха на большом удалении от вихря и ρ_0 – плотность разреженного воздуха в центре вихря. Вихревая воронка имеет грибообразную форму, достигая бесконечного радиуса при

приближении к уровню $z = h$. Это решение (см. также *Вараксин и др., 2011*) было получено C.-S. Yih и опубликовано через 10 лет после его кончины в (*Yih, 2007*). Эквивалентным образом оно переформулируется в терминах функции Экснера Π и потенциальной температуры θ, когда $g' = g(\theta_0 - \theta_\infty) / \theta_\infty$, где θ_∞ – потенциальная температура воздуха на большом удалении от вихря и $\theta_0 > \theta_\infty$ – потенциальная температура воздуха в центре вихря, т.е. воздух там (потенциально) теплее чем в окружающей вихрь атмосфере. Обратим внимание на то, что столь глубокое падение давления в центре смерча ставит под сомнение применимость к их анализу приближения слабосжимаемой жидкости (приближения Буссинеска). В частности, в применении к реальным смерчам анализ в переменных (Π, θ) дает в несколько раз меньшее значение g' нежели в переменных (p, ρ), хотя в приближении Буссинеска результаты должны были бы совпадать.

Представляет интерес обобщение такого решения на случай, когда ядро смерча завихренно и азимутальная скорость ветра в нем растет по радиусу по закону близкому к линейному (в точности линейный закон получается в приближении Буссинеска). Исходим из уравнения термического ветра, следующего из уравнений гидростатического и циклострофического баланса

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{v^2}{\theta r}\right) = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{g}{\theta}\right).$$

Ищем решение в виде

$$v(r,z) = \Omega(z) r \sqrt{\frac{\theta}{\theta_\infty}}, \qquad \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta_\infty} - \frac{1}{\Theta}\left[1 - \frac{r^2}{a^2(z)}\right].$$

Второе соотношение определяет поле потенциальной температуры $\theta(r, z)$ (в статье (*Курганский, 2005*) в этом месте имеется небольшая описка – множитель $\sqrt{\theta_\infty/\theta}$ после r^2 там является лишним – которая впрочем никак не влияет на полученное итоговое решение). Решение рассматривается внутри ядра вихря при $r \le a(z)$. На границе ядра ставятся два условия: (1) $\theta = \theta_\infty$ при $r = a(z)$, т.е. поверхность вихревого ядра изэнтропическая и (2) $vr = \Gamma = const$ при $r = a(z)$, т.е. поверхность вихревого ядра – это поверхность постоянных значений углового момента. Вне ядра движение воздуха безвихревое: $v = \Gamma / r$. Указанных двух условий достаточно, чтобы записать $\Gamma = \Omega(z)a^2(z)$ и поэтому

$$\frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta_0} + \frac{\Omega(z) r^2}{\Theta\Gamma},$$

где введено обозначение θ_0 для потенциальной температуры на оси вихря, такой что $\theta_0^{-1} = \theta_\infty^{-1} - \Theta^{-1}$. В результате уравнение термического ветра дает условие

$$\frac{d\Omega(z)}{dz} = -\frac{g\theta_\infty}{\Theta\Gamma},$$

интегрируя которое получаем $\Omega(z) = \frac{g\theta_\infty}{\Theta\Gamma}(h - z)$. При этом предполагается, что функция $\Omega(z)$ обращается в нуль на уровне $z = h$. Как следствие, вихревая воронка описывается уравнением

$$a^2(z) = \frac{\Gamma^2}{g'(h - z)},$$

где теперь $g' = g\theta_\infty / \Theta$ или приближенно, поскольку $\Theta >> \theta_\infty$, $g' \cong g(\theta_0 - \theta_\infty) / \theta_\infty$. В этом приближении указанное «грибообразное» решение совпадает с тем, что получается качестве простого частного случая для бароклинного вихря Рэнкина (в буссинесковской жидкости) в работе (*Kurgansky, 2005*), посвященной сухоадибатическим пыльным вихрям. В отличие от «пустотелого» вихря в данной модели вихря, обобщающей вихрь Рэнкина на случай полностью сжимаемой атмосферы, вихрь при прочих одинаковых значениях параметров получается в $\sqrt{2}$ раз более утолщенным, а значит и $\sqrt{2}$ раз менее интенсивным. Существенно, что в отличие от «пустотелого вихря», потенциальная температура в рассматриваемой вихревой модели не испытывает скачка (непрерывна) на внешней поверхности вихревого ядра.

Сходный подход к построению простейшей модели ограниченного сверху по высоте торнадообразного вихря предложен в недавней работе (*Ben-Amots, 2016*).

Вращательное отношение и вихревые режимы

В гидродинамике торнадо вращательное отношение (swirl ratio) является основным безразмерным параметром, определяющим структуру вихря в лабораторных вихревых камерах, а также их численных аналогах (*Davies-Jones, 1973, 2015*). Математически, вращательное отношение определяется формулой $S = \pi R\Gamma / Q$, где Q – наложенный (внешний) объемный поток (воздуха) в вихревой камере, R – радиус конвективной зоны в вихревой камере (где заключен вертикальный поток) и $2\pi\Gamma$ – внешняя циркуляция, создаваемая специальными закрылками (дефлекторами), вносимыми в вовлекаемый с боков поток. При малых значениях S в вихревой камере реализуется одноячейковый вихрь с восходящим потоком воздуха в его центре. Когда значение S превышает определенное критическое значение (для типичной геометрии вихревых камер оно меньше единицы), то реализуются вихри с двухячейковой циркуляцией и нисходящим движением воздуха в центре вихря.

Шероховатость подстилающей поверхности повышает указанное критическое значение, и при одном и том же значении S над гладкой поверхностью может реализоваться двухячейковый вихрь, а над шероховатой – одноячейковый (*Rotunno*, 2013). При больших значениях S реализуется многовихревая структура, иногда в форме сцепленных вихрей типа двойной спирали.

Эти закономерности перехода между различными вихревыми структурами можно понять так, что при заданной циркуляции $2\pi\Gamma$ одноячейковая циркуляция обеспечивает больший объемный поток Q нежели двухячейковая циркуляция, и потому первая отвечает меньшему значению S. С другой стороны, при заданном Q одноячейковая циркуляция обеспечивается меньшим значением $2\pi\Gamma$, поскольку вихревое ядро более компактно; двухячейковая циркуляция обеспечивается большими значениями $2\pi\Gamma$, поскольку ядро шире. Это опять показывает, что одноячейковая циркуляция отвечает меньшему значению S. Касательно многовихревого режима при (очень) больших значениях S, то отметим, что он может быть связан с неустойчивостью вихревой пелены, образующейся с ростом S на границе ядра двухячейкового вихря, когда радиальный профиль азимутальной скорости похож на соответствующий профиль в вихре с «неподвижным» ядром.

Наблюдаемые в природе тонкие конвективные вихри (в частности водяные смерчи и пыльные вихри) формально (по своей структуре) похожи на лаборатор-

ные вихри с малым вращательным отношением. Однако, прямые измерения показывают, что характерная вертикальная скорость W в них как правило меньше (максимума) азимутальной скорости V_m : 6 м с$^{-1}$ против 16 м с$^{-1}$ в измеренном PIV пыльном вихре (*Ito and Niino, 2014*) и 8 м с$^{-1}$ против 25 м с$^{-1}$ согласно прямым самолетным измерениям в водяных смерчах (*Leverson et al., 1977*).

Следует четко отличать вращательное отношение S (которое является внешним параметром, зависящим кроме всего прочего от геометрии установки) от безразмерного внутреннего параметра V_m / W. Как правило, при заданной структуре вихря значение S меньше значения V_m / W, что в основном объясняется тем, что лабораторный вихрь переносит вверх лишь малую часть общего потока Q, и эта часть уменьшается, когда вихрь становится двухячейковым. Поэтому в принципе возможна ситуация, когда S мало, но $V_m / W > 1$. Переход от одноячейкового вихря в двухячейковому сопровождается увеличением отношения V_m / W.

Шероховатость подстилающей поверхности оказывается очень сильный и нетривиальный эффект на конвективные вертикальные вихри, в частности, торнадо. Об этом, например, свидетельствует то, что торнадо над сушей как правило много сильнее чем их собратья (водяные смерчи) над водной поверхностью. Согласно проведенным (лабораторным) исследованиям, трение о поверхность, как правило, увеличивает радиус вихря и уменьшает максимум скорости в нем (напр., *Dessens, 1972*). Однако, в этом вопросе имеются тонкости. Так, согласно лабораторным экспериментам (*Neakrase and Greeley, 2010*) введение небольшой шероховатости, напротив, ведет к интенсификации вихря и делает его более локализованным, а указанная выше регулярная тенденция восстанавливается при умеренной и сильной шероховатости. Кроме того, вообще говоря, шероховатость поверхности делает поток более турбулентным.

2.7.3. Перемешивание, вращение, осцилляции, и КПД при фазовых переходах в вихревых образованиях в облачных системах

Ниже рассмотрена модель образования мезоциклона в зоне смешения влажного воздуха в облачных системах Cb с окружающим сухим внеоблачным воздушным потоком с низкой температурой. Интенсификация завихренности происходит под действием фазовых переходов вода–пар или лед–вода–пар совместно с начальным вращением облака из-за конкретных метеоусловий. При этом основную роль играет механизм растяжения вихревых трубок, проявляющийся при превышении определенного порога η_{cr} (36) коэффициента полезного действия $\frac{T_2 - T_1}{T_2}$ цикла Карно с температурами T_2 в Cb и внеоблачном слое T_1, связанного с процессом конденсации или испарения влаги в облаке.

Известно, что образование интенсивных вихрей в суперячейковых и мультиячейковых кучево-дождевых облачных системах (Cb) связано в значительной степени с температурными и ветровыми контрастами в области мезомасштабных нисходящих потоков в Cb. Схемы воздушных течений и тепловых различий в Cb и его окрестностях изучались начиная с 40-х годов XXв. Результаты этих исследований представлены в большом количестве работ (см. *Byers and Braham, 1949; Browning and Ludlam, 1962; Browning, 1964, 1965; Шметер, 1987; Винниченко и др., 1976*).

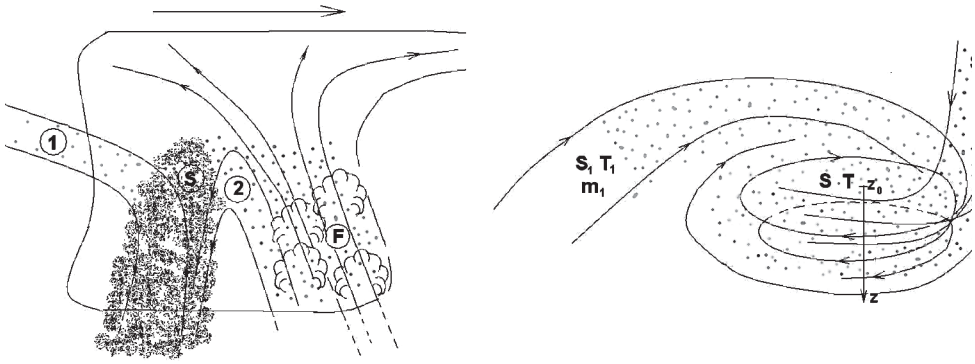


Рис. 1. **(а)** Воздушные потоки в Cb: S – область смешения, F – фронтальная область; **(б)** Образование зоны смешения S

В общей схеме конвективных потоков в Cb выделяется передняя часть (F, рис. 1а) по направлению движения, где формируется восходящее движение влажного воздуха, начинающееся на достаточно большом расстоянии от облака, и его тыловая часть (S) с нисходящим потоком при максимальной скорости в области осадков. Эта схема движения, впервые рассмотренная Браунингом (*Browning, 1964*), повторяющая в общих чертах схемы ряда упомянутых работ, представлена на рис. 1а (схема рис. 1а не учитывает известную асимметрию относительно вертикальной плоскости). Следует отметить, что в данной схеме восходящие и нисходящие потоки существуют, практически не смешиваясь. Это подтверждают работы (*Ludlam, 1963; Fujita, 1963*). Нисходящее движение в этой схеме начинаются вблизи середины (по высоте) облака и затем переходят в потоки в виде струй диаметром до нескольких километров. Существенно также, что для их образования важную роль играет упорядоченное вовлечение сухого воздуха (1) из средней тропосферы в тыловую часть Cb. Этому способствуют большие относительные горизонтальные скорости движения околооблачного воздуха, в результате чего облако как бы "продувается" (*Шметер, 1962, 1966*).

Таким образом, в тыловой части облака Cb происходит смешение сухого внеоблачного воздуха с низкой потенциальной температурой (1) с влажным теплым воздухом облака (2) (рис. 1б), причем в области смешения (S) активную роль играют конденсация и испарение облачных элементов (водяных и ледяных частиц). Перемешивание влажного воздуха в облаке и сухого над ним рассматривалось, в частности в работах (*Deardorff, 1980; Randall, 1980; Emanuel, 1981*).

Далее рассмотрены процессы только в этой части Cb, причем немаловажную роль играет первоначальное вращение облака (преимущественно циклонического характера, хотя и антициклоническое вращение мощных Cb также иногда имеет место, см. например, (*Fujita and Grandoso, 1968; Fujita, 1981*). Фазовые переходы в области смешения (S) совместно с начальным вращением может привести к интенсификации крупномасштабного (порядка нескольких километров) вращения. Такие вращающиеся структуры хорошо известны (мезоциклоны), пример показан на рис. 2. Некоторые из них могут давать начало более мелким вихревым системам типа торнадо (*Fujita, 1981*).

Рис. 2. Мезоциклоны (WWW.extremeinstability.com)

В данной работе будет получено условие генерации мезоциклонического вихря как результат неустойчивости, имеющее пороговый характер. Наиболее известен пороговый критерий $T > 26$ ºС возникновения тропических циклонов, который в работах (*Голицын, 2008; Golitsyn, 2009*) был изменен с использованием величины потока энергии от океана к атмосфере.

Фазовые переходы и изменения температуры в объемах (слоях) смешения

Рассматривается перемешивание сухого воздуха с влажностью s_1 (массовая доля водяного пара или удельная влажность) с температурой (холод) T_1 и более теплого влажного насыщенного воздуха (в облаке) с влажностью $s_2 = s_m\,(p,\ T_2)$ при давлении p с температурой T_2 , $T_1 < T_2$ (рис. 1б). Для смеси (горизонтальное перемешивание при постоянном давлении p, см. Матвеев (1984)) имеем влажность s и температуру T,

$$s = s_2\frac{n}{1+n} + \frac{s_1}{1+n},\quad T_2 - T = T_2\frac{\eta}{1+n},\ \eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2},\ n = \frac{m_2}{m_1}, \tag{1}$$

где n – отношение масс смешивающихся частей, m_2 – теплого влажного воздуха и m_1 – холодного сухого.

Здесь T – это температура смеси без учета фазовых переходов. Однако, если при этой температуре влажность s больше насыщенной влажности $s_m\,(p,\ T)$, $s > s_m\,(p,\ T)$, то часть (лишней) влаги сконденсируется с выделением тепла и повышением температуры по сравнению с T. Наоборот, при $s < s_m\,(p,\ T)$ присутствующая в туче капельная влага в виде дождя (или льда) испаряется с поглощением тепла и соотвествующим понижением температуры. Найдем эти изменения температуры.

Пусть $\tilde{T}$ – температура смеси с учетом тепла конденсации или испарения,

$$\tilde{T} = T + \Delta T, \tag{2}$$

где T – температура смеси без учета тепла фазовых переходов, ΔT – изменение температура из-за фазовых переходов.

Рассмотрим случай нулевой влажности $s_1 = 0$. Более общий случай $s_1 \neq 0$ может быть рассмотрен аналогично нижеследующему, но он более громоздок. Влажность (1) смеси с этим упрощением:

$$s = s_m(p, T_2)\frac{n}{1+n}.$$

Насыщенная влажность при температуре смеси $\tilde{T}$ равна $s_m(p, \tilde{T})$. Избыток (недостаток) влажности δ по отношению к ней равен

$$\delta = s - s_m(p, \tilde{T}) = s_m(p, T_2)\frac{n}{1+n} - s_m(p, \tilde{T}).$$

При $\delta > 0$ избыток влаги сконденсируется, выделится тепло $L\delta$ и температура повысится на ΔT,

$$L\delta = c_p \Delta T. \tag{3}$$

Здесь c_p – теплоемкость при постоянном давлении, c_p = 1 Дж/(г°К), L – удельная теплота испарения воды, L = 2500 Дж/г. Соответственно при $\delta < 0$ имеем понижение температуры T на ΔT.

Пусть

$$\delta_k = s_m(p, T_2)\frac{n}{1+n} - s_m(p, T), \tag{4}$$

(здесь в последнее слагаемое входит температура T смеси без учета фазовых переходов, а не $\tilde{T}$, как в δ). Тогда

$$\delta = s_m(p, T_2)\frac{n}{1+n} - s_m(p, T + \Delta T) \approx \delta_k - \frac{\partial s_m(p, T)}{\partial T}\Delta T.$$

Из (3) имеем

$$L\delta_k - L\frac{\partial s_m(p, T)}{\partial T}\Delta T = c_p \Delta T, \tag{5}$$

откуда находим величину ΔT,

$$\Delta T = \frac{L\delta_k}{L\dfrac{\partial s_m(p, T)}{\partial T} + c_p}. \tag{6}$$

Перепишем (4),(6) с учетом (1) и известных формул для удельной влажности и уравнения Клайперона–Клаузиуса (см. (*Матвеев, 1984*)):

$$s_m(p, T) = \frac{\mu_w}{\mu_c}\frac{E(T)}{p}, \quad E(T) \approx E(T_2)\exp\left(\frac{L}{R_w T}\frac{T - T_2}{T_0}\right), \tag{7}$$

$$s_m(p, T) = s_m(p, T_2)\exp\left(\frac{L}{R_w T}\frac{T - T_2}{T_2}\right), \; L\frac{\partial s_m(p, T)}{\partial T} = \frac{L^2}{R_w T^2}s_m(p, T), \tag{8}$$

где R_w – удельная газовая постоянная водяного пара, R_w = 0.461 Дж/(г°К), $E(T)$ – давление насыщения при температуре T (при $T = T_0$ 273.15° K, $E(T_0)$ = 6.1078 гПа), μ_w = 18.015 кг/кмоль, μ_c = 28.9645 кг/кмоль – относительные молекулярные массы водяного пара и сухого воздуха, $\dfrac{\mu_w}{\mu_c} = 0.622$. Для этих величин имеются известные соотношения

$$\mu_c R_c = \mu_w R_w = R, \frac{R_w}{c_p} \approx 0.46, \ \frac{R_c}{c_p} = \frac{\mu_w}{\mu_c} \cdot \frac{R_w}{c_p} = \frac{\kappa - 1}{\kappa}, \ \kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1.4, \qquad (9)$$

где $R_c = c_p - c_v$ – удельная газовая постоянная сухого воздуха, $R_c = 0.287$ Дж/(г°К), R – универсальная газовая постоянная, $R = 8.31441$ Дж/(моль°К).

Для (4) тогда из (4) имеем с учетом (1):

$$\delta_k = s_m(p, T_2)\left(\frac{n}{n+1} - \exp\left(\frac{L}{R_w}\frac{T - T_2}{TT_2}\right)\right) = s_m(p, T_2)\left(\frac{n}{n+1} - \exp(-\frac{\eta}{\tau}\frac{1}{1+n})\right). \qquad (10)$$

В (10) и далее, кроме безразмерной величины относительной разности температур η, введены безразмерные величины, связанные с удельной теплотой испарения L : τ, τ_2,

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}, \tau = \frac{R_w T}{L}, \ \tau_2 = \frac{R_w T_2}{L}. \qquad (11)$$

Величина τ входит в экспоненту в формуле для давления насыщения $E(T) = E(T_0)\exp\left(\frac{T - T_0}{\tau T_0}\right)$: при $T = 300$ K,

$$\tau = \frac{R_w T}{L} = \frac{0.461 \cdot 300}{2500} : \ 0.05. \qquad (12)$$

Для (6) с помощью второго равенства в (8) и (10) получим

$$\Delta T = \frac{L\delta_k}{c_p\left(1 + \frac{L^2}{c_p R_w T^2} s_m(T)\right)} = T_2 \frac{L s_m(p, T_2)}{c_p T_2} \cdot \frac{\frac{n}{1+n} - \exp(-\frac{\eta}{\tau}\frac{1}{1+n})}{1 + \frac{L s_m(p,T)}{c_p T}\frac{1}{\tau}} =$$

$$= T_2\left(\frac{E(T_2)}{p}\frac{\kappa - 1}{\kappa}\frac{1}{\tau_2}\right) \cdot \frac{\frac{n}{1+n} - \exp(-\frac{\eta}{\tau}\frac{1}{1+n})}{1 + \frac{E(T)}{p} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{1}{\tau^2}} = \frac{T_2}{1+n} \cdot \frac{E_k(T_2)}{\tau_2} \cdot \frac{n - (1+n)\exp(-\frac{\eta}{\tau}\frac{1}{1+n})}{p + \frac{E_k(T)}{\tau^2}}, \qquad (13)$$

где

$$E_k(T) = E(T)\frac{\kappa - 1}{\kappa}, \qquad (14)$$

и использовались первое равенство в (7) и равенства (9):

$$\frac{L s_m(p,T)}{c_p T} = \frac{E(T)}{p} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_c} \cdot \frac{L}{c_p T} = \frac{E(T)}{p} \cdot \frac{\mu_w}{\mu_c} \cdot \frac{R_w}{c_p} \cdot \frac{1}{\tau} = \frac{E(T)}{p} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{1}{\tau}. \qquad (15)$$

Различные части этих формул часто встречаются при описании процессов в облаках, туманах и т.д. (см. (*Матвеев, 1984*)), в частности, для исследования неустойчивости (осцилляций) вершины облака (см. (*Deardorff, 1980; Emanuel, 1981*)).

Из (13) понижение температуры T_d по отношению к температуре T_2 теплого влажно-насыщенного воздуха в Cb,

$$\tilde{T} = T + \Delta T = T_2 - T_d, T_d > 0$$

равно (согласно (2) $T + \Delta T$ – это температура смеси)

$$T_d(p,T_2,T_1) = T_2 - T - \Delta T = \frac{T_2 - T_1}{1+n} - \Delta T = \frac{T_2}{1+n}\left(\eta - \frac{\Delta T}{T_2}(1+n)\right) =$$

$$= \frac{T_2}{1+n}\left(\eta - \frac{E_k(T_2)}{\tau_2}\cdot\frac{Q_\tau}{p + \dfrac{E_k(T)}{\tau^2}}\right), \qquad (16)$$

где определена безразмерная величина Q_τ:

$$Q_\tau = n - (1+n)\exp\left(-\frac{\eta}{\tau}\frac{1}{1+n}\right). \qquad (17)$$

Отличие формулы (16) от формулы в (1) в учете испарения или конденсации влаги в облачной системе Cb, что дает ряд дополнительных членов в (16). Отметим, что зависимость от давления p в (16) связана именно с этими процессами, так что если $L \equiv 0$, т.е. $\dfrac{1}{\tau_2} = 0$, то из (16) следует $T_d = \dfrac{T_2 - T_1}{1+n}$.

При

$$p = p_0(z) + p' \qquad (18)$$

с точностью до членов первого порядка по p' имеем из (16)

$$T_d(p,T_2,T_1) = T_d(p_0(z),T_2,T_1) + p'\left(\frac{T_2}{p_E}\cdot\frac{E_k(T_2)}{p_E}\cdot\frac{Q_\tau}{\tau_2(1+n)}\right) = T_d(p_0(z),T_2,T_1) + p'\cdot T'_p,$$

$$T'_p = T_2\cdot\frac{E_k(T_2)}{p_E^2}\cdot\frac{Q_\tau}{\tau_2(1+n)},\ \ p_E = p_0(z) + E_k(T)\frac{1}{\tau^2}. \qquad (19)$$

Барический градиент давления T'_p (19) связан с процессами испарения или конденсации влаги в облачной системе Cb. Входящая в (16), (17) величина n – отношение смеси, вообще говоря, неизвестна. Однако ряд полученных далее следствий слабо зависит от конкретной ее величины. При $Q_\tau > 0$ градиент $T'_p > 0$, т.е. отрицательное отклонение температуры T_d от T_2 увеличивается с ростом отклонения p' давления, а значит увеличивается и отрицательная плавучесть.

Уравнения динамики

Понижение температуры в рассматриваемой части облака на величину T_d от значения T_2 дает отрицательную плавучесть (направленную вниз) $B = g\dfrac{T_d}{T_2}$. В системе координат, где вертикальная ось z направлена вниз, уравнение для вертикальной скорости W (также направленной вниз) имеет вид

$$\frac{dW}{dt} = g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + g\frac{T_d}{T_2}, \qquad (20)$$

g, p, ρ – ускорение силы тяжести, давление, плотность водуха. Используя (18, 19) имеем

$$\frac{dW}{dt} = g - \frac{1}{\rho}\frac{dp_0(z)}{dz} + g\frac{T_d(p_0(z),T_2,T_1)}{T_2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial z} + p'\cdot\frac{gT'_p}{T_2}. \qquad (21)$$

Осцилляционные движения

Рассмотрим вначале малые колебания жидких частиц вблизи фиксированного уровня z_0 с давлением $p_0 = const$, причем изменения давления в жидкой частице обусловлены гидростатическим ростом вниз с учетом третьего слагаемого в правой части (21) при $p_0 = const$, $dp_0 / dz = 0$. Из (21) при $z' = z - z_0$ имеем

$$W = \frac{dz'}{dt},\ p' = \rho\tilde{g}z',\ \tilde{g} = g(1+\frac{T_d(p_0,T_2,T_1)}{T_2}),$$

$$\frac{d^2z'}{dt^2} = z'\rho\tilde{g}\frac{gT_p'}{T_2} = -\omega^2 z',\ \omega^2 = -\frac{\tilde{g}}{H_E}\frac{E_k(T_2)}{p_E}\frac{Q_\tau}{\tau_2(1+n)},\ H_E = \frac{p_E}{\rho g}, \qquad (22)$$

где p_E определена в (19), так что осцилляционные решения имеют место при $Q_\tau < 0$, т.е. при

$$\eta < \tau(1+n)\ln(1+\frac{1}{n}).$$

(В квадрате частоты (при $Q_\tau < 0$) выделен размерный множитель $\frac{\tilde{g}}{H_E}$ и безразмерные величины $\frac{E_k(T_2)}{p_E}, \frac{Q_\tau}{\tau_2(1+n)}$.)

Такие решения, как видно из приведенных выше уравнений, связаны с фазовыми переходами в смеси влажного и сухого воздуха ($L \neq 0$). При их рассмотрении флуктуации давления обусловлены только гидростатическим перемещением жидких частиц по вертикали.

При $Q_\tau > 0$ движение частицы имеет экспоненциально неустойчивый характер и может приводить к формированию вращательных движений. Это условие можно также получить, если связать флуктуации давления с изменением вихревой составляющей движения.

Осесимметричное вращение

Рассмотрим осесимметричное вращение столба воздуха с температурой $\tilde{T} = T_2 - T_d$ и температурой окружения T_2 – температура влажного воздуха в Cb. Уравнение для радиальной составляющей скорости u_r,

$$\frac{du_r}{dt} - \frac{u_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r},$$

можно упростить, предполагая, что радиальный градиент давления уравновешивается центробежной силой (второе слагаемое в левой части). Для твердотельного вращения вихря при постоянной плотности азимутальная скорость равна $u_\phi = \Omega_z r$, так что $p = p_c + \rho\frac{1}{2}(\Omega_z r)^2$. Пусть давление на периферии вихря p_0 (z). Введя величину R его радиуса, получим зависимость давления p_c вблизи центра вихря от Ω_z (при этом Ω_z считаем переменной величиной, зависящей от z:

$$p = p_0(z) + p' = p_0(z) - \alpha\rho R^2\Omega_z^2 \qquad (23)$$

(пониженное давление в центре по сравнению с периферией из-за вращения вихря). В (23) $\alpha \sim 1$.

Еще одно уравнение, используемое далее, это уравнение для вертикальной завихренности Ω_z,

$$\frac{d\Omega_z}{dt} = \vec{\Omega}\nabla W,$$

в котором пренебрегаем горизонтальной изменчивостью величин, так что

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial t} + W\frac{\partial \Omega_z}{\partial z} = \Omega_z \frac{\partial W}{\partial z}. \tag{24}$$

В этом же приближении уравнение (21) имеет вид

$$\frac{\partial W}{\partial t} + W\frac{\partial W}{\partial z} = g - \frac{1}{\rho}\frac{dp_0(z)}{dz} + g\frac{T_d(p_0(z),T_2,T_1)}{T_2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial z} + p'\frac{g\cdot T_p'}{T_2}, \tag{25}$$

где согласно (23)

$$p' = -\alpha\rho R^2\,\Omega_z{}^2\,. \tag{26}$$

Слагаемое с T_d в правой части уравнения (25) представляет направленную вниз плавучесть, которая модифицирует соотношение гидростатики, определяющее величину $p_0(z)$ из (23) и правой части (25) при $p' = 0$, $W = const$:

$$0 = g - \frac{1}{\rho}\frac{dp_0}{dz} + g\frac{T_d(p_0(z),T_2,T_1)}{T_2}. \tag{27}$$

Квазигидростатическое давление $p_0(z)$, определяемое из (27), является базисным состоянием, относительно которого происходит движение, задаваемое изменениями давления p' (26), возникающими при отличном от нуля вращении столба воздуха в облаке. При этом давление $p_0(z)$ в облаке с высотой падает быстрее из-за слагаемого с плавучестью в (27), чем во внешнем сухом воздухе, при их одинаковом значении вблизи нижней границы облака (рис. 3).

Последнее слагаемое правой части уравнения (25) описывает влияние на плавучесть как сил, связанных с вращением столба воздуха (при $\Omega_z \neq 0$), так и фазовых переходов в нем. Более ясно это из записи уравнения (25) при учете (26), (27):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial W}{\partial t} + W\frac{\partial W}{\partial z} = -\Omega_z^2\cdot gf(z) + \alpha R^2\frac{\partial \Omega_z^2}{\partial z},\\
&gf(z) = \alpha\rho g R^2\frac{E_k(T_2)}{p_E^2(z)}\frac{Q_\tau}{\tau_2(1+n)} = H_E\frac{\Omega_b^2}{2\Omega_0^2},\ H_E = \frac{p_E}{\rho g},\\
&\Omega_b^2 = \Omega_0^2\frac{2\alpha}{1+n}\frac{R^2}{H_E^2}\varepsilon(T_2)Q_\tau,\ \varepsilon(T_2) = \frac{1}{\tau_2}\frac{E_k(T_2)}{p_E}.
\end{aligned} \tag{28}$$

(Величина $\varepsilon(T_2)$ безразмерная, p_E и E_k определены в (19), (14)).

Уравнение вихря (24) и уравнение (28), в котором выделена зависимость от z через $p_E(z)$, входят в систему для упрощенного описания интенсификации завихренности с учетом фазовых переходов во влажном насыщенном воздухе. В дальнейшем делается еще одно упрощение – в (28) пренебрегается градиентом (влажноадиабатическим) температур облака T_2 и объема смешения T (с учетом того, что в формулах (1) не рассматриваются процессы вертикального перемешивания), хотя соответствующие поправки в дальнейших формулах можно учесть.

Интенсификация завихренности

Рассмотрим некоторые простые решения этих уравнений безотносительно к граничным условиям вне смешивающихся объемов воздуха (которые на самом деле мы и не знаем). Выбрав середину объема смешения в Cb за начало отсчета – высота $z_0 = 0$, представим функцию $f(z)$ в (28) в отклонении от $f(z_0)$ с точностью

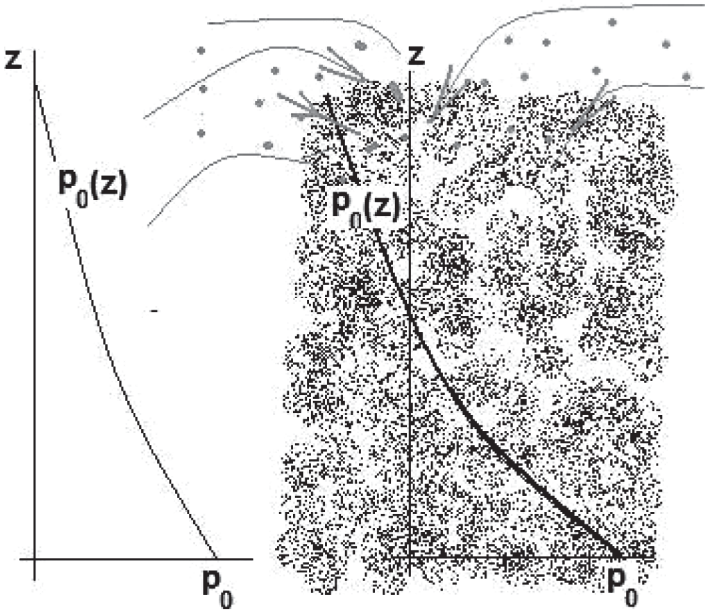


Рис. 3. Давление в облаке и вокруг него

до линейного по $(z - z_0)$ члена (напомним, что положительные значения z и W направлены вниз от z_0):

$$f(z) = f(z_0) + f'(z_0)(z - z_0)),$$

$$f'(z_0) = -2\left(\alpha\rho R^2 \frac{E_k(T_2)}{p_E^3(z)} \frac{Q_\tau}{\tau_2(1+n)}\right)\frac{dp_E(z)}{dz}|_{z=z_0} \approx -2f(z_0)\frac{\rho g}{p_E(z_0)},$$

где для производной по z использовалось нулевое приближение $\frac{dp_E}{dz} = \frac{dp_0}{dz} \approx \rho g$ с учетом предположения конца предыдущего параграфа – независимость от z величины $E_k(T_2)$ в (28).

Из (28):

$$\frac{\partial W}{\partial t} + W\frac{\partial W}{\partial z} = -\Omega_z^2 g f(z_0)\left(1 - 2\frac{z - z_0}{H_E}\right) + \alpha R^2 \frac{\partial \Omega_z^2}{\partial z},\ H_E = \frac{p_E}{\rho g},$$

где

$$gf(z_0) = \alpha R^2 \frac{\rho g}{p_E}\frac{E_k(T_2)}{\tau_2 p_E}\frac{Q_\tau}{1+n}. \qquad (29)$$

В другой форме

$$\frac{\partial W}{\partial t} + W\frac{\partial W}{\partial z} = -\Omega_z^2\alpha\frac{R^2}{H_E}\varepsilon(T_2)\frac{Q_\tau}{1+n}\left(1 - 2\frac{z - z_0}{H_E}\right) + \alpha R^2\frac{\partial \Omega_z^2}{\partial z}, \qquad (30)$$

где $\varepsilon(T_2)$ определена в (28).

Решение уравнений (24), (30) также представим до линейных по z членов в виде

$$\Omega_z(z,t) = \Omega_0\left(b(t) + \frac{z - z_0}{l}\right), \qquad (31)$$
$$W(z,t) = a(t) + W'(t)(z - z_0),$$

где $l = const$ – масштаб изменения Ω_z по вертикали, $\Omega_0 = const$ – завихренность, определяемая начальным распределением при $z = z_0$:

$$b(t=0) = 1, \Omega_0 = \Omega_z\,|_{z=z_0, t=0}.$$

Из (24), (30) получим уравнения для $b(t)$, $a(t)$, $W'(t)$ (пренебрегая членами $O(z - z_0)^2$; при $l = \infty$ решение (31) –точное), которые сводятся к одному уравнению для $b(t)$ (см. Приложение):

$$\frac{d^2b}{dt^2} = \Omega_b^2 b^2(b - b_0),\ b_0 = \frac{H_E}{2l}, \qquad (32)$$

$$\Omega_b^2 = \Omega_0^2 \frac{2\alpha}{1+n}\frac{R^2}{H_E^2}\varepsilon(T_2)\cdot Q_\tau, \qquad (33)$$

Частота Ω_b определяет характерный временной масштаб T_b изменения величины $b(t)$, а значит и завихренности Ω_z при условии, конечно, положительной определенности ${\Omega_b}^2$. Условие ${\Omega_b}^2 > 0$ является необходимым для существования взрывных решений уравнения (32), т.е. решений, обращающихся в ∞ за конечное время.

Однородные решения

Вначале рассмотрим случай $b_0 = 0$, что при $l = \infty$ в (32) соответствует цилиндрическому вихрю с независимой от высоты z структурой завихренности $\Omega_z = \Omega_0 \cdot b(t)$ (см. (31)). Тогда имеется следующее решение уравнения (32) с начальным условием $b(t = 0) = 1$, что соответствует начальной завихренности Ω_0,

$$b(t) = \frac{1}{1 - t/T_b}, T_b = \frac{\sqrt{2}}{\Omega_b}, \qquad (34)$$

где T_b – время существования данного решения, определяемого с помощью (33). Имеется также затухающее решение $b(t) = 1/(1 + t/T_b)$, т.к. (32) – уравнение второго порядка.

Условие ${\Omega_b}^2 > 0$ согласно (33) эквивалентно

$$Q_\tau = n - (1+n)\exp\left(-\frac{\eta}{\tau}\frac{1}{1+n}\right) > 0, \qquad (35)$$

т.е. для относительной разности температур $\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$ в облаке Cb (температура T_2) и сухой окружающей атмосферы (температура T_1) для существования таких резко возрастающих во времени решений должно выполняться пороговое соотношение

$$\eta > \tau\cdot(1+n)\ln\left(1+\frac{1}{n}\right) = \frac{R_w T}{L}(1+n)\ln\left(1+\frac{1}{n}\right) \equiv \eta_{cr}, \qquad (36)$$
$$T = T_2 - \frac{T_2 - T_1}{1+n} = T_2\left(1 - \frac{\eta}{1+n}\right) \approx T_2.$$

Относительная разность температур $\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$ – это фактически коэффициент полезного действия цикла Карно процесса с теплым (T_2) влажным воздухом и холодным (T_1) сухим. Растущее решение существует, если величина этого коэффициента превышает критическое значение (36), определяемое конденсацией или испарением (L) и отношением смеси n. То есть, термодинамическая машина с нагревателем T_2 и холодильником T_1 должна быть достаточно эффективной для генерации потоков с параметрами (31).

Из (36) следует, что при температуре в Cb $T_2 \sim 300$ K и $n = \frac{m_2}{m_1} = 0.5$, (т.е. на единицу массы теплого воздуха – две единицы массы холодного),

$$H > 1.65\tau \sim 0.08$$

(см. (12), так что температура T_1 в воздухе вокруг Cb не должна превышать $T_1 \sim 275$ºK, т.е быть ниже 0ºC или чуть выше 0ºC, чтобы осуществилась значительная интенсификация завихренности в Cb. Поскольку реальные температуры в облаке Cb и окружающем воздухе на высоте его середины все-таки меньше, то 25-градусной разницы $T_2 - T_1$ хватило бы для выполнения критерия (36), если бы не другие препятствующие этому факторы (см. ниже).

Оценки параметров

Оценим время T_b – характерный временной масштаб роста завихренности. В формуле (28) для p_E при $\tau = 0.05$ (см. (12)):

$$p_0 \sim 1000 \text{ мб}, E(T) = 40 \text{ мб (для } T = 29^\circ\text{C});$$

$$E_k(T) = E(T)\frac{\kappa - 1}{\kappa} = 40 \cdot 0.286 = 11.44 \text{ мб},$$

$$E_k(T)\frac{1}{\tau^2} = 11.44 \cdot 400 \sim 5000 \text{ мб},$$

$$p_E = (1000\text{+-}5000) \text{ мб} = 6000 \text{ мб}.$$

Из последней оценки следует, что в p_E (19) второе слагаемое намного больше первого. Положив для оценок

$$\tau_2 \approx \tau,\ E(T_2) \approx E(T),$$

получим для $\varepsilon(T_2)$ (28) в формуле (33) для $\Omega_b{}^2$

$$\varepsilon(T_2) = \frac{11.44}{0.05 \cdot 6000} \approx 0.038 \approx \tau_2 \sim 0.05.$$

Для $\rho \approx 1$ кг/м$^3 = 10^{-3}$ г/см^3, множитель в (33):

$H_E^{-1} = \frac{\rho g}{p_E} : \frac{10^{-3} \cdot 10^3}{610^6}$ ((г/см^3 · см/с^2)/мб) $\approx 1.7 \cdot 10^{-7}$ см $= 1.7 \cdot 10^{-5}$ м, ((мб) = (г/(см с^2))), $H_E^{-2} \sim 3 \cdot 10^{-10}$ м^2.

Положим также $Q_\tau \sim 1$ и $U = R\Omega_0 \sim 10$ м/с – начальная характерная скорость при $t = 0$ на периферии вращающегося вихря. Это возможно, в частности, при начальной завихренности $\Omega_0 \sim 10^{-3}\ c^{-1}$ (приблизительно в 10 раз быстрее суточного вращения) и $R \sim 10^4$ м = 10 км (начальное вращение облака как целого). Тогда из (33) (при $n \sim 1$):

$$\Omega_b^2 \sim \frac{2}{1+n} \cdot 3.10^{-10} \cdot 10^2 \cdot 0.05 : \ 10^{-9} c^{-2},$$

$T_b \sim \Omega_b^{-1} \sim 3\cdot 10^4\ c \sim 10$ часов. Таким образом, время развития завихренности от начального значения Ω_0 составляет порядка нескольких часов, учитывая приближенность оценок.

Зависимость от *z*: асимптотики

Если в (32) $l < \infty$, т.е. согласно (31) завихренность имеет зависимость от z, то решение уравнения (32) можно исследовать в фазовой плоскости $(b, \dot{b})$. При этом решение приближенно имеет две асимптотики.

1. При $|b| = |b_0|$. Начальное условие $b(t = 0) = 1$ удовлетворяет этому неравенству при всех $|l| < 5$ км, так как из (19), (15)

$$b_0 = \frac{p_E}{\rho g}\frac{1}{2l} = \frac{p}{\rho g 2l}\left(1 + \frac{E(T)}{p}\frac{\kappa - 1}{\kappa}\frac{1}{\tau^2}\right) = \frac{H}{2l}\left(1 + \frac{Ls_m(p,T)}{c_p T}\frac{1}{\tau}\right) = (1+q)\frac{H}{2l},$$

где $H = \dfrac{p}{\rho g} \approx 10$ км – высота свободной атмосферы. При $T = 32$ºС и $p = 1000$ мб, $s_m \approx 30$ г/кг $= 0.03$, $\tau = \dfrac{R_w T}{L} \approx 0.05$, ($c_p = 1$ Дж/(г$^\circ$К),

$$q = \frac{Ls_m(p,T)}{c_p T}\frac{L}{R_w T} \approx \frac{2500\cdot 0.03}{1\cdot 300\cdot 0.05} = 5.$$

Поэтому $|b_0| >> 1$. Тогда уравнение (32) для начального времени аппроксимируется уравнением

$$\frac{d^2 b}{dt^2} = -\Omega_b^2 b^2 b_0, \tag{37}$$

которое также имеет возрастающее решение

$$b(t) = \frac{1}{(1 - t/T_a)^2},\ \frac{6}{T_a^2} = -\Omega_b^2 b_0. \tag{38}$$

Это решение существует при $l < 0$, $\Omega_b{}^2 > 0$, когда $b_0 < 0$, т.е. согласно (31) с усилением интенсивности вихря вверх по высоте z: в (31) $\dfrac{z - z_0}{l} = \dfrac{z}{l} > 0$ при $z < 0$, $l < 0$.

В (37) другое время существования решения

$$T_a = \frac{\sqrt{6}}{\Omega_b\sqrt{|b_0|}} = T_b, \tag{39}$$

которое значительно меньше T_b.

2. Решение (38) при сильном возрастании b переходит в режим $|b| >> |b_0|$, так что имеем рассмотренное выше решение (34).

Заметим, что решение (38) более сильно в смысле роста, чем (34), т.е. интенсификация завихренности в начальный момент сильнее выражена, чем с дальнейшим течением времени. Следует также отметить, что взрывные решения $(\sim \dfrac{1}{t - t_0}\vec{f}(\vec{x}))$ в квадратично-нелинейных системах, например, гидродинамических уравнениях Эйлера, хорошо известны, хотя неизвестны условия и возможность их реализации. В рассматриваемом же случае уравнений (32), (33) та-

кого типа решения появляются в результате действия внешних по отношению к гидродинамике факторов, а именно, фазовых переходов жидкость–пар или лед–жидкость–пар (с соответствующим изменением L на удельную теплоту плавления + испарения). При этом физическая реализуемость данного решения обусловлена растяжением вихревых трубок под влиянием именно этих факторов.

Чтобы показать это, рассмотрим более простой случай решения (34) при $l = \infty$. Тогда для W' в (31) имеем $W' = \dot{b} / b$ (из (44)), т.е.

$$W' = \frac{1}{T_b}\left(\frac{1}{1-t/T_b}\right) > 0. \tag{40}$$

Отсюда при $z > 0$ (т.е. вниз) вертикальная скорость (направленная вниз) увеличивается (по сравнению со средним по высоте значением $a(t)$ в (31)), а при $z < 0$ (вверх) – уменьшается. Это соответствует растяжению по вертикали завихренности. Среднее значение $a(t)$ легко найти из уравнения (45), которое, учитывая формулы (33), (40), (45), (47), перепишем в виде (при $l = \infty$)

$$\dot{a} + a\frac{1}{T_b}\frac{1}{1-t/T_b} = -\frac{\Omega_b^2}{2} H_E \frac{1}{(1-t/T_b)^2}, H_E = \frac{p_E}{\rho g}.$$

Отсюда

$$a(t) = -\frac{\Omega_b^2 T_b H_E}{4}\frac{1}{1-t/T_b} = -\frac{H_E}{2T_b}\frac{1}{1-t/T_b} < 0, \tag{41}$$

так что средняя вертикальная скорость направлена вверх. При $\Omega_b{}^2 > 0$ или $gf(z) = H_E \frac{\Omega_b^2}{2\Omega_0^2} > 0$ в (28) ускорение (левая часть (28)) отрицательна, что соответствует подъему частиц воздуха вверх. В формуле (41) амплитудный множитель $\frac{H_E}{2T_b} = \frac{H}{2T_b}(1+q)$ при $T_b = 3\cdot10^4$ с имеет порядок 1 м/с ($60\cdot10^3$ м/$6\cdot10^4$ с). Заметим также, что указанное растяжение по вертикали вихревых трубок создает эффект засасывания окружающего Cb сухого холодного воздуха в рассматриваемую область смешения. Аналогичные эффекты в этой части Cb отмечались в литературе (см. (*Шметер, 1987*)).

Эффект трения

Критерий (35)–(36) для Cb может выполняться в условиях сильного температурного контраста во фронтальных разделах теплого влажного и холодного сухого воздуха, возможно, именно в этих метеоусловиях возникают торнадо. Другой случай это смерчи над теплой водной поверхностью при прохождении холодного фронта с образованием кучево-дождевых облаков. Такие ситуации не очень редки. Между тем, редким является появление интенсивных вихрей масштаба, демострируемого рис. 2. С точки зрения предлагаемого критерия это можно объяснить влиянием факторов, препятствующих реализации решений типа (34), (38). Одним из таких факторов является трение в рассматриваемой системе, которое до сих пор не учитывалось.

Имея в виду, что описание диссипативных процессов в объеме смешения теплого и холодного воздуха достаточно сложная задача, рассмотрим простейший

способ включения трения в уравнения (24) и (28), а именно с помощью релеевского трения: из (24) и (28) имеем соответственно

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial t} + W\frac{\partial \Omega_z}{\partial z} = \Omega_z \frac{\partial W}{\partial z} - \lambda \Omega_z,$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + W\frac{\partial W}{\partial z} = -\Omega_z^2 \cdot gf(z) + \alpha R^2 \frac{\partial \Omega_z^2}{\partial z} - \lambda W.$$

Эти уравнения приводятся к исследованным уравнениям (24) и (28) без трения с помощью замены времени t на t_λ:

$$W = W_0 \exp(-\lambda t), \Omega_z = \Omega_{z0} \exp(-\lambda t),\ t_\lambda = \frac{1-\exp(-\lambda t)}{\lambda},\ \exp(-\lambda t) = 1 - \lambda t_\lambda.$$

Для решения с $l = \infty$ получим

$$\Omega_z = \Omega_0 \frac{1-\lambda t_\lambda}{1 - t_\lambda / T_b}. \tag{42}$$

Так как всегда $t_\lambda < \lambda^{-1}$, то взрывной рост завихренности (равенство нулю знаменателя) возможен только при

$$t_\lambda < T_b < \lambda^{\square 1},$$

или с учетом формулы для $T_b = \sqrt{2} / \Omega_b$

$$\Omega_b^2 > 2\lambda^2, \Omega_0^2 \frac{\alpha}{1+n}\frac{R^2}{H_E^2}\varepsilon(T_2)Q_\tau > \lambda^2,$$

$$Q_\tau = n - (1+n)\exp\left(-\frac{\eta}{\tau}\frac{1}{1+n}\right) > \frac{1+n}{\alpha}\frac{H_E^2}{R^2}\frac{\lambda^2}{\Omega_0^2}\frac{1}{\varepsilon(T_2)}, \tag{43}$$

где $\alpha \sim 1$, $\varepsilon(T_2) \sim \tau_2 \approx \tau$. Это неравенство показывает, что трение увеличивает порог по относительной разности $\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$ возбуждения решений (42), что уменьшает возможность их реализации. Формула (43) может также определять минимальный размер R вихря, возбуждаемого рассматриваемым механизмом при наличии трения:

$$R > H_E \frac{\lambda}{\Omega_0}\sqrt{(1+\frac{1}{n})\frac{1}{\alpha\varepsilon(T_2)}}.$$

Заключение

Источником неустойчивости при выполнении критерия $Q_\tau > 0$ (35), (36) является рост с увеличением давления отрицательных отклонений температуры T_d от температуры T_2 влажного насыщенного воздуха в Cb, которые приводят к усилению отрицательной плавучести. Величина T_d связана с фазовыми переходами вода–пар (или лед–вода–пар). При этом критерий $Q_\tau > 0$ может быть интерпретирован как через относительную разность температур $\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$ в Cb и внеоблачном слое, так и как коэффициент полезного действия η в идеальном цикле Карно, равный этой разности. В первой интерпретации получается пороговый по температуре критерий $T_2 - T_1 > \eta_{cr} \cdot T_2$, аналогичный известному критерию возникновения тропических циклонов.

Рассмотрены два механизма неустойчивости, связанные с вариациями давления в гидростатическом приближении (п. 3.1) или при интенсивном вихреобразовании ((26) п. 3.2, п. 4). В первом из этих механизмов увеличение давления при движении жидкой частицы вниз при $Q_\tau > 0$ увеличивает и отрицательную плавучесть, т.е. движение частицы вниз усиливается. Во втором механизме флуктуации давления (26) связаны с квадратом завихренности. При этом при $Q_\tau > 0$ возникает положительный градиент вертикальной скорости $\frac{\partial W}{\partial z} > 0$, как видно из (40), (31), что из уравнения вихря (24) дает увеличение величины квадрата завихренности. Это усиливает флуктуации давления в (26), что приводит к неустойчивости.

Решение уравнения (32), когда условия (35)–(36) не выполняются при небольших относительных разностях температур η, т.е. $\Omega_b^2 < 0$ или $Q_\tau < 0$, не представляют собой особого интереса: это слабые осцилляции вблизи значения $b = b_0$, т.е. нет роста завихренности, а есть лагранжевые осцилляции жидких частиц, описывамые уравнением (22). Поскольку в этом случае $f(z) < 0$ в (28), то $dW / dt > 0$ – ускорение направлено вниз, так что имеют место хорошо известные нисходящие движения воздуха в зоне смешения, в которых некоторое увеличение скорости и завихренности возможно при учете влажноадиабатического характера изменения температуры. Эта термическая составляющая выше не рассматривалась.

Средняя скорость $a(t)$, найденная в п.4 при выполнении условий (35)–(36), может быть модифицирована при включении в уравнения динамики других процессов в облаке, которыми пренебрегли. В частности, определенную роль может играть вовлечение воздуха в движение вниз при падении водяных и ледяных частиц. Соответствующие силы можно было бы учесть в уравнениях (20) или (28), однако появляется новая динамическая переменная – интенсивность падающих осадков, которую достаточно сложно связать с уже включенными в динамику переменными. В этом смысле изложенная выше модель является максимально упрощенной из всех возможных с упором на фазовые превращения в облачных системах.

Приложение

Из (24), (28), (31) получим уравнения для $b(t)$, $a(t)$, $W'(t)$ (с точностью до членов $O(z - z_0)^2$).

Из (24):

$$\Omega_0 \frac{db}{dt} + [a + W'(z - z_0)]\frac{\Omega_0}{l} = \Omega_0 (b + \frac{z - z_0}{l})W'.$$

Отсюда

$$\frac{db}{dt} + \frac{a}{l} = W'b, \tag{44}$$

Из (30) при

$$\Omega_z^2 = \Omega_0^2 \left(b^2 + 2b\frac{z - z_0}{l} + \frac{(z - z_0)^2}{l^2} \right),$$

$$f_0 = \Omega_0^2 \alpha \frac{R^2}{H_E} \varepsilon(T_2) \frac{Q_\tau}{1+n}, \alpha_0 = \alpha R^2 \Omega_0^2,$$

с точностью до линейных по $z - z_0$ членов имеем

$$\left[\frac{da}{dt} + \frac{dW'}{dt}(z - z_0)\right] + [a + W'(z - z_0)]W' =$$

$$= -f_0\left(b^2 + 2b\frac{z - z_0}{l}\right)\cdot\left(1 - 2\frac{z - z_0}{H_E}\right) + \alpha_0\left(2\frac{b}{l} + 2\frac{z - z_0}{l^2}\right).$$

Отсюда

$$\frac{da}{dt} + aW' = -f_0 b^2(t) + \frac{2\alpha_0}{l} b(t), \tag{45}$$

$$\frac{dW'}{dt} + W'^2 = 2\frac{f_0}{H_E} b^2(t) + \frac{2\alpha_0}{l^2} - 2f_0 \frac{1}{l} b(t). \tag{46}$$

Определяя a из (44) и подставляя в (45), получим

$$b(t)\left(\frac{dW'}{dt} + W'^2\right) - \frac{d^2 b}{dt^2} = 2\frac{\alpha_0}{l^2} b(t) - \frac{1}{l} f_0 b^2(t).$$

Использование (46) в этом уравнении в левой части приводит к (32), (33):

$$b(t)\cdot\left[2\frac{f_0}{H_E} b^2(t) + \frac{2\alpha_0}{l^2} - 2\frac{f_0}{l} b(t)\right] - \frac{d^2 b}{dt^2} = 2\frac{\alpha_0}{l^2} b(t) - \frac{1}{l} f_0 b^2(t).$$

Или после сокращений

$$\frac{d^2 b}{dt^2} = 2\frac{f_0}{H_E} b^3(t) - \frac{f_0}{l} b^2(t) = 2\frac{f_0}{H_E} b^2(t)(b(t) - b_0),$$

где

$$b_0 = \frac{H_E}{2l}, \; 2\frac{f_0}{H_E} = \Omega_0^2 \frac{2\alpha}{1+n} \frac{R^2}{H_E^2} \varepsilon(T_2) Q_\tau \equiv \Omega_b^2. \tag{47}$$

ГЛАВА 3. Лабораторное моделирование интенсивных атмосферных вихрей

3.1. Зональные потоки, волны Россби и блокирование переноса вихрей в лабораторных экспериментах с вращающимися кольцевыми каналами

Проведены эксперименты и численные расчеты по возбуждению встречных зональных течений во вращающихся кольцевых каналах с коническим дном для имитации β-эффекта. Возбуждение течений производится источниками-стоками массы, а также просто реализуемым в экспериментах МГД-методом – взаимодействие радиального электрического тока с полем постоянных магнитов. Поля скорости восстанавливаются методом PIV (Particle Image Velocimetry). Размеры каналов, толщина слоя жидкости и периоды внешнего вращения дают масштаб Россби–Обухова, не превышающий характерных размеров сосуда. В каналах возникает система возмущений с движущимися или с почти неподвижными (блокированными) циклонами и антициклонами. Построена диаграмма режимов в переменных относительных угловых скоростей осредненного зонального потока и переноса вихрей вокруг оси вращения системы. Основное внимание уделено результатам для областей диаграммы с медленным относительно вращающейся системы координат движением вихрей вблизи параметров для стационарных волн Россби (блокирование циркуляции). Приведены оценки на основе простейшей линейной теории.

Для лабораторного исследования волн Россби и связанных с ними возмущений широко используются эксперименты с потоками однородной жидкости во вращающихся кольцевых каналах, имитирующие процессы в атмосферах вращающихся планет. Волны Россби, взаимодействие и динамика которых, возможно, генерирует атмосферные образования, блокирующие западный перенос воздушных масс в средних широтах, возникают в атмосфере из-за того, что в проекции на местную вертикаль вектор угловой скорости глобального вращения изменяется с широтой (так называемый бета-эффект). В лабораторных экспериментах бета-эффект, как правило, моделируется радиальным изменением толщины слоя жидкости, например, при наличии наклонного дна, а также при быстром вращении сосуда формой дна, близкой к параболоидальной. Это следует, например, из уравнения сохранения потенциального вихря Обухова–Чарни, которое в простейшей форме имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta\psi - L_0^{-2}\psi) + [\psi, \Delta\psi] + \beta\frac{\partial\psi}{\partial r} = 0, \beta = -\frac{2\Omega_0}{h_0}\frac{dh_b}{dr}, \qquad (1)$$

где ψ – функция тока бездивергентного двумерного поля скорости, Δ, [.,.] – оператор Лапласа и якобиан в полярных координатах, $L_0 = \sqrt{gh_0}\,/\,2\Omega_0$ – масштаб Обухова–Россби. В параметр β, кроме угловой скорости общего вращения Ω_0 и средней глубины слоя h_0, входит радиальное изменение высоты дна (осесимметричного) $h_b(r)$.

Имеются несколько типов экспериментов с вращающимися кольцевыми каналами. При этом методы генерации потоков в них варьируются от использования термической конвекции с возбуждением бароклинных волн Россби (ранние наиболее известные работы этого направления – (*Hide and Maison, 1975; Read and Hide, 1981*), до применения как дифференциального вращения дисков, возбуждающих баротропные сдвиговые течения (*Hide and Titman, 1967; Niino and Misava, 1984; Незлин и Снежкин, 1980; Должанский, 2011; Алексеев и др., 2005*), так и метода источников–стоков, результаты для которого приведены в большом числе работ (см. (*Hide, 1968; Sommeria et al., 1988, 1989; Tian et al., 2001; Baroud et al., 2003; Holton, 1971; Черноусько, 1979, 1980; Манин и Черноусько, 1990; Сазонов и Черноусько, 1998*)). При этом проводятся эксперименты как с твёрдой плоской крышкой, так и со свободной поверхностью. Параболическая форма свободной поверхности (увеличение толщины жидкости к внешнему краю канала из-за действия центробежной силы) также дает вклад в бета-эффект, как и коническое дно (при твердой крышке бета-эффект возможен только при наличии дна с изменяемой геометрией). Число возникающих вихревых структур, скорость их движения задают области на диаграммах режимов течений при различных внешних параметрах, которыми являются числа Рейнольдса, Тейлора и Россби, связанные с угловой скоростью общего вращения, шириной канала, высотой слоя жидкости, вязкостью, объемной скоростью прокачки жидкости при использовании метода источников-стоков. В последние годы развитие PIV-методов (particle image velocimetry) для получения горизонтальной скорости и вертикальной завихренности позволяет вычислить соответствующие моменты полей скорости и завихренности (*Baroud et al., 2003*).

Диаграммы с использованием других параметров рассматривались в работах авторов данного раздела (2012–2014 гг.). При этом вычислялись среднее значение зональной скорости, зависящей от формы профиля зонального течения, определяемого распределением источников-стоков и общим вращением, а также скорость переноса вихревых структур. Встречные зональные потоки в экспериментах 2012, 2014 гг. возбуждались притоками (оттоками) массы на двух границах канала и стоком (источником) по окружности в его середине при действии силы Кориолиса и придонного трения. Это может соответствовать атмосферной циркуляции с восточными полярным и экваториальным переносами и западным средним течением в умеренных широтах.

Однако для экспериментов с повышенной скоростью вращения сосуда (с периодами менее примерно 3 сек.) такая схема генерации потоков не реализуются из-за превалирующего действия центробежной силы, которая усиливает течение от центра на поверхности слоя жидкости в канале. Связано это с тем, что реальная циркуляция в канале существенно трехмерная, и стоки и источники жидкости на дне при быстром вращении установки не могут полностью контролировать течения на поверхности слоя. Фактически в этом случае реализуются режимы источника по одной окружности на дне (например у внешней границы) и стока по другой окружности внутри сосуда, создающие только течения одного направления. Поэтому для генерации встречных потоков использован МГД-метод (2013 г.), оказавшийся эффективным и при существенно более быстром вращении системы, чем это имело место в указанных работах. Кроме того, в этом методе толщина слоя жидкости (проводящей) в канале почти на порядок меньше,

чем для течений в экспериментах с источниками-стоками, что значительно уменьшает эффекты трёхмерной циркуляции в слое. Режим быстрого вращения (угловая скорость $\Omega_0 = 2\pi / T$, $T \sim 2–3c$) с тонким слоем жидкости (средняя глубина слоя жидкости $h_0 \sim 1÷1.5$ см) дает возможность значительно уменьшить (до 8–10см) по сравнению с экспериментами с использованием источников-стоков масштаб Россби–Обухова, который характеризует типичный размер вихрей в быстровращающихся слоях жидкости (*Должанский, 2011*)). Эксперименты с встречными течениями в системе без вращения с МГД-генерацией радиально направленным током были выполнены еще в конце 70-х годов (см. (*Довженко и др., 1979; Гледзер и др., 1981*)), и относительно недавно метод использовался в работе (*Afanasyev and Wells, 2005*) для моделирования отдельных двумерных вихревых образований (полярный вихрь). Численные исследования на основе уравнений мелкой воды при двух методах генерации течений в круговых каналах проведены в работах (*Гледзер, 2014, 2015*).

Экспериментальные методики

Метод источников-стоков

Представляемые далее результаты при использовании метода источников–стоков получены для вращающейся установки (периоды вращения T от 1.95с и выше) со свободной поверхностью. Схема экспериментальной уставновки стандартна и используется во многих работах (см. (*Черноусько, 1979, 1980; Манин и Черноусько, 1990; Сазонов и Черноусько, 1998; Sommeria et al., 1988, 1989; Baroud et al., 2003*)). Внутренний и внешний радиусы кольцевого канала соответственно R_{in} = 5 см (или 7.7 см) и $R_{out} \equiv L$ = 34 см. Водяным электронасосом с двигателем постоянного тока в зависимости от напряжения V можно менять расход в системе источники-стоки, которые представляют собой цепочку мелких отверстий, расположенных в виде концентрических кругов по границам канала и на дне на радиусах r = 21 см и r = 19 см.

С помощью системы перемычек можно осуществить различные схемы экспериментов. В первой – выпуск жидкости происходит по r = 21 см и сток по r = 19 см (рис. 1а, режим F; далее для упрощения источником или стоком будем называть выпуск или сток жидкости во всех отверстиях при заданном радиусе). Такой вид генерации течений использовался и в (*Sommeria et al., 1988, 1989*). Для данных экспериментов общее вращение с угловой скоростью $|\Omega_0| = 2\pi / T$ осуществлялось по часовой стрелке $\Omega_0 < 0$, что соответствует вращению Земли в южном полушарии. В поперечном сечении канала источник и сток обеспечивают меридиональную циркуляцию (сплошная линия на рис. 1а), которая под влиянием силы Кориолиса и придонного трения приводит у поверхности к осесимметричному круговому зональному течению по часовой стрелке – влево от направления радиальной скорости (сплошные линии на рис. 1а в круге). Использовалась также обратная реверсивная схема циркуляций (пунктирные линии на рис. 1а, режим R) с источником при r = 19 см и стоком при $r = 21$ см. В этом случае результирующее вращение жидкости на поверхности идет против часовой стрелке.

Во второй схеме – источников два, при r = 5 см (или r = 7 см) и r = 34 см, а сток один по центру r = 20 см (рис. 1б, режим F). В этом случае на поверхности генерировались встречные течения – по часовой стрелке у внешней части канала

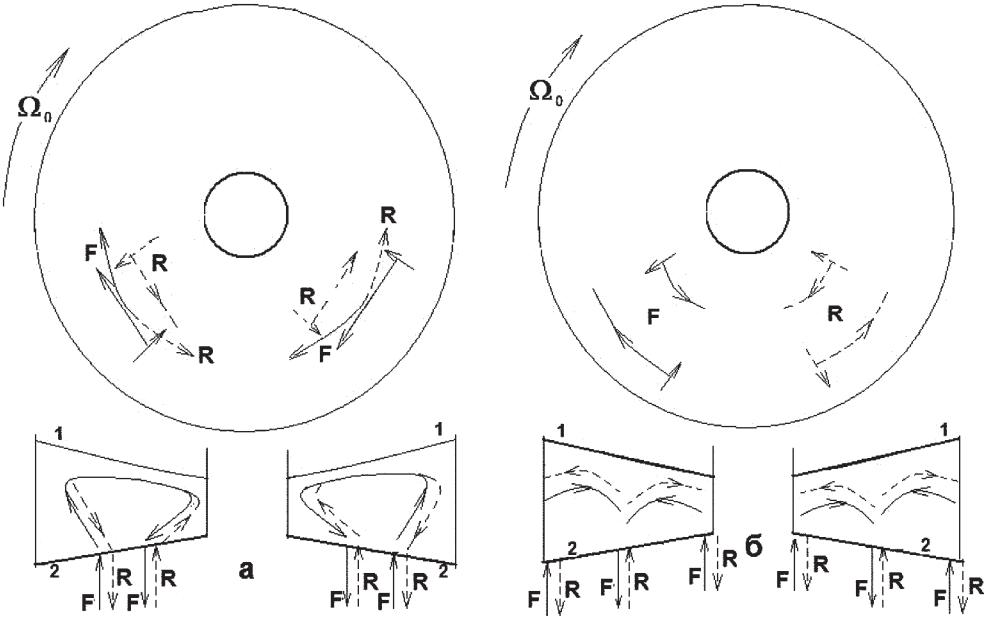


Рис. 1. Схемы течений во вращающемся кольцевом канале: (**а**) – один источник и сток, (**б**) – два источника (стока) и один сток (источник); 1 – свободная параболическая поверхность, 2 – сечение конического дна

и против часовой – у внутренней. При обратной схеме подачи воды – источник по середине канала при r = 20 см и стоки при r = 5 см и r = 34 см (пунктирные линии на рис. 1б, режим R), возбуждается обратная циркуляция на поверхности жидкости.

Как правило, использовалось коническое дно. Высота его у внутренней границы h_0 = 3 см. Хотя ряд экспериментов проведен с плоским дном, а бета-эффект обеспечивался подъемом воды центробежными силами. Толщина h слоя воды у внешней границы канала без вращения менялась от 6 см до 11 см.

Указанные параметры h и Ω_0 определяют масштаб Россби–Обухова $L_0 = \sqrt{gh} / 2|\Omega_0|$, который меняется в пределах от 25 см до 1 м, что превышает ширину канала и, соответственно, маштаб возникающих в экспериментах вихревых структур.

Использование двух видов циркуляции служит следующей цели. В простейшей схеме циркуляции – источник плюс сток – возникает поток с направлением скорости только одного знака. Но его средняя угловая скорость ω по этой схеме в данных экспериментах не может быть меньше некоторых величин ($\omega \sim 0.15 \div 0.2$ по отношению к скорости общего вращения $|\Omega_0|$, см. далее рис. 5), определяемых минимальной скоростью прокачки воды насосом (меньше этой величины нагнетание и сток не имеют устойчивый характер и через одни отверстия поступает или уходит больше воды, чем через соседние). Большие угловые скорости движения воды в эксперименте соответствуют модели атмосферы с большими величинами зональной скорости. В схеме – два источника (стока) плюс один сток

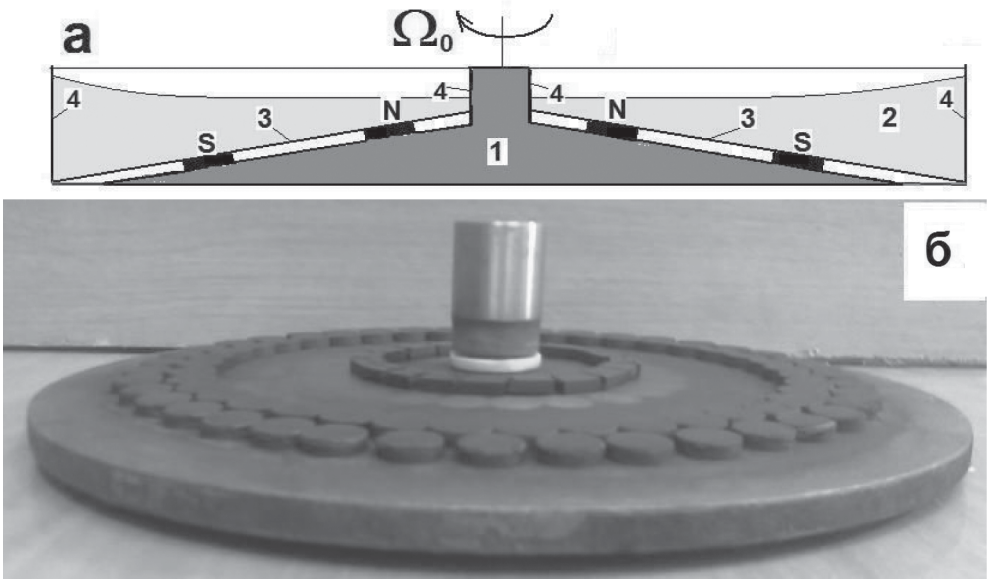


Рис. 2. (a) Схема вращающегося сосуда с магнитной системой: 1 – коническая основа с постоянными магнитами S, N, 2 – электропроводящая жидкость, 3 – коническое дно, 4 – цилиндрические электроды; **(b)** Коническая основа с постоянными магнитами

(источник) – имеются встречные азимутальные потоки на внешней и внутренней частях канала, которые могут компенсировать друг друга, приводя к достаточно малым величинам средней по всей ширине канала угловой скорости вращения жидкости. Следует, однако, заметить, что кроме расхода воды в описанных видах источников–стоков, пропорционального напряжению V на электродвигателе насоса, существенную роль имеет величина угловой скорости вращения экспериментальной установки. При больших Ω_0 радиальные движения к центру при небольших величинах V могут быть подавлены центробежной силой. В частности для режима R для малых периодов вращения установки $T \sim 2$с и $V \sim 5 \div 8$ в встречные азимутальные течения отсутствуют, и имеются потоки одного знака, что эквивалентно течениям в экспериментах с одним источником у внутренней границы и одним стоком – у внешней.

МГД-метод

В этом методе используется круговое расположение магнитов на разных расстояниях от оси вращения с различным числом магнитов по окружности (рис. 2b), что позволяет менять величину силы Ампера : [**j, H**], действующую на электропроводящую жидкость (слабый раствор $CuSO_4$) (**j, H** – плотность радиально направленного тока между электродами (4 на рис. 2a) и напряжённость магнитного поля, создаваемого постоянными магнитами). Результаты получены для вращающейся установки (периоды вращения T от 2 с и выше) со свободной поверхностью. Для данных экспериментов общее вращение с угловой скоростью $|\Omega_0| = 2\pi / T$ также осуществлялось по часовой стрелке $\Omega_0 < 0$, что соответствует вращению Земли в южном полушарии. Дно кругового канала с внутренним и

внешним радиусами 1.5 см и L = 14.5 см имеет осесимметричную коническую форму с высотой на внутреннем радиусе h_0 = 0.5 см (см. рис. 2а). Глубина слоя жидкости у этого радиуса 1 см. В прямоугольной геометрии большое количество магнитов при различных величинах тока на электродах позволяет изучать статистические характеристики поля скорости для двумерной (*Xia et al., 2009*) и квазидвумерной (*Гледзер и др., 2011*) турбулентности.

Глубина слоя h = 1 см и частота вращения Ω_0 определяют масштаб Россби–Обухова $L_0 = \sqrt{gh} / 2|\Omega_0|$ (для T = 3 с, $L_0 \approx$ 8 см), который разделяет волны Россби (планетарные волны) с масштабами меньше L_0 от солитонов Россби с масштабами, превышающими L_0 – образования антициклонического типа, в которых нелинейность может скомпенсировать дисперсию из-за бета-эффекта (*Незлин и Снежкин, 1990; Должанский, 2011*).

Меняя направление тока между внутренним и внешним электродами, можно получать встречные потоки в канале с различной амплитудой поля скорости в зависимости от величины тока и расположения окружностей, вдоль которых устанавливаются круглые магниты (рис. 2b). Это приводит к образованию системы вихрей с циклонической и антициклонической направленностью вращения.

Результаты экспериментов

На рис. 3а показано движение маркеров в последовательные моменты времени в течение 1.5 сек одного из экспериментов по схеме – два источника плюс сток, режим F (h = 8 см, V = 10 в, T = 8.6 с; далее в сокращенном обозначении F:8,10,8.6). На рисунке видны четыре вихревые структуры, которые в видеорежиме движутся по часовой стрелке во вращающейся вместе с каналом системе координат. Другой тип четырехвихревого течения (рис. 3б) наблюдается в реверсивном режиме (R на рис. 1б) – R:9,6,6 (при h = 9 см, V = 6 в, T = 6 с). В этом случае пары вихрей находились на разном расстоянии от центра, причем вращение в двух внутренних вихрях было циклоническим (по часовой стрелке – мы в южном полушарии), а во внешних (больших) вихрях – антициклоническим. На рис. 2в показаны движения маркеров для течения с тремя циклоническими вихрями при использовании схемы F проведения эксперимента.

На рис. 3г показано движение маркеров в последовательные моменты времени в течение периода T одного из МГД-экспериментов, в котором зональное течение вблизи внутренней границы канала (приполярное) осуществлялось против часовой стрелки, а вблизи внешней границы (умеренные широты) – по часовой. В левой нижней части вблизи внешней границы видны вихри с антициклонической направленностью вращения. Направление вращения в вихрях определяются при построении векторов скорости.

Во вращающейся системе координат имеется средняя азимутальная скорость $u_\varphi(r)$, зависящая от радиуса. Для экспериментов с источниками-стоками она вычисляется на основе данных для поля скорости, измеренного в узлах квадратной сетки с шагом 0.65 см, и определяется путем осреднения по времени проведения эксперимента и по угловой переменной φ. Средняя относительная угловая скорость равна $\omega(r) = u_\varphi(r) / (|\Omega_0| r)$. Схематически для эксперимента на рис. 3а (режим F – два источника и один сток) она показана на вставке в рис. 4а справа вместе с ее средним по ширине канала значением $\omega = \langle\omega(r)\rangle_r$ ($\approx$–0.1 на рис. 4а).

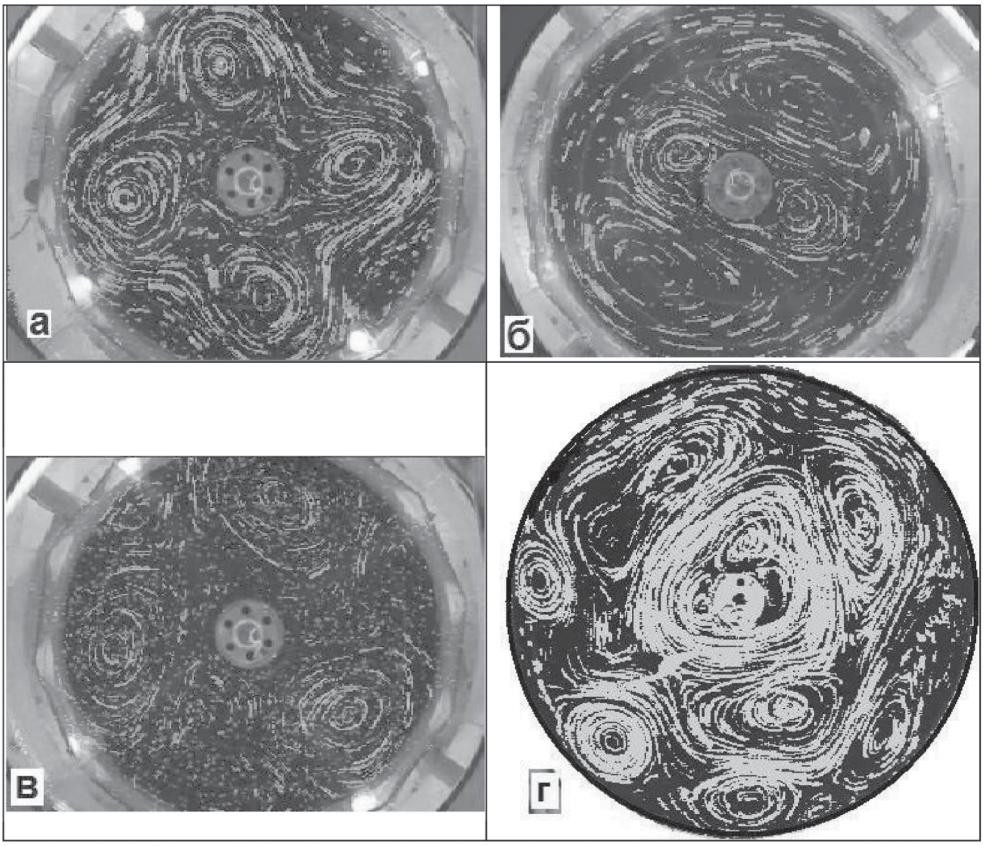


Рис. 3. Траектории маркеров в наблюдаемых в экспериментах течениях: (а, б, в) – для источников-стоков, (г) – для МГД-генерации

На рис. 4 показаны поля скорости возмущенного движения для некоторых экспериментов в режимах F и R. Поле скорости четырехциклонического возмущенного движения на рис. 4а показано для того же интервала времени, что и картина рисунка 3а. Короткие отрезки соответствуют векторам поля скорости, более темные области рисунка отмечают циклоны, которые видны и на рис. 3а, а более светлые области отмечают антициклоны, которые проявляются после описанной ниже процедуры вычитания среднего $u_\varphi(r)$. Тонкая внутренняя окружность соответствует радиусу, при котором средняя циркуляция $\omega(r)$ меняет знак (вставка справа на рис. 4а). Для построения векторов поля скорости, показанных на рисунках 4, проведено также скользящее осреднение по времени с периодом T (сутки). А для выделения циклонических и антициклонических вихрей вычислялась в каждом узле сетки циркуляция скорости с использованием окружающих ее соседних узлов (так что циркуляции по часовой стрелке отвечают циклоны и т.д.). На рис. 4б видна одноциклоническая картина движения, а на рис. 4в показана пятивихревая структура при МГД-генерации поля скорости.

На рис. 5а, 5б показаны величины $\omega(r)$ для части экспериментов в режимах F – два источника и один сток (рис. 5а) и R – один источник и два стока (рис. 5б).

Как легко видеть, направления относительной угловой скорости вращения жидкости соответствуют выбранным схемам F и R проведения экспериментов. Заметим, что для выбранной сетки (92×92) для экспериментов с источниками-стоками, на которой проводится оцифровка данных по скорости при 9 см < r < 30 см, обращения в нуль средней азимутальной скорости $u_\varphi(r)$ (как и $\omega(r)$) вблизи внутренней и внешней границ канала не происходит из-за малости вязких погранслоев. Аналогичную форму имеет график скорости, приведенный в работе Sommeria et al. (1988).

Средняя по ширине канала величина $\omega = <\omega(r)>_r$ является одним из двух определяющих циркуляцию параметров, причем отрицательные значения ω (и $\omega(r)$) соответствуют западному переносу. Отметим, что для атмосферы Земли при скорости ветра (зональный западный перенос в средних широтах) u_φ = 10 м/с и $r = 3\cdot10^3$ км величина $\omega \approx 3\cdot10^{-2}$. Число Россби, которое можно опрелелить как отношение угловой скорости вращения жидкости в вихрях, определяемой по трекам, к $|\boldsymbol{\Omega}_0|$, для эксперимента рис. 3а составляет величину равную 0.3÷0.5. Это соответствует значениям экспериментов работы (*Baroud et al., 2003*).

Второй параметр – это относительная угловая скорость ω_v движения вихревых возмущений (циклонов и антициклонов). Чтобы найти ее величины для экспериментов, вначале из поля скорости $\vec{u}$, получаемого PIV-методикой из видеоизображений, необходимо вычесть среднее $u_\varphi(r)$: $\vec{u}' = \vec{u} - u_\varphi\vec{i}_\varphi$. Связано это с тем, что амплитуда величин относительной угловой скорости $\omega(r)$ в экспериментах достаточно большая со значениями до $\pm3\cdot10^{-1}$ (см. рис. 4), что на порядок превышает величину $\omega(r)$ для атмосферы Земли. Большие азимутальные скорости значительно искажают картину поля возмущенного движения, так что на видеокадрах можно видеть только сильные вихревые возмущения, такие как на рис. 3.

Следует отметить, что средняя азимутальная скорость $u_\varphi(r)\vec{i}_\varphi$ имеет циркуляцию, так что для экспериментов по схеме F (рис. 1б, слева в круге) эта циркуляция является циклонической для выбранного в экспериментах южного полушария. При схеме R (рис. 1б, справа в круге) средняя циркуляция антициклоническая. При вычитании из полного поля скорости $\vec{u}$ величины $u_\varphi(r)\vec{i}_\varphi$ в результатах экспериментов по схеме F в поле возмущенного движения $\vec{u}'$ мы уменьшаем циклоническую картину движения и увеличиваем антициклоническую, а для схемы R уменьшается интенсивность реальных антициклонических вихрей и увеличивается интенсивнось циклонических.

Для определения в каждый момент времени угловой скорости ω_v переноса вихревых возмущений находились координаты их центров как точек, для которых в окружающих ее узлах азимутальная и радиальная компоненты скорости $\vec{u}'$ меняют знак (при этом определяются также и седловые точки, появляющиеся в течение коротких промежутков времени). На рис. 6 показаны в зависимости от безразмерного времени $\Omega_0 t$ значения угловых (азимутальных) координат (в смысле главного значения, т.е. $-\pi / 2 < \varphi \le \pi / 2$) этих центров для циклонического (верхние линии на рисунках) и антициклонического (нижние линии) вращений в вихрях. Раздвоение линий означает, что в данный момент времени имеются вих-

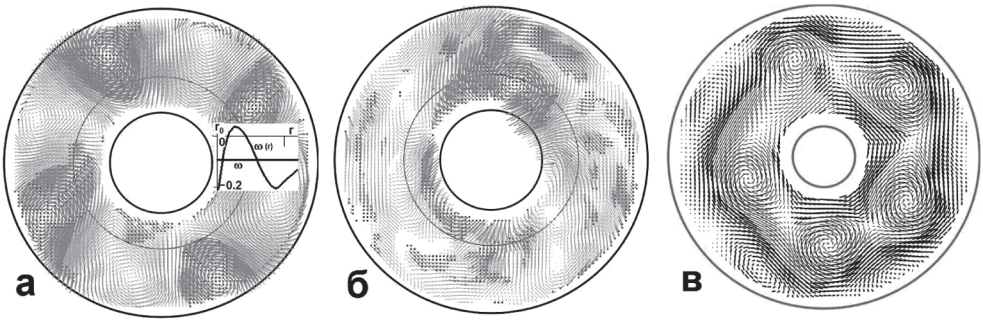


Рис. 4. Поле возмущенной скорости $\vec{u}' = \vec{u} - u_\varphi \vec{i}_\varphi$ для экспериментов: **а**, **б** – источники–стоки (четырех- и одно-вихревые режимы (F:8,10,8.6), (R:9,4.5,6)), **в** – пять антициклонических вихрей при МГД-генерации. Вставка на рис. 4а – средняя угловая скорость $\omega(r)$

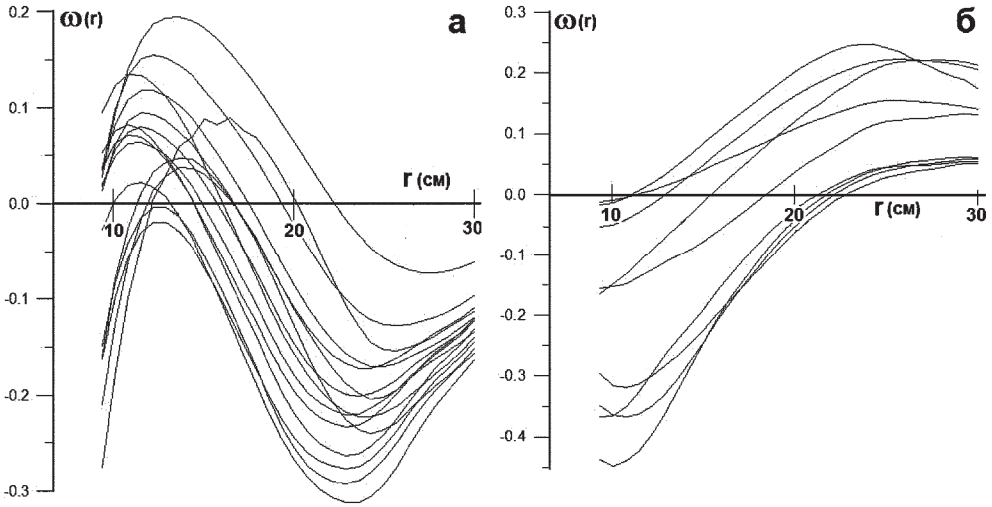


Рис. 5. Средняя относительная угловая скорость $\omega(r)$ для некоторых экспериментов с источниками-стоками в режимах F (**а**) и R (**б**)

ри с отличающимися почти на угол π значениями угловых координат, так что, например, для эксперимента на рис. 6а (того же, что на рис. 3а, 4а, F:8,10,8.6) в каждый момент времени имеются восемь вихрей различной направленности. Искомая величина ω_v по рис. 6 определяется как наклон показанных на рисунке линий (см. жирные прерывистые прямые линии на рис. 6а, г–ё), т.е. $\omega_v = \dfrac{d\varphi}{d(|\Omega_0|t)}$, так что для рис. 6а $\omega_v \approx -\pi / 20\pi = -0.05$ (по жирной прерывистой линии, начинающейся у левого верхнего угла рисунка 6а для линий циклонов (**Ц**) и кончающейся в окрестности величины $|\Omega_0|t = 20\pi$ на горизонтальной прямой). Заметим, что для экспериментов в прямом режиме F ((**а**)–(**в**) на рис. 6) центры

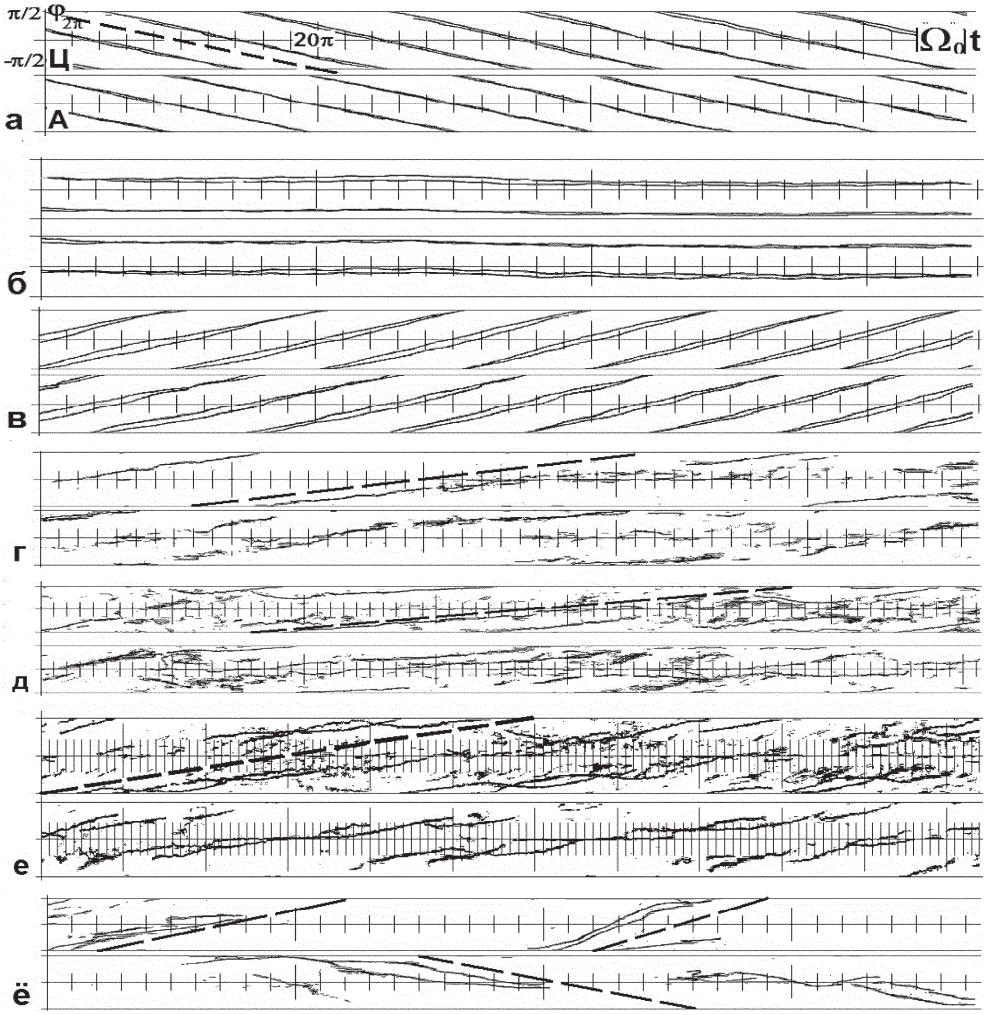


Рис. 6. Изменение во времени угловых координат φ центров вихревых структур воз-мущений $\vec{u}'$ поля скорости для некоторых экспериментов в режимах F – (**а**)–(**в**) и R – (**г**)–(*е*): **а** – (F:8,10,8.6), **б** – (F:8,12.8.6), **в** – (F:8,18,8.6), **г** – (R:9,4.5,6), **д** – (R:10,4.5,4), **е** – (R:11,4.4,2.6), *е* – (R:9,6,7.8). Для (**а**)–(*е*) верхние линии относятся к центрам циклонов (**Ц**), нижние – к антициклонам (**А**)

циклонического и антициклонического вращений более четко локализованы, чем для экспериментов в режиме реверса R ((**г**)–(**е**)). Но и для экспериментов в режиме R наклон линий определяется достаточно надежно. Рис. 6ё демонстрирует ситуацию, когда скорость движения циклонических и антициклонических вихрей в поле возмущенного движения $\vec{u}'$ была разной, что дает возможность определять два значения величины ω_v.

Аналогичные рисункам 6 можно построить временные зависимости угловых координат центров вихревых структур для МГД-экспериментов – рис. 7.

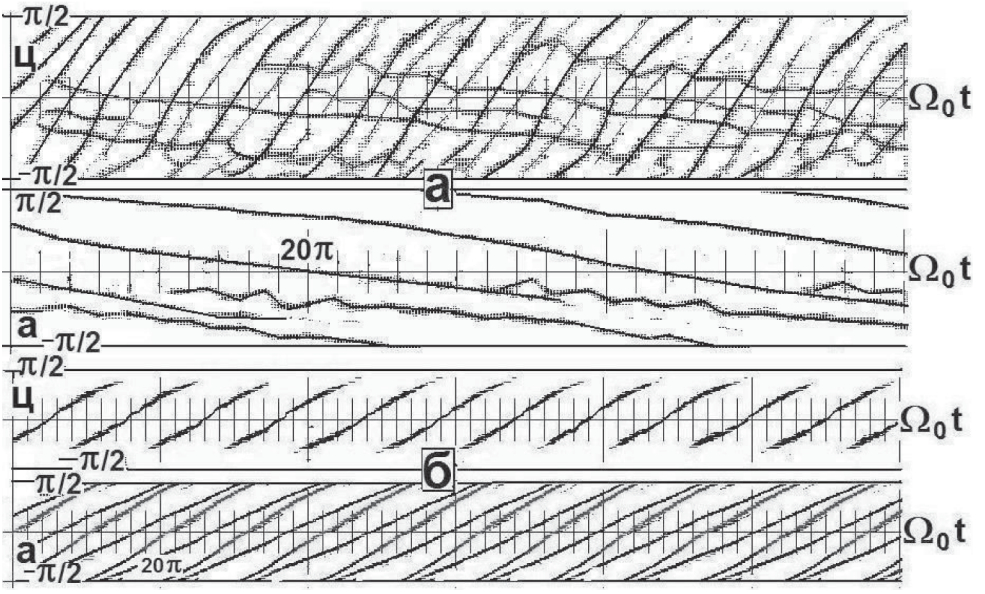


Рис. 7. Изменение во времени угловых координат φ центров вихревых структур поля скорости для МГД-экспериментов – (г) на рис. 3 и (в) на рис. 4

На рис. 8а, б показаны результаты вычисления величин ω и ω_v для экспериментов при h = 6÷11 см, V = 5÷20 в, T = 1.95÷9.5 с (горизонтальная ось – величина $-\omega$, так как западный перенос более часто встречающийся термин, хотя в полярных координатах ему соответствуют отрицательные значения ω). Линии на рис. 8а, соединяющие одинаковые значки, показывают серии экспериментов, которые отличаются величинами V и (или) T. Вдоль линии 1 отмечены эксперименты в режиме F по схеме – два источника плюс сток, которые из-за изменения знака средней циркуляции $\omega(r)$ могут иметь маленькие величины средней угловой скорости ω. Этого нельзя достичь при использовании простой схемы эксперимента – один источник плюс сток, результаты для которых отмечены вблизи цифры 2 на рисунке. Здесь же данные, которые относятся к течениям в установке с плоским дном, т.е. бета-эффект и соответствующее движение вихрей достигается только центробежным подъемом свободной поверхности. Вблизи цифры 3 отмечены данные для схемы – один источник плюс сток, но с обратным знаком потока воды – источник в середине канала, а сток на периферии, а линия с цифрой 4 относится к экспериментам в режиме R с источником по центру канала и стоками у внутреннего и внешнего радиусов.

На рис. 8б показаны результаты только для экспериментов в режимах F – два источника плюс один сток (заполненные квадраты на рис. 8б) и R – два стока и один источник (заполненные треугольники). Из рисунка (рис. 8б) видно, что несмотря на различие внешних параметров h, V, T и отличающиеся схемы проведения экспериментов данные для ω и ω_v в экспериментах F выстраиваются в линию с уменьшающимся разбросом при малых значениях этих параметров. Эксперименты, для которых значения $-\omega$ и ω_v находятся у линии 1 (рис. 8а, б), характеризуются относительно большим количеством вихрей обоих знаков в поле

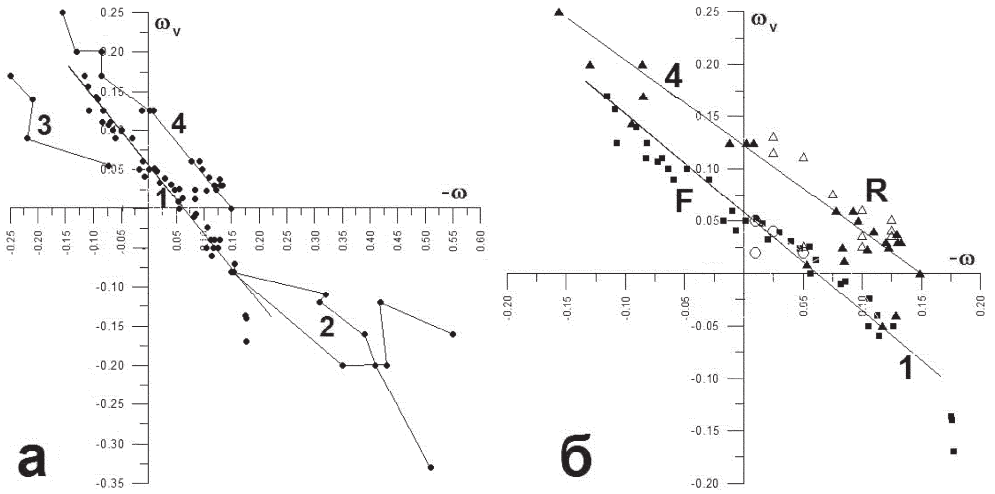


Рис. 8. Значения параметров ω и ω_v : **а**) – во всех экспериментах, **б**) – в экспериментах с двумя источниками и одним стоком – F (квадраты) и одним источником и двумя стоками – R (треугольники). Незаполненные треугольники и окружности – расчеты по линейной теории для режимов R и F

скорости, $m = 4 \div 8$, в отличие от экспериментов с относительно малым числом вихрей, $m = 2 \div 3$, по линиям 4 – эксперименты R (рис. 8а, б), хотя при значениях угловой скорости переноса возмущений ω_v вблизи нуля происходит перемешивание данных, и нет четкого их разделения в зависимости от выбранного режима F или R.

Для экспериментов F (рис. 8а, б) (линии 1 на рис. 8а, 8б) вблизи значений $-\omega = -\omega_{cr} = 0.05 \div 007$ угловая скорость ω_v переноса возмущений приближенно равна нулю, т.е. движение вихрей блокировано, хотя при этом не равна нулю средняя угловая скорость ω и, более того, вблизи радиусов $r = R_v$, на которых находятся центры вихрей (рис. 4а, б), имеется довольно значительная средняя зональная скорость u_φ (r) (отрицательная, см. вставку к рис. 4а). Следует подчеркнуть, что определяющим скорость переноса вихрей ω_v параметром является средняя относительная угловая скорость ω, рассчитанная по всему каналу, а не угловая скорость, которую можно определить в части, где двигаются центры вихрей (средние широты). Для экспериментов, в которых $\omega_v \approx 0$, линии $\varphi(\Omega_0 t)$ (как на рис. 6б) практически параллельны горизонтальной оси, так как центры вихрей не двигаются.

Для экспериментов R (линии 4, рис. 8а, б) значения $-\omega = -\omega_{cr}$, для которых угловая скорость ω_v переноса возмущений приближенно равна нулю, менее четко определены из-за отмеченной на рис. 6 ((**г**)–(**е**)) большей размытости локализации центров циклонического и антициклонического вращений. Но можно утверждать, что согласно рис. 8б эта величина приближенно находится в пределах 0.12–0.15, т.е. почти в два раза превышает соответствующее значение для экспериментов F.

Аналогичные диаграммы могут быть построены для МГД-экспериментов. На рис. 9а сплошными квадратами и ромбами отмечены результаты вычисления ве-

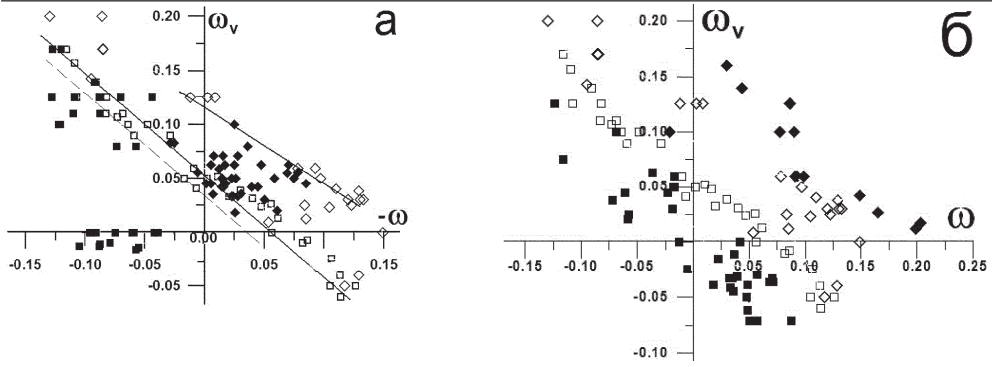


Рис. 9. **а** – ω и ω_v для экспериментов с МГД генерацией (сплошные значки) и с источникам–стоками (открытые значки): +, W и нижняя сплошная линия для экспериментов с зональными скоростями в режимах F (рис. 5а); ♦, ◊ и верхняя сплошная линия для экспериментов с зональными скоростями в режимах R (рис. 5б), штрихованная линия проведена согласно (2) для параметров МГД-экспериментов с зональными скоростями в режиме F (рис. 5а); **б** – значения параметров ω и ω_v для численных расчетов с источниками–стоками (заштрихованные квадраты и ромбы) и для экспериментов в режиме F (незаштрихованные квадраты) и в режиме R (незаштрихованные ромбы)

личин ω и ω_v для МГД-экспериментов при токах от 400 мА до 900 мА. Квад-раты относятся к экспериментам, в которых средняя угловая скорость $\omega(r)$ положительна при r вблизи внутренней границы канала (как кривые на рис. 5а), ромбы относятся к экспериментам с $\omega(r)$, аналогичным кривым на рис. 5б. На рисунке открытые квадраты и ромбы относятся к соответствующим экспериментам с методом источников-стоков. Прямые на рис. 9а отмечают линии, вдоль которых группируются результаты этих экспериментов.

Отметим, что часть значений ω и ω_v для МГД-экспериментов близка к результатам для экспериментов с источниками–стоками, несмотря на существенные отличия в размерах и способе генерации зональных течений. Но в МГД случае появился аномальный (с точки зрения предыдущего метода) режим, отмеченный сплошными квадратами вблизи $\omega_v = 0$ в отрицательной области горизонтальной оси на рис. 9а. Этот режим появляется для течений с зональными потоками, для которых средняя угловая скорость $\omega(r)$ положительна при r вблизи внутренней границы канала (кривые на рис. 5а), так что в центральной части канала сдвиговое течение встречных потоков задаёт циклоническую среднюю циркуляцию. При этом значения $\omega_v \approx 0$ имеют антициклоны на периферии течения вблизи внешней границы канала (экватор). Их перемещение по азимуту очень слабое (линии *а* на рис. 7а). В некоторых экспериментах эти вихри становятся стационарными (сплошные квадраты при $\omega_v = 0$ на рис. 9а).

Такие отличия от экспериментов с источниками-стоками связаны с тем, что в рассматриваемой МГД генерации вихрей их размеры и азимутальная скорость перемещения могут быть разными в зависимости от расстояния от оси вращения системы, чего не наблюдается в экспериментах с источниками-стоками, где азимутальное движение вихрей происходит практически с одинаковой скоростью.

Для последних не наблюдались движения, приводящие к временным диаграммам на рис. 7а, которые показывают, что при почти блокированном для перемещения состоянии антициклонов вблизи внешней границы движение циклонов в середине канала и у его внутренней границы происходит с достаточно большой угловой скоростью. Они фактически огибают слабо перемещающиеся антициклоны.

Для сравнения с диаграммами на рис. 8б, 9а на рис. 9б приведены диаграмма, совмещающая результаты численных расчетов с уравнениями мелкой воды и экспериментов с генерацией источниками-стоками.

Элементы линейной теории для уравнений мелкой воды

Теоретически линейную зависимость скорости переноса ω_v от средней зональной угловой скорости ω можно получить из простейших формул для волн Россби с зональным волновым числом k для баротропного течения на β-плоскости при наличии зонального потока с постоянной скоростью U_0, которые следуют из уравнения (1) (*Должанский, 2011*). Для всех экспериментов, результаты которых представлены на рис. 8, 9а, почти равномерное движение вихрей (линии рис. 8) с угловой скоростью ω_v, $\varphi = \varphi_0 + \omega_v \Omega_0 t$, позволяет приближенно описать возмущения поля скорости $\vec{u}(\varphi, r, t)$ в виде действительной части произведения $\vec{u}(r)\exp[i\frac{m}{2}(\varphi - \omega_v\Omega_0 t)]$, где амплитуда $\vec{u}(r)$ зависит только от r, а m – число вихрей в возмущенном поле скорости (на рис. 4а m = 8). Такое представление аналогично решению уравнения Обухова–Чарни для баротропного течения на β-плоскости при наличии зонального потока со скоростью U_0 вдоль оси x, которое записывается в виде ψ: $\exp(ik(x - ct) + ily)$. Для фазовой скорости волны Россби имеется формула $c = U_0 - \dfrac{\beta + U_0 L_0^{-2}}{k^2 + l^2 + L_0^{-2}}$ (*Должанский, 2011; Vallis, 2006*), так что волна становится стационарной при $U_0 = \dfrac{\beta}{k^2 + l^2}$.

Оценим по последней формуле величину U_0 и связанную с ней относительную угловую скорость $\omega_0 = \dfrac{U_0}{\Omega_0 R_v}$, где R_v – расстояние, на котором от центра вращаются вихри (сознавая всю условность таких оценок, имея в виду, что профили средней скорости, общий вид которых представлен на рис. 5, далеки от констант). Используя уравнение для потенциального вихря, полученное из уравнений мелкой воды, можно показать, что параметр β при наличии конического дна выражается через введенные выше параметры экспериментальной установки $\beta = \dfrac{2\Omega_0}{h}\dfrac{h_0}{L}$ (*Должанский, 2011; Sommeria et al., 1988*). Здесь $\dfrac{h_0}{L}$ – тангенс угла наклона конического дна, h – высота слоя жидкости у внешней границы канала в состоянии покоя, а вкладом из-за центробежного подъема поверхности пренебрегли. Определяя $k = 2\pi / L_v$, где L_v – длина волны возмущений вдоль азимута, получаем не зависящее от скорости внешнего вращения выражение

$$\omega_0 : \ \frac{1}{2\pi^2}\frac{h_0}{L}\frac{L_v^2}{hR_v}, \qquad (2)$$

которое для экспериментов F (точки по линии 1 на рис. 8) при $h_0 = 3$ см, $L = 30$ см, $R_v = 20$ см, $L_v = 40$ см, $h = 10$ см дает ω_0 : 0.04. Это менее чем в два раза меньше экспериментальных значений для средней угловой скорости ω, при которой $\omega_v \approx 0$ (линия 1, при $L_v = 40$ см число вихрей $m = 6$). Для экспериментов R по линии 4 величина L_v увеличивается, как и R_v ($m = 2 \div 3$), что приводит к увеличению ω_0 в 2–3 раза.

Для МГД-экспериментов (рис. 9а) параметры другие: $R_v = 7$ см, $L_v = 14$ см, $h_0 = 1.5$ см, $h_b = 0.5$ см (3 циклона и 3 антициклона вдоль окружности с радиусом R_v). Результат отмечен штриховой линией на рис. 9а.

Принятое для этих оценок условие постоянства средней зональной скорости U_0 представляется достаточно грубым, и необходимы решения, учитывающие формы средней зональной скорости $u_\varphi(r)$, такие, как показаны на рис. 5 для $\omega(r) = u_\varphi(r) / (\Omega_0 r)$. Далее будут использованы уравнения мелкой воды в цилиндрических координатах (r, θ) с линейным трением

$$\frac{Dv_r}{Dt} - \frac{v_\theta^2}{r} - 2\Omega_0 v_\theta - \Omega_0^2 r = -g\frac{\partial h_0}{\partial r} - \lambda v_r,$$

$$\frac{Dv_\theta}{Dt} + \frac{v_\theta v_r}{r} + 2\Omega_0 v_r = -g\frac{1}{r}\frac{\partial h_0}{\partial \theta} - \lambda v_\theta, \qquad (3)$$

$$\frac{DH}{Dt} + H\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right) = 0,$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_r\frac{\partial}{\partial r} + v_\theta\frac{\partial}{r\partial \theta},$$

$$h_0(r,\theta,t) = \frac{\Omega_0^2 r^2}{2g} + \eta_0(r) + \eta^*(r,\theta,t), \qquad (4)$$

$$H = H(r,\theta,t) = h_0(r,\theta,t) - R_0\left(1 - \frac{r}{L}\right), \qquad (5)$$

где в (3), (4) $h_0(r, \theta, t)$ – высота свободной поверхности, отсчитываемая от горизонтальной плоскости, в (3), (5) $H(r, \theta, t)$ – толщина слоя жидкости над коническим дном, описываемым вторым слагаемым в правой части (5), R_0 – высота конического дна. При этом первое слагаемое правой части в (4) описывает параболическую форму свободной поверхности при вращении канала, второе слагаемое моделирует осесимметричное отклонение, обусловленное притоком (тогда $\eta_0(r) > 0$) или оттоком (тогда $\eta_0(r) < 0$) воды при действии источников-стоков массы. Вообще говоря, величина $\eta_0(r)$ должна вычисляться в стационарном случае из решения уравнений (3) с функцией осесимметричного источника-стока массы в правой части третьего уравнения в (3). Соответствующие численные расчеты для функции $h_0(r, \theta, t)$ проведены в работе (*Гледзер, 2014*). При $\lambda = 0$ и заданной функции $\eta_0(r)$ уравнения (3) имеют стационарное решение $v_r = 0$, $v_0 = v_\theta(r)$, $-\frac{v_0^2}{r} - 2\Omega_0 v_0(r) = -g\frac{d\eta_0(r)}{dr}$, описывающее зональное, зависящее толь-

ко от радиуса, течение. При больших величинах Ω_0 это уравнение является геострофическим приближением. В (4) возмущение свободной поверхности $\eta^*(r, \theta, t)$ фактически является основной искомой функцией, описывающей движение вихрей и волн на поверхности слоя жидкости в канале, а вместо функций источников-стоков массы используются профили зональных течений $v_\theta(r)$.

Величину коэффициента трения λ, можно оценить из экспериментов. Для этого найдем стационарное решение первых двух уравнений в геострофическом приближении

$$v_\theta = \frac{1}{\lambda^2 + 4\Omega_0^2}\left(2\Omega_0 g\frac{\partial\eta}{\partial r} - \lambda g\frac{1}{r}\frac{\partial\eta}{\partial\theta}\right), v_r = \frac{1}{\lambda^2 + 4\Omega_0^2}\left(-\lambda g\frac{\partial\eta}{\partial r} - 2\Omega_0 g\frac{1}{r}\frac{\partial\eta}{\partial\theta}\right),$$ где $\eta = \eta_0(r) + \eta^*(r, \theta)$. При осреднении по углу θ имеем

$$\frac{< v_r >}{< v_\theta >} = -\frac{\lambda}{2\Omega_0}. \qquad (6)$$

При $\Omega_0 < 0$ следует, что левая часть (6) больше нуля. Величина радиальной скорости v_r, несмотря на малость, может быть получена при использовании PIV-методики. На рис. 10 показана левая часть последней формулы для нескольких экспериментов в режиме – один источник плюс один сток (при h = 6 см и V = 10 в, 14 в, T = 5.3 с, 8.9 с; V = 20 в, T = 9.2 с). Несмотря на значительную изменчивость средней радиальной скорости $<v_r>$, отношение (6) меняется в пределах 0.005÷0.01, так что величина коэффициента трения λ составляет порядка 0.01 от значения угловой скорости общего вращения Ω_0.

Заключение

На экспериментальных диаграммах режимов, представленных на рис. 8, 9 наибольший интерес представляют результаты вблизи горизонтальной оси – около нулевых величин угловой скорости ω_v вращения вихревых возмущений относительно границ канала.

Присутствие квазистационарных волн Россби может являться одной из причин возникновения блокирующих образований в атмосферной циркуляции. На основе данных для атмосферы северного полушария структуры, связанные с формированием стационарных волн Россби, изучались в работе (*Агаян и Мохов, 1989*), а их разрушение, приводящее к выносу воздушных масс из полярного вихря в нижней стратосфере, рассматривалось в (*Waugh et al., 1994*). При этом медленное распространение таких волн может быть резонансно связано с топографией (термической или рельефной) подстилающей поверхности. Такие резонансные эффекты для лабораторных экспериментов в конфигурации с одним источником-стоком изучались в работах (*Сазонов и Черноусько, 1998; Tian et al., 2001*), а во второй из них – еще и численно на основе уравнения вихря (квазигеострофического, баротропного, в прямоугольном канале).

Отметим, что в рассмотренных экспериментах движение вихрей в канале носит коррелированный характер, при котором происходит их практически равномерное вращение вокруг центра установки и такая же одновременная их остановка при параметре $\omega \approx \omega_{cr}$. Для атмосферных блокингов в работе (*Lejenas and Okland, 1983*) корреляционных связей для разных регионов их образования не было найдено, что, возможно связано с термическими или орографическими факторa-

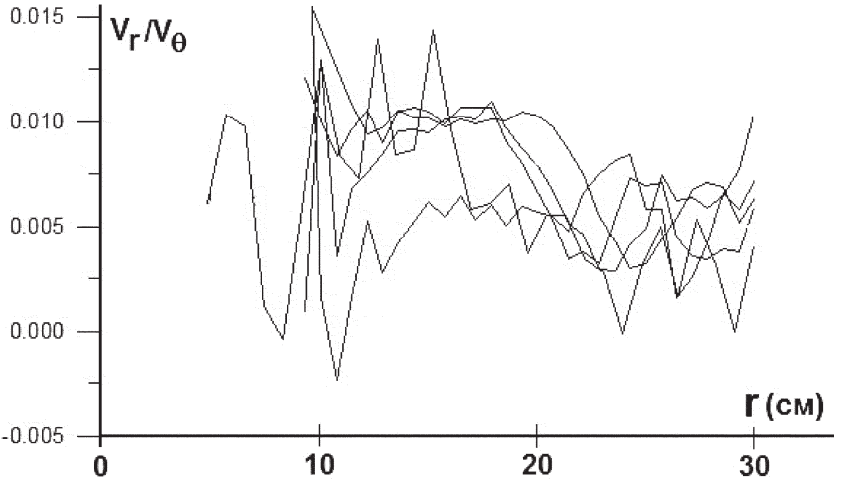


Рис. 10. К оценке коэффициента линейного трения по формуле (6) для данных экспериментов в режиме – один источник плюс один сток

ми, которые могут изменять движения с равномерным вращением всей системы вихрей, приводя к декорреляции потоков жидкости в различных частях канала. Это приводит к более реалистичной с точки зрения атмосферной динамики картине взаимодействия вихревых составляющих течения жидкости, хотя нельзя не заметить определенную скоррелированность максимумов частоты блокирования (январь–май) на диаграммах долгота–месяц в регионах их наибольшего появления (Евро-Атлантический и Тихоокеанический сектора) (*Andrea et al., 1998*).

Несмотря на то, что в теоретическом аспекте известны оценки (хотя и грубые) параметров, при которых волны Россби становятся стационарными, соответствующие диаграммы, аналогичные рис. 8, 9, полученные на основе лабораторных экспериментов в рассмотренной конфигурации, до сих пор не были исследованы. Известны диаграммы промежуточного типа. В работах (*Незлин и Снежкин, 1990; Фридман и Хоперсков, 2011*) приводились диаграммы, где вертикальная ось соответствует угловой скорости вращения спиральных рукавов (аналогичная величине ω_v), а аналогом средней угловой скорости ω является внешний параметр – угловая скорость Ω_1 вращения внутреннего диска, который вместе с вращающимся с другой (фиксированной) скоростью внешним диском создают базисное сдвиговое течение. Стоит также отметить, что число рукавов в этих экспериментах уменьшается с ростом Ω_1, как и уменьшение числа вихрей m с увеличением $|\omega|$ при переходе данных от линии 1 к линии 4 (от экспериментов F к R, рис. 8а, б).

Данные экспериментов показывают, что определяющим скорость переноса вихрей ω_v параметром является средняя относительная угловая скорость ω, рассчитанная по всему каналу, а не угловая скорость, которую можно определить в части, где двигаются центры вихрей, и которая может иметь значительную величину. В частности, в атмосферной интерпретации, в средних широтах может существовать западный осредненный поток, а система вихревых возмущений при этом быть практически неподвижной.

3.2. Струйные течения и режимы суб- и суперротации в лабораторных экспериментах

В насточщем разделе обсуждаются результаты недавних лабораторных экспериментов в круговых покоящихся и вращающихся кюветах с тонкими слоями проводящей жидкости для случая больших количеств постоянных магнитов при МГД-генерации скорости с сохранением дискретной симметрии лучевого расположения магнитов относительно поворотов кругового канала вокруг центральной оси. Конфигурации постоянных магнитов формировались на основе численных расчетов с уравнениями мелкой воды. Как в лабораторных, так и в численных экспериментах получены крупномасштабные почти круговые вихри как результат передачи энергии от системы внешне генерируемых мелкомасштабных вихрей к крупномасштабным полям скорости (обратный каскад) при влиянии силы Кориолиса в случае вращения. Одиночные крупномасштабные вихри и широкие струйные потоки появляются в режимах субротации и суперротации по отношению к внешнему вращению в зависимости от его угловой скорости. Вращение в почти круговом вихре имеет дифференциальный характер с уменьшением угловой скорости вращения с радиусом в большей части площади кюветы, что для проводящей жидкости может привести к магнито-вращательной неустойчивости с соответствующей генерацией магнитного поля. Приведены формулы для критерия Велихова при использовании уравнений мелкой воды в тонких слоях жидкости.

Структуры и течения планетарных масштабов всегда являлись одной из центральных проблем геофизической гидродинамики с учетом изучения таких образований в атмосферах Земли и планет. К ним можно отнести крупные вихри на планетах-гигантах, зональные потоки на восток в атмосфере Земли на средних широтах, также струйные течения в атмосфере и связанные с крупными течениями в океане (Гольфстрим) меандрирования и океанские кольца. В атмосферах Земли и планет подобного рода структуры известны давно (*Воробьев, 1960*), а в океане протяженные узкие структуры были обнаружены сравнительно недавно (*Maximenko et al., 2005; Berloff et al., 2011*). Кроме этого, следует особо сказать о блокирующих образованиях, т.е. стационарных обширных областях повышенного давления, связанных с остановкой зонального переноса над обширной территорией (*Обухов и др., 1984; Агаян и Мохов, 1989*). К этому же типу движений относятся системы встречных зональных струйных течений в планетных атмосферах демонстрирующих как суперротационное, так и субротационное поведение (*Vasavada and Showman, 2005; Porco et al., 2005; Hammel et al., 2005; Sromovsky et al., 1993*).

В идеальной двумерной гидродинамике объяснение укрупнения вихревых образований и протяженных потоков из мелкомасштабных турбулентных возмущений поля скорости не должно вызывать затруднений, поскольку известен механизм обратного каскада энергии с соответствующим переносом энергии в крупномасштабный интервал спектра масштабов (*Мирабель и Монин, 1979*). Но уже для относительно тонких слоев, где допустимы вертикальные движения, механизм обратного переноса энергии до конца не прояснен. Как показывают результаты экспериментов для тонких слоев, а также измерения поля скорости в атмосфере, трехмерность потоков оказывается существенным фактором динами-

ки, что в частности, проявляется в переходе продольных структурных функции третьего порядка поля скорости к отрицательным (как в трехмерной турбулентности) значениям (*Гледзер и др., 2011, 2013; Nastrom et al., 1984; Nastrom and Gage, 1985*).

Поэтому для теоретического объяснения этих явлений планетарного масштаба в рамках геофизической гидродинамики привлекается ряд физических и гидродинамических механизмов. Некоторые из них в связи с упомянутыми природными наблюдениями и лабораторными экспериментами были рассмотрены в работах (*Espa et al., 2012, 2014; Weeks et al., 1997; Rhines, 1997*). Часть механизмов связана с квазидвумерностью геофизических течений. Формирование крупномасштабных структур может быть следствием приближенного сохранения энергии и завихренности в квазидвумерных течениях. Отсюда следует поток энергии от малых масштабов к большим, что и приводит к образованию крупномасштабных вихревых движений (*Lesieur, 1988*). Образование струйных течений связывается с анизотропизацией потока энергии в поле возмущений (*Galperin et al., 2006; Espa et al., 2014*), к которому во вращающемся потоке приводит широтное изменение параметра Кориолиса. Этот процесс может сформировать зональные струи в потоке (например, такие, как на Юпитере и других планетах–гигантах).

В качестве других возможных объяснений образования крупных структур можно указать перемешивание потенциальной завихренности, вследствие чего завихренность становится однородной в некоторой области (*Constantinou et al. 2014*). При этом появляется возможность гомогенизации потенциальной завихренности в изолированных крупномасштабных образованиях, что формирует равнозавихренные разнознаковые крупномасштабные когерентные структуры. Когерентные структуры могут так же спонтанно появляться на фоне однородной турбулентности и не исчезать долгое время, несмотря на вихревое перемешивание, поскольку взаимодействие вихрей малого размера приводит к обратному каскаду энергии в пределах масштаба Райнса, а за его пределами поток энергии происходит из-за триадного взаимодействия волновых векторов.

Большое значение для вращающихся лабораторных систем имела бы генерация крупномасштабного вихря, производимого мелкомасштабной турбулентностью, возбуждаемой МГД-методом или многочисленными источниками-стоками. Для невращающейся установки по первому из этих методов такая генерация была обнаружена в (*Xia et al., 2012, 2013; Bardóczi et al., 2012*) (так называемый конденсат по терминологии этих работ: образующийся круговой вихрь представляет собой структуру максимального масштаба, допускаемого геометрией канала, т.е. в волновом пространстве кинетическая энергия сконцентрировалась на минимальном волновом числе).

В численном варианте в рамках уравнений мелкой воды для тонких слоев жидкости во вращающемся круговом канале с генерацией мелкомасштабного поля скорости МГД-методом и методом источников-стоков крупномасштабные вихри типа упомянутого конденсата и протяженные струи были получены в работе (*Гледзер, 2015*). При этом в численных экспериментах использовались многолучевые конфигурации расположения чередующихся по знакам постоянных магнитов или источников-стоков массы.

Поскольку образование вихря "конденсата" было обнаружено в экспериментах только одной серии работ представляет интерес получить аналогичные результаты в других экспериментах, в частности, в круговых каналах, покоящихся и вращающихся, с учетом β-эффекта и без него. При этом можно воспользоваться результатами численных расчетов статьи (*Гледзер, 2015*) в части МГД-метода для конкретизации расположения системы постоянных магнитов. Следует отметить, что в лабораторных экспериментах с тонкими слоями жидкости существенную роль имеет придонное трение, которое в полной мере не описывается релеевским в подходе с квазидвумерными уравнениями мелкой воды. Поэтому детали численных и лабораторных экспериментов могут отличаться с учетом возможных несимметрий для последних, которые в реальности всегда присутствуют.

Образование крупномасштабных структур под действием мелкомасштабных квазитурбулентных возмущений может привести к модификации общециркуляционных потоков (ячейки Хэдли и Фарреля), генерируемых взаимодействием конвективных полей скорости от солнечного притока энергии с изменяемой по широте силой Кориолиса. При этом циркуляционные потоки, такие как перенос на восток воздушных масс в средних широтах, могут останавливаться под действием образующейся циркуляции, которая своим источником имеет вихревые образования более мелких масштабов. В результате этого взаимодействия могут образовываться структуры, блокирующие зональный атмосферный перенос.

Другой аспект связан с дифференциальным характером вращения жидкости в генерируемом вихре планетарного масштаба. Дифференциальное вращение может приводить к неустойчивости с соответствующим образованием вихревых возмущений. Поскольку в экспериментах и численных расчетах рассмотрено движение проводящей жидкости в магнитном поле, то уместно рассматривать их результаты и с точки зрения влияния на динамику проводящего жидкого ядра Земли. Конвекция в жидком ядре планеты приводит к отличию от твердотельного (вместе с планетой) вращения проводящей расплавленной магмы, что создает дифференциальный, сдвиговый характер в генерируемом мелкомасштабной турбулентностью вихре планетарного масштаба. Это же согласно механизму Велихова (1959) (*Велихов, 1959, 2005; Chandrasechar, 1960*), вследствие развивающейся МГД-неустойчивости, может обеспечить генерацию магнитного поля.

Результаты численных и лабораторных экспериментов рассмотрены в п.2,3, причем в численных расчетах определяется возможный вид конфигураций расположения постоянных магнитов, для которых в экспериментах могут появляться крупномасштабные круговые течения или струйные потоки. В п.4 критерий Велихова неустойчивости с генерацией магнитного поля, ранее рассматриваемый для трехмерной цилиндрической геометрии, получен в рамках уравнений мелкой воды при наличии вертикальной внешней компоненты магнитного поля.

Численные эксперименты с уравнениями мелкой воды

Эксперименты проводились кольцевых каналах с внешним и внутренним радиусами R_{out} и R_{in}, который вращается на платформе с угловой частотой Ω_0. Наклон дна отсчитывается от платформы и представляет собой конус $B(x, y) = B_0 (1 - r / R_{out})$ (где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$), спадающий до уровня платформы на внешнем крае кольца при $r = R_{out}$ (рис. 1). Поверхность жидкости в кольцевом контейнере

принимает в равновесии при отсутствии внешнего воздействия форму параболоида $H_{par}(r) = H_0 + \Omega_0^2\left(\frac{x^2+y^2}{2g} - \frac{R_{out}^2 + R_{in}^2}{4g}\right)$, где H_0 – выстота слоя жидкости в состоянии покоя, отсчитываемая от платформы. Толщина жидкости $h(x, y, t)$ и отклонение свободной поверхности от параболоида $\eta(x, y, t)$ связаны соотношением $h(x, y, t) + B(x, y) = H_{par}(x, y) + \eta(x, y, t)$.

Уравнения Эйлера для горизонтальных компонент и уравнение сохранения массы можно записать в виде (*Гледзер, 2014, 2015; Должанский, 2011*):

$$\frac{\partial\{u,v\}}{\partial t} + u\frac{\partial\{u,v\}}{\partial x} + v\frac{\partial\{u,v\}}{\partial y} + 2\Omega_0\{-v,+u\} = -g\{\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y}\}\left(h + B - H_{par}\right),$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{(uh)}{\partial x} + \frac{(vh)}{\partial y} = 0.$$

Из них можно стандартно получить уравнения мелкой воды в дивергентной форме:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{Q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{Q})}{\partial y} = \mathbf{C}(\mathbf{Q}), U(x,y,t) = uh, V(x,y,t) = vh; \\ &\mathbf{Q}(x,y,t) = \left(h, U, V\right); \\ &\mathbf{f} = \left(U, U^2/h + gh^2/2, VU/h\right), \mathbf{g} = \left(V, UV/h, V^2/h + gh^2/2\right). \end{aligned} \quad (1)$$

Правая часть $\mathbf{C}(\mathbf{Q})$ в (1) представлена неконсервативными членами, в которую входят внешняя сила (F_h , F_u , F_v), индуцирующая движение, кориолисово ускорение, градиент функции $R(x, y)$:

$$\mathbf{C}(\mathbf{Q}) = \{F_h, F_u + F_h\frac{U}{h} + 2\Omega_0 V - gh\frac{\partial R}{\partial x}, F_v + F_h\frac{V}{h} - 2\Omega_0 U - gh\frac{\partial R}{\partial y}\}. \quad (2)$$

Для численных экспериментов при МГД-генерации (F_h , F_u , F_v) = $\{0,\ hS^m(x, y)y / r^2,\ -hS^m(x, y)x / r^2\}$, т.е. внешнее воздействие осуществляется силой Ампера $(1 / c)\mathbf{j}\times\mathbf{H}$ в уравнениях для поля скорости и задастся напряженностью магнитного поля $\mathbf{H}$.

Безразмерные величины вводятся в соответствие со статьей [19] с использованием характерной частоты Ω_0, длины R_{out}, скорости $R_{out}\,\Omega_0$ и вертикального масштаба H_0. Форма конического дна в безразмерном виде $\tilde{B} = \left(B_0 / H_0\right)\left(1 - \hat{r}\right)$. Для постоянных магнитов безразмерная вертикальная компонента магнитного поля $\tilde{S}^m = S^m / \left(R_{out}^2 \cdot \Omega_0^2\right)$.

Характерный вид функции $S^m(x, y)$ для постоянных магнитов определяется их круговым и лучевым расположением в кюветах при условии сохранения осевой симметрии с соответствующим чередованием знаков и полярности.

Распределения указаны внизу справа на рисунках 2–3, где постоянные магниты представлены маленькими кружками, причем магниты могут быть различного диаметра, так что магнитное поле пропорционально площади задаваемых кружков.

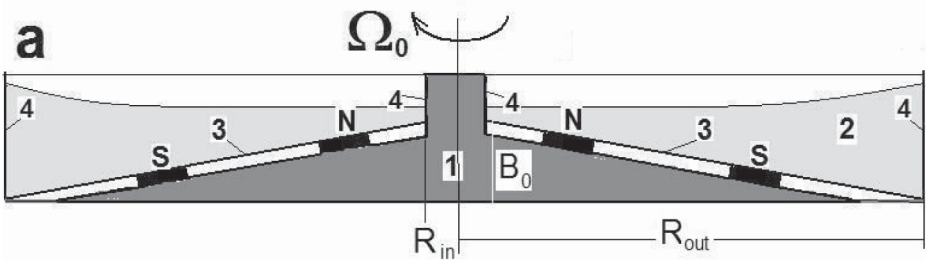


Рис. 1. (а) Схема экспериментальной установки при моделировании β-эффекта: 1 – коническая основа с постоянными магнитами S,N, 2 – электропроводящая жидкость, 3 – коническое дно

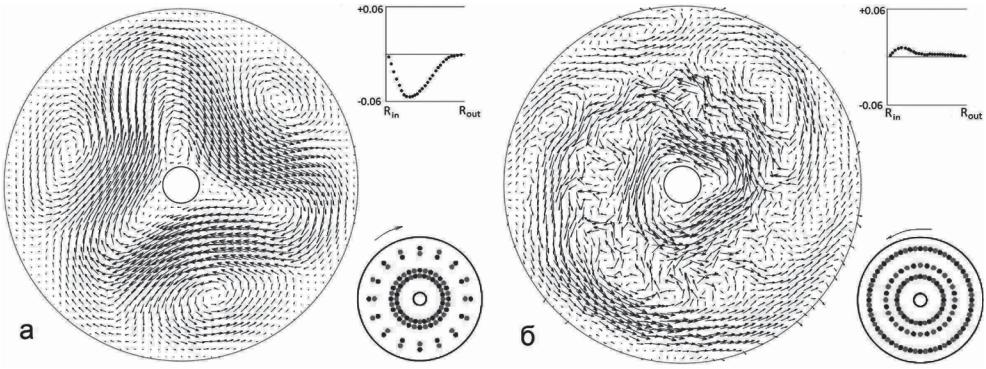


Рис. 2 (а) Векторы поля скорости с близкой к треугольной форме крупномасштабной структурой, **(б)** векторы поля скорости с двуструйным течением, разделенным цепочкой вихрей. Внизу справа – конфигурации постоянных магнитов, вверху справа – безразмерная средняя зональная скорости в зависимости от безразмерного радиуса канала

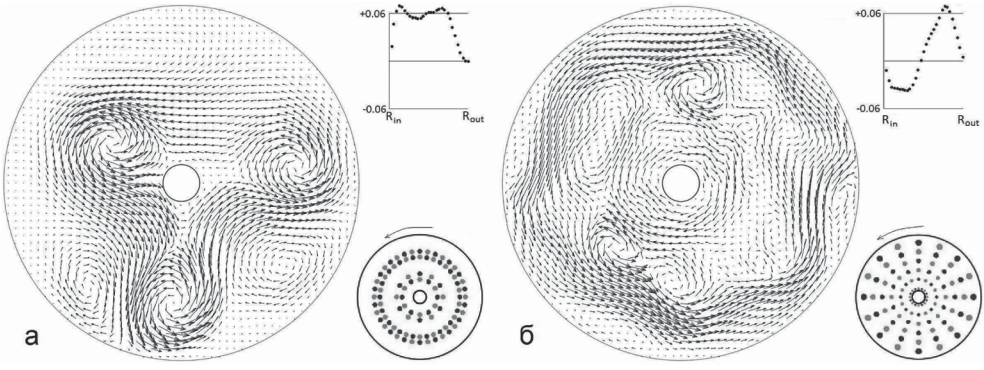


Рис. 3. (а) Трехвихревое поле скорости, **(б)** сдвиговое поле скорости с вихревыми мелкомасштабными возмущениями

В численных расчетах были приняты следующие значения параметров (канал 1): R_{out} = 14.5 см, R_{in} = 1.5 см, H_0 = 1 см, B_0 = 0.4 см. Детали расчетов и численные опции приведены в [2]. Некоторые результаты приведены на рис. 2–3, где показаны векторы поля скорости, а вверху справа на каждом рисунке – усредненная по азимутальному углу и времени безразмерная зональная скорость в зависимости от безразмерного радиуса.

Для эксперимента на рис. 2а формируется близкая к треугольной форме крупномасштабная структура при общем вращении (T = 10 с) как в южном полушарии (показано стрелкой справа внизу у рисунка с конфигурацией магнитов). Направление поля скорости и средняя зональная скорость показывают, что в данном случае поток обгоняет вращение кюветы – режим суперротации.

Для остальных результатов осуществлялось вращение Северного полушария. На рис. 2б (T = 3 с) проявилось двухструйное течение, разделенное цепочкой вихрей. Здесь также потоки обгоняют вращение. Различие результатов на рис. 2 объясняется отличиями в конфигурациях постоянных магнитов, разное количество которых расположено вдоль окружностей с разными радиусами. Для рис. 3а (T = 10 с) использовался уже вариант лучевой конфигурации для магнитов. Здесь в режиме суперротации общего потока выделяются вихри, образующие треугольную структуру. Течения на рис. 3б (T = 4 с), которые образовались при четкой многолучевой конфигурации расположения магнитов, имеют разнонаправленные скорости: у внешней границы канала – суперротация, обгон внешнего вращения, у внутренней границы – субротация, движение навстречу общему вращению. Поскольку в поле скорости образовался сдвиг, между этими течениями имеются вихревые мелкомасштабные возмущения.

Лучевые конфигурации постоянных магнитов, аналогичные рис. 3б, используются далее в лабораторных экспериментах.

Лабораторные эксперименты и результаты

Представляемые далее результаты получены для покоящейся или вращающейся установки (периоды вращения T до 1 минуты) со свободной поверхностью. Для данных экспериментов общее вращение с угловой скоростью $|\Omega_0| = 2\pi/T$ осуществлялось по часовой стрелке $\Omega_0 < 0$, что соответствует вращению Земли в южном полушарии. Дно круговых каналов с внутренним и внешним радиусами 1.5 см и L = 14.5 см (канал 1) и 5.5 см и L = 18 см (канал 2) имеют осесимметричную коническую форму с высотой на внутреннем радиусе h_0 = 0.5 см (см. рис. 1). Глубина слоя жидкости у этого радиуса от 1 см до 3 см. Круговое расположение магнитов вдоль 16 и 32 радиусов на разных расстояниях от оси вращения с различным числом чередующихся по полюсам магнитов по окружности позволяет менять величину силы Ампера : [**j**, **H**], действующую на электропроводящую жидкость (слабый раствор $CuSO_4$) (**j**, **H** – плотность радиально направленного тока между электродами (4 на рис. 1) и напряженность магнитного поля, создаваемого постоянными магнитами). Расположение постоянных магнитов на конической основе показаны на рис. 4 для канала 2 с 32 лучами по 4 магнита на каждом и для канала 1 на рис. 5а с 16 лучами и на рис. 5б с более частым расположением магнитов на двух внутренних окружностях.

Эксперименты проводились как для покоящихся каналов, так и при их вращении с разными периодами.

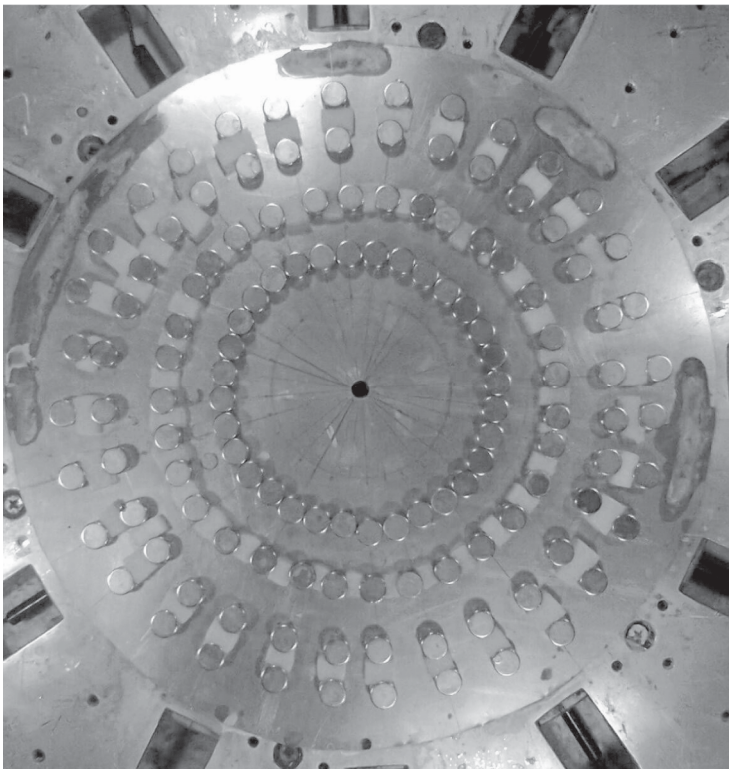


Рис. 4. Расположение постоянных магнитов для канала 2 с 32 лучами по 4 магнита вдоль радиусов

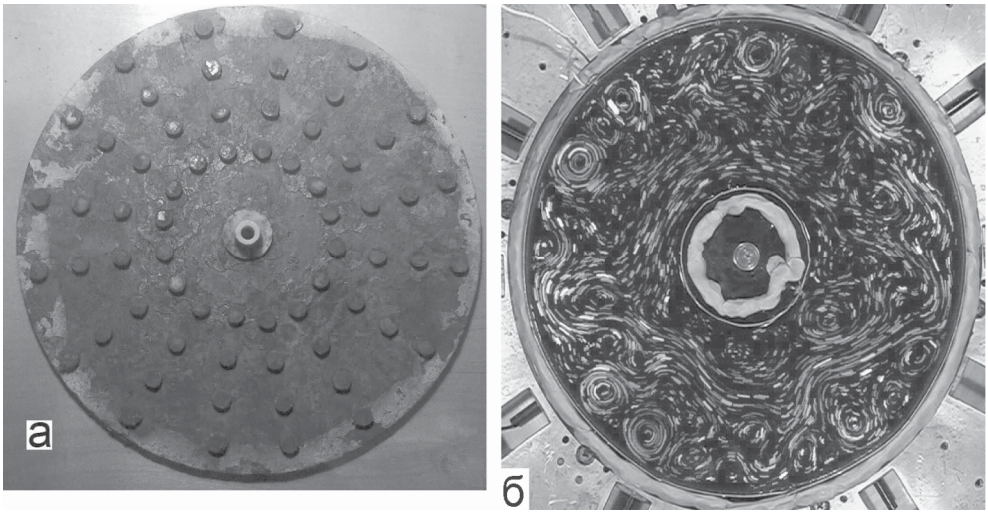


Рис. 5. Расположение постоянных магнитов для канала 1 с 16 лучами с равномерным (рис. 5а) и с более частым расположением магнитов на двух внутренних окружностях (рис. 5б)

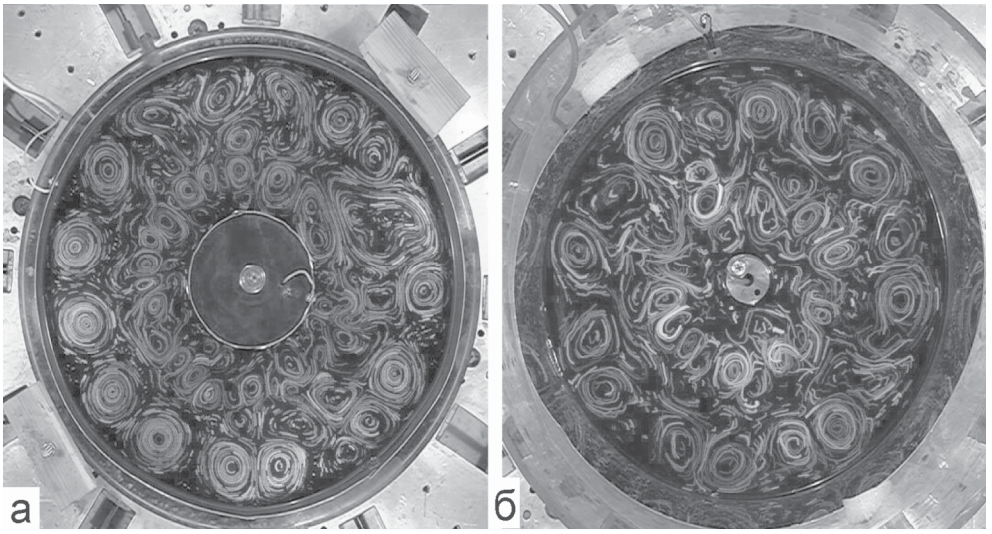


Рис. 6. Траектории частиц для базисных вихревых мелкомасштабных движений: **(а) –** покоящийся канал 2, толщина слоя жидкости h = 1 см, **(б)** вращающийся канал 1 при периоде вращения T = 5.3 c и толщине слоя жидкости 1 см

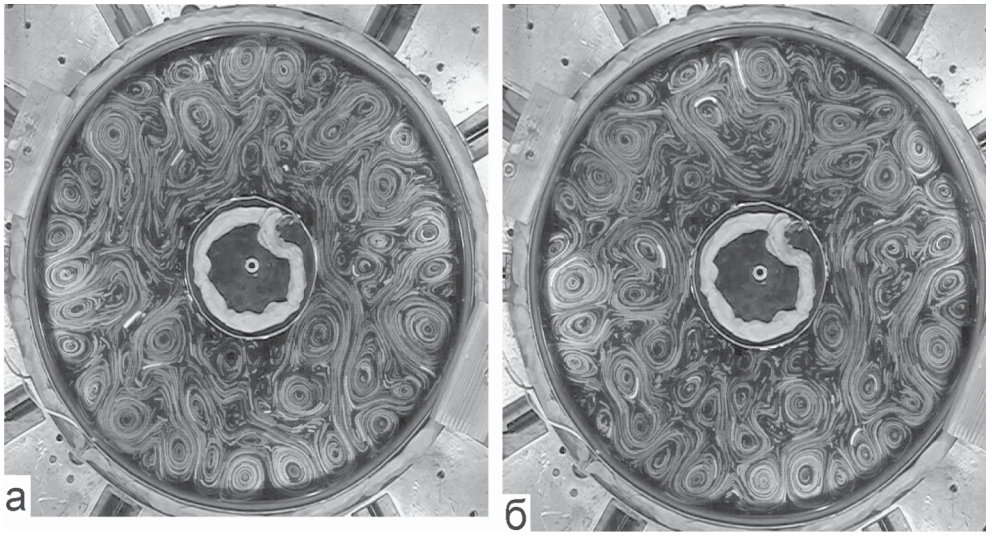


Рис. 7. Траектории частиц с появлением струйого течения: покоящийся канал 2

На рис. 6 показаны траектории частиц при визуализации полей скорости, генерируемых в каналах 2 (рис. 6а) и 1 (рис. 6б) в тонких слоях проводящей жидкости в режимах, когда основными являются поля, непосредственно возникающие при действии силы Ампера. При этом крупномасштабные вихри и протяженные струи не появлялись. Это базисные вихревые мелкомасштабные движения, поля скорости в которых генерируются непосредственно силами Ампера и Кориолиса (если есть внешнеее вращение).

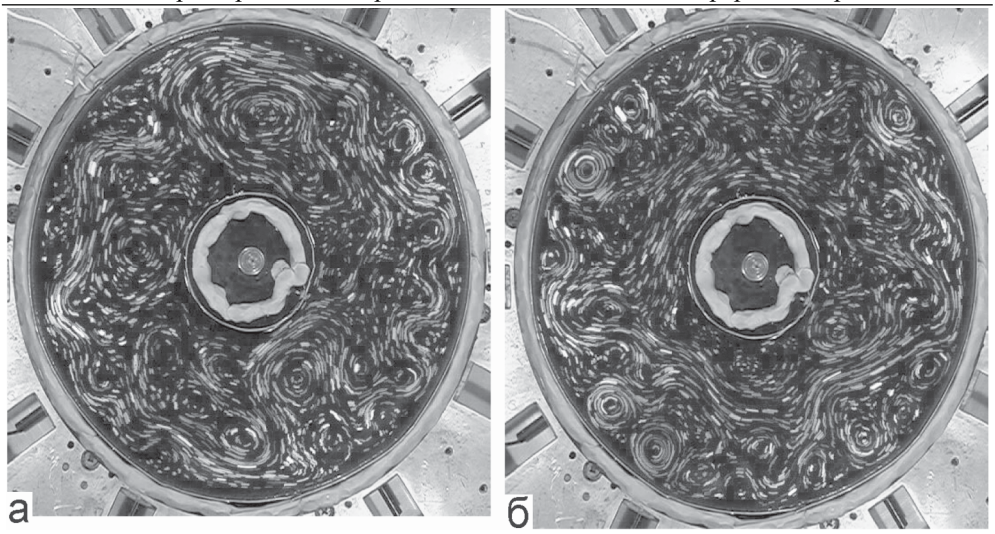


Рис. 8. Выраженные узкие струи, канал 2, h = 24 мм, **(а) –** T = 67.0, **(б)** – T = 39.8

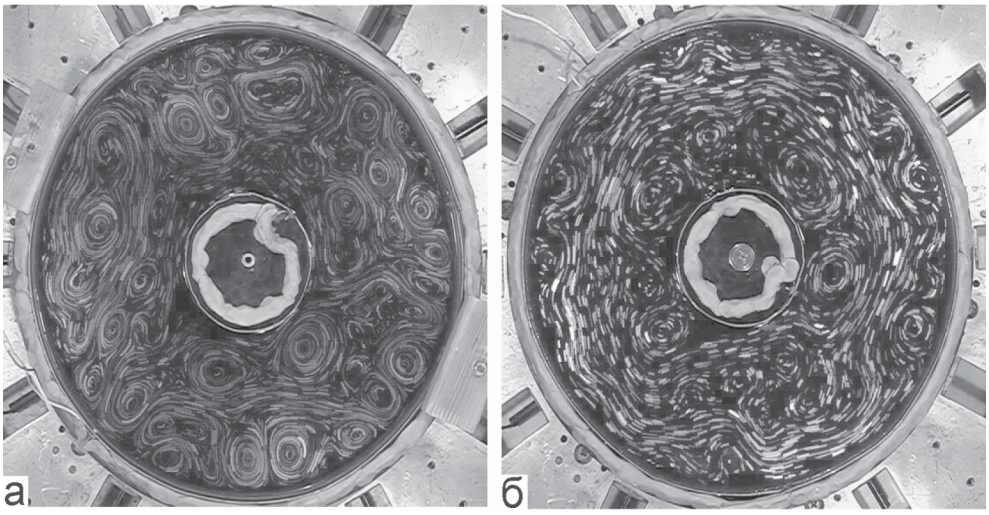


Рис. 9. (а) – Закольцованные в укрупненные вихри узкие струи и (б) – широкая протяженная струя в канале 2 в покоящемся канале – (а) и (б) – при вращениии (T = 67 с)

Визуализация полей скорости обеспечивалась предварительным равномерным распределением на поверхности электролита алюминиевой пудры с последующей видеосъемкой и обработкой PIV методом (*Пейзулаев, 2003*). Здесь и далее для лучшего представления линий тока в экспериментальном течении используется "склейка" из последовательных 100 кадров видеосъемки, что соответствует 4.17 сек. физического времени.

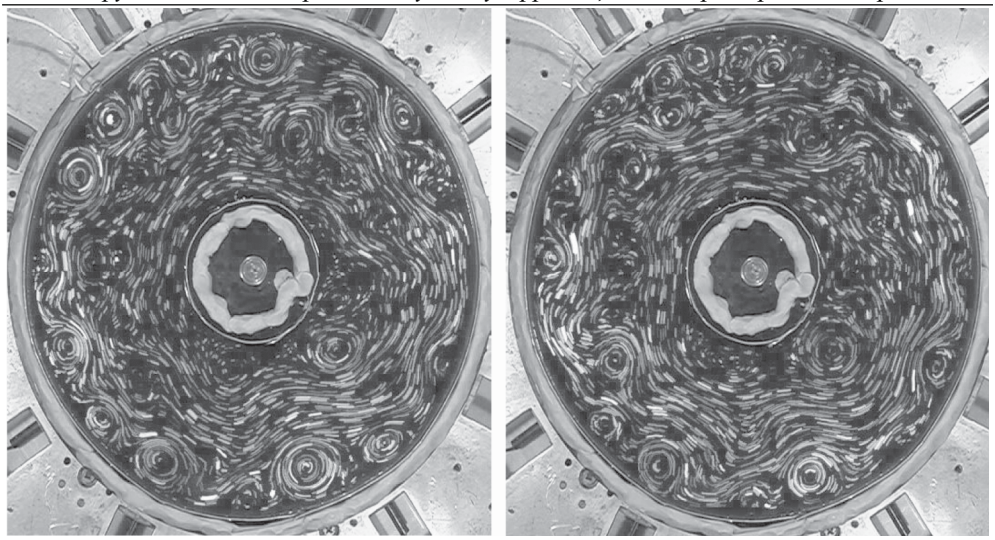


Рис. 10. Струйное течение в канале 2 при вращении (T = 39.8 *с*) в разные моменты времени, h = 24 мм

На рис. 7 показаны траектории, когда в течение некоторого времени возникла протяженная струя, которая затем закольцевалась, охватив часть площади канала 2 (рис. 7б).

Более выраженные узкие струи проявляются на рис. 8. Закольцованные в укрупненные вихри узкие струи и широкая протяженная струя видны также на рис. 9а, б для экспериментов с покоящимся, как для экспериментов на рис. 7а, б, и медленно вращающимся (T = 67 *с*) каналом 2. Для более быстрого вращения (T = 39.8) струйное течение в разные моменты времени видно на рис. 10.

Вычисление полей скорости с помощью PIV-метода позволяет получить данные о временном ходе средних по каналу энергии $\langle E \rangle$ и энстрофии $\langle \Omega^2 \rangle$ (а) T = 39.8 сек, h = 24 мм; б) T = 67 сек, h = 24 мм (рис. 11(а, б)). В процессе эволюции струя меняет свои размеры, прецессирует, изменяется количество мелкомасштабных вихрей. Для более медленного вращения (T = 67 сек, h = 24 мм) наблюдается определенное нарушение циклон-антициклонной асимметрии, хорошо проявляющейся при относительно быстрых вращениях (T = 39.8 сек, рис. 11(г)). Площадь областей движений с циклонической завихренностью Ω_+ уже превышает площади с антициклонической завихренностью Ω_-, но при этом падает интенсивность циклонов, так что возникают области доминирования антициклонических структур в канале (рис. 11(д)). Подобные события встречаются и в земных условиях (*Мохов и др., 2015*).

Полагаем, что толщина слоя жидкости в канале определяется в основном центробежными силами:

$$h(r) = h_0 - \frac{\Omega^2}{6g}\left(R_{внеш}^2 + R_{внеш}R_{внут} + R_{внут}^2\right) + \frac{\Omega^2 r^2}{2g} - \left(R_{внеш} - r\right)\tan(\varphi).$$

Здесь $\varphi \approx 5^o$ – наклон конуса дна, h_0 – толщина слоя жидкости у внешнего края канала без вращения, $R_{внеш}$, $R_{внут}$ – внешний и внутренний радиусы кольцевого

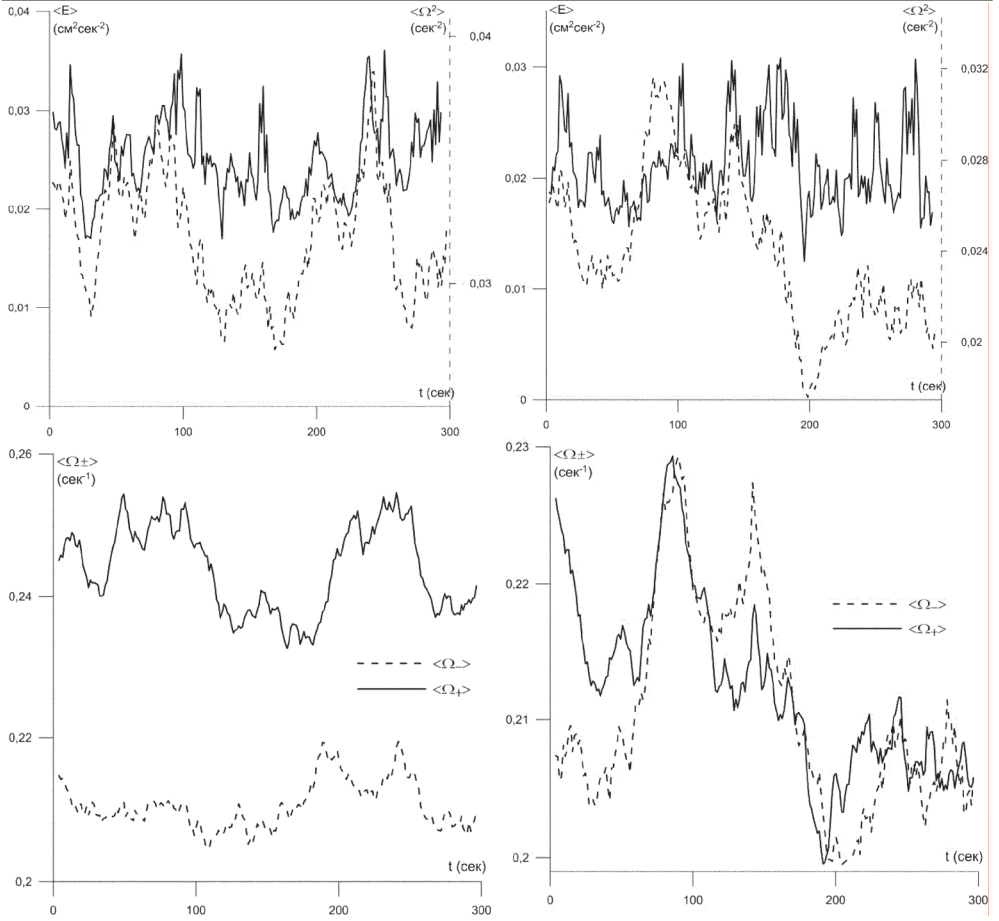


Рис. 11. Временной ход средних по каналу энергии $\langle E \rangle$, энстрофии $\langle \Omega^2 \rangle$ (пунктир): а) T = 39.8 сек, h = 24 мм; б) T = 67 сек, h = 24 мм и средней по каналу циклонической Ω_+ и антициклонической завихренностей Ω_- : в) T = 39.8 сек, h = 24 мм; г) T = 67 сек, h = 24 мм

канала, $\Omega = \dfrac{2\pi}{T}$ – угловая частота вращения, g – сила тяжести. Толщина слоя жидкости такова, что в ней "укладывается" по высоте не более одной вихревой структуры. Это позволяет нам оценить вертикальную скорость из уравнения неразрывности, как $v_z \sim -h\mathrm{div}_\perp v$, где $\mathrm{div}_\perp v = \partial_x v_x + \partial_y v_y$. Для плотности спиральности поля скорости мы имеем оценку

$$H \approx v_x \partial_y v_z - v_y \partial_x v_z + v_z \Omega.$$

Временной ход средней по каналу спиральности $\langle H \rangle$ в сопоставлении со сред-ней по каналу энергией $\langle E \rangle$ приведен на рис. 12 (а) T = 39.8 сек, h = 24 мм; б) T = 67 сек, h = 24 мм. Следует отметить хорошую корреляцию этих величин, и впол-не очевидную знакоопределенность средней спиральности.

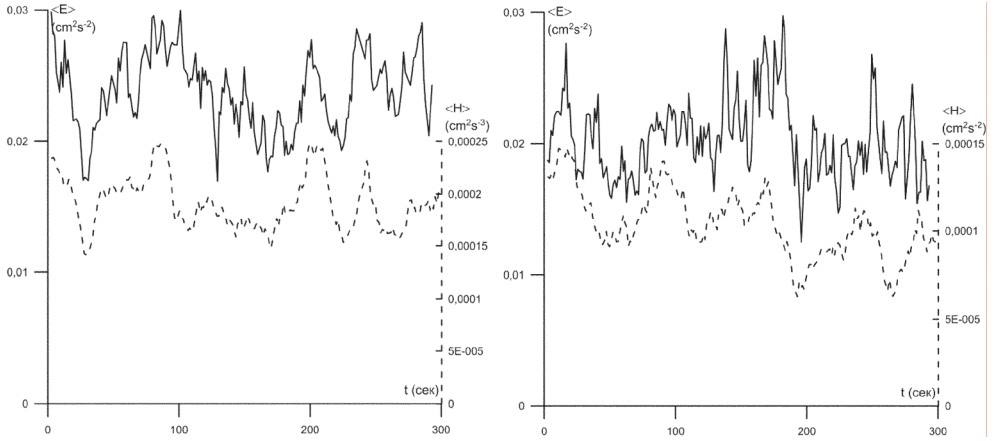


Рис. 12. Временной ход средних по каналу энергии $\langle E \rangle$ и спиральности $\langle H \rangle$ (пунктир): а) $T = 39.8$ сек, $h = 24$ мм; б) $T = 67$ сек, $h = 24$ мм

На рис. 13а показаны траектории, когда в течение некоторого времени возникла протяженная узкая струя, которая сформировалась в канале с относительно тонким слоем жидкости (h = 15 мм), из-за чего хорошо видны базисные вихри, генерируемые над постоянными магнитами. Струйный характер поля скорости иллюстрирует рис. 13б, где показана осредненная азимутальная компонента поля скорости по разрезу вдоль вертикальной оси от левой внешней границы канала до центра. Видны широкая струя вблизи внешней границы, также различимы базисные вихри.

Если слой жидкости увеличить (рис. 13в), то эти вихревые базисные структуры ослабевают и появляются две струи, разделенные слабыми вихрями. Соответствующая средняя азимутальная компонента поля скорости показана на рис. 13г, в котором проявляется двуструйный характер течения со слабым влиянием базисных вихрей.

В целом, струйные потоки, формируемые в экспериментах, характеризуются значительной временной изменчивостью, как и аналогичные структуры в атмосфере Земли, что видно на рис. 14.

Следует подчеркнуть, что в экспериментах появление струйных потоков, узких или широких, рассматривалось как промежуточные состояния от базисных вихревых мелкомасштабных движений к крупномасштабным круговым течениям.

Поэтому особенности струйных течений в дальнейшем не рассматриваются. Однако, стоит заметить, что расположение постоянных магнитов не нацелено специально на генерацию в эксперименте струй: они появляются как результат нелинейных гидродинамических взаимодействий с влиянием сил Кориолиса (если есть вращение), придонного трения и β-эфекта (в основном, если есть коническое дно).

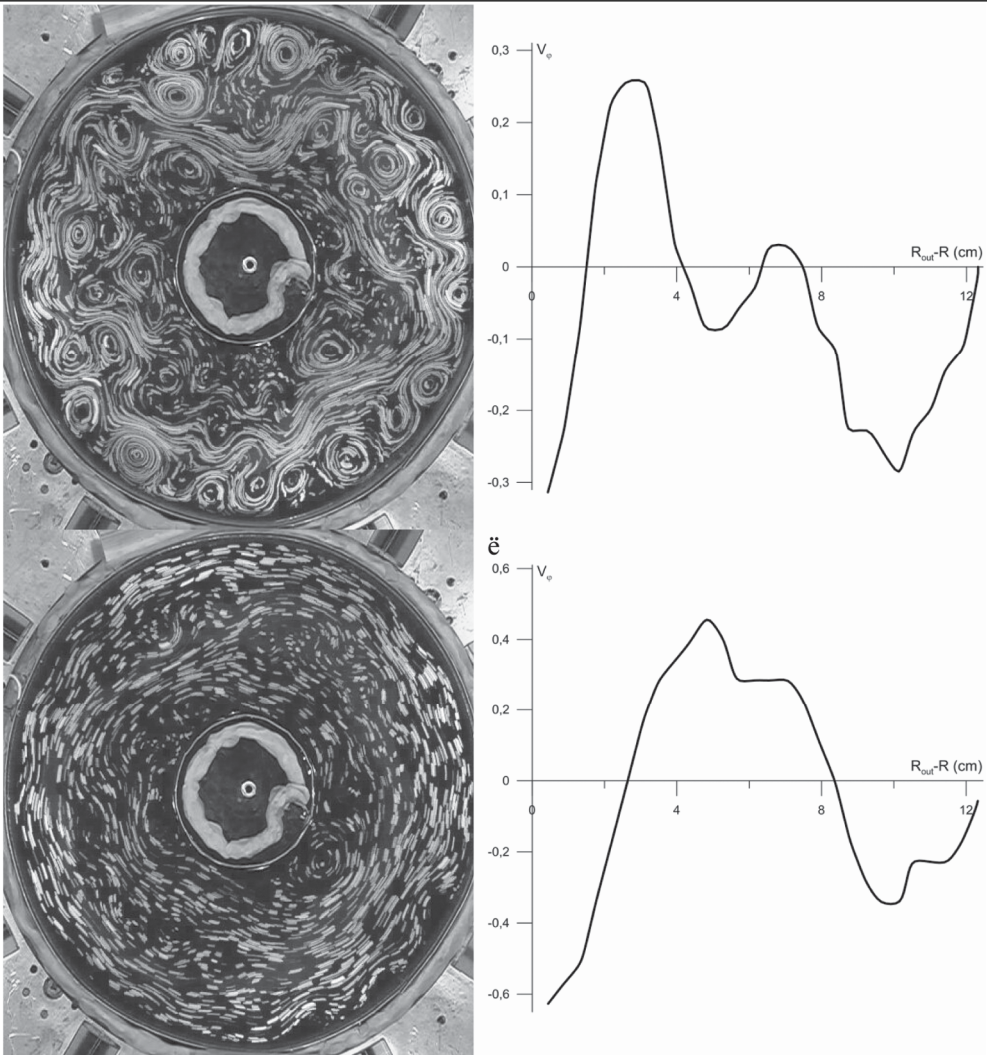


Рис. 13. а) – Узкая струя и базисные вихри во вращающемся (T = 29.4 сек.) канале 2 при тонком слое жидкости h = 15 мм; б) средняя азимутальная компонента поля скорости по разрезу вдоль вертикальной оси от верхней внешней границы канала к центру; в) – двуструйное течение и слабые вихри во вращающемся (T = 24.7 сек.) канале 2 с увеличением слоя жидкости h = 24 мм; г) средняя азимутальная компонента поля скорости по разрезу вдоль вертикальной оси от верхней внешней границы канала к центру

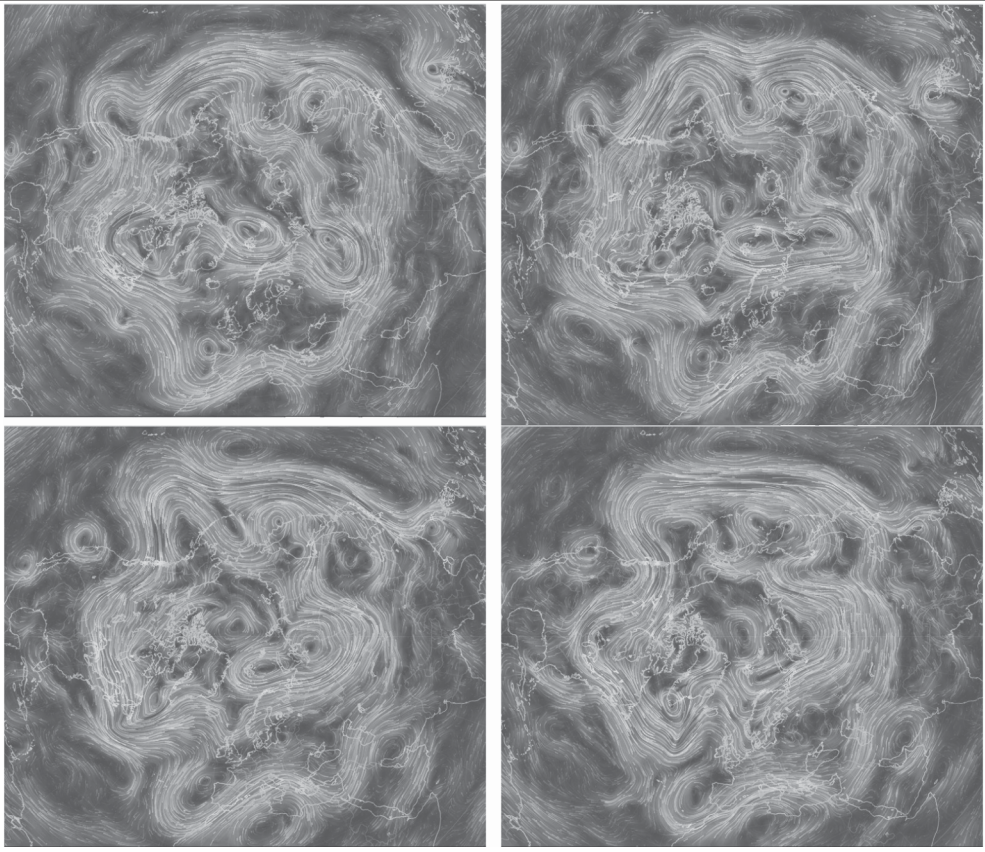


Рис. 14. Струйные течения северного полушария в ветровом поле на уровне 500 мбар: а) 18.09.2014; б) 19.09.2014; в) 20.09.2014; г) 21.09.2014 представлены в азимутально-эквидистантной проекции (https://earth.nullschool.net)

Слабые возмущения видны и при развитом круговом вихре, занявшем почти всю площадь канала 2, как на рис. 15а для эксперимента с быстрым вращением ($T = 4.7$ *с*) и толщиной слоя у внутренней границы 1 см.

С более толстым слоем жидкости проявляется только круговой вихрь – рис. 15б. Здесь даже в отсутствие вращения базисные вихри не проявляются. На рис. 16 показаны круговые вихри уже в канале с вращением ($T = 20.3$ *с*, 29.8 *с*).

Показанные на рис. 15, 16 вихри по форме близки к вихрю-конденсату работ (*Xia et al., 2012, 2013, Bardóczi et al., 2012*), который, как и в ряде экспериментов данной работы, появился в экспериментах без вращений. Отличие состоит в том, что в нашем случае движение в круговом канале, а не в квадратной кювете, и, кроме того, вихрь появляется также при общем вращении и наличии конического дна.

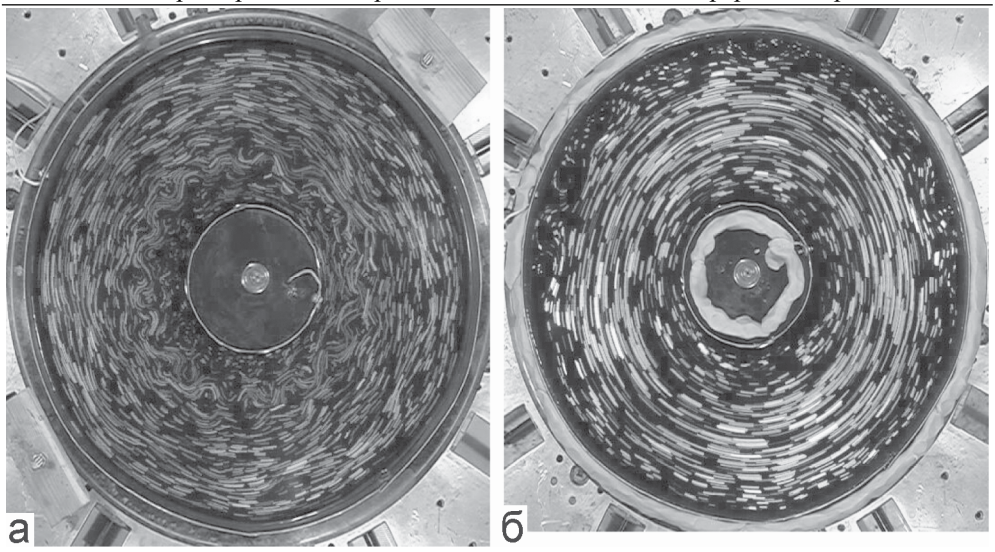


Рис. 15. (а) – Слабые возмущения и круговой вихрь, канал 2, эксперимент с быстрым вращением ($T = 4.7$ *с*) и толщиной слоя у внутренней границы $h = 1$ см. Круговой вихрь с более толстым слоем жидкости, покоящийся канал 2 – (б)

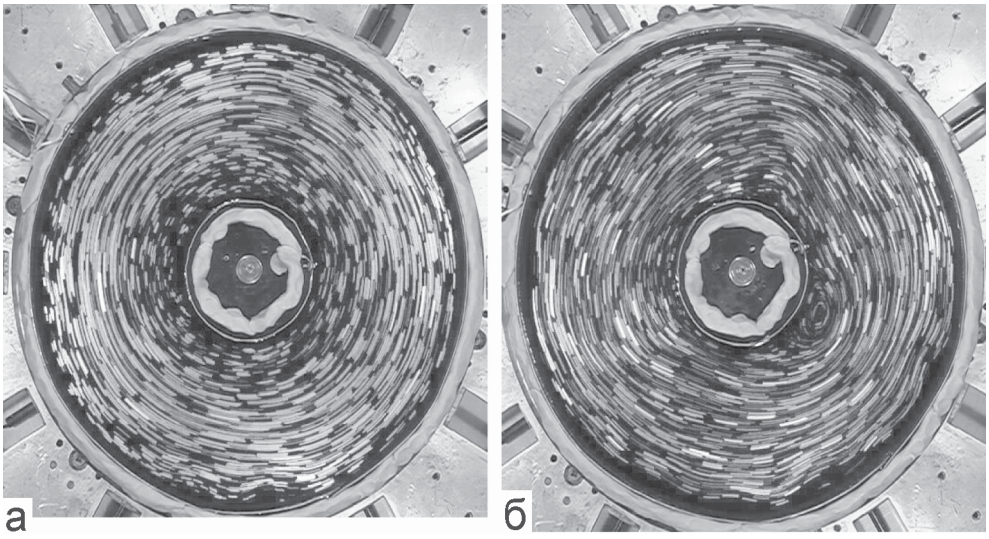


Рис. 16. Круговые вихри, $h = 30$ мм: (а) – $T = 29.8$ *с*, (б) – $T = 20.3$ *с*

Вычисление полей скорости с помощью PIV-метода позволяет также отделить поле возникающего крупномасштабного вихря от базисного движения, непосредственно связанного с действием упомянутой выше силы Ампера. Такое базисное поле скорости для канала 2 продемонстрировано на рис. 17а в случае сильного влияния постоянного магнитного поля снизу на движение проводящей жидкости и в случае его ослабленного действия в слое жидкости толщиной 3 см (рис. 17б).

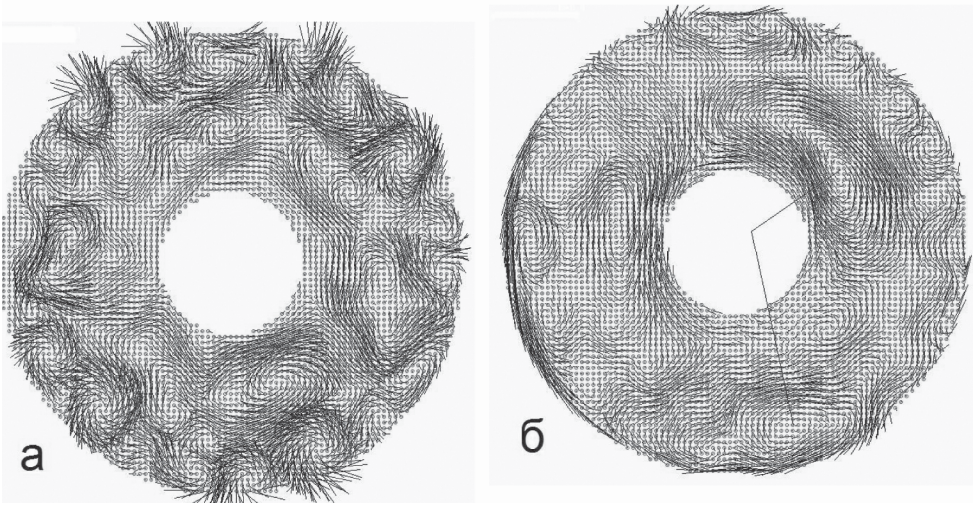


Рис. 17. (а) – векторы базисного поля скорости для канала 2, $T = 25.4$ *c*, $h = 25$ мм; (б) – вихри при ослаблении базисного поля, $T = 20.3$ *c*, $h = 30$ мм

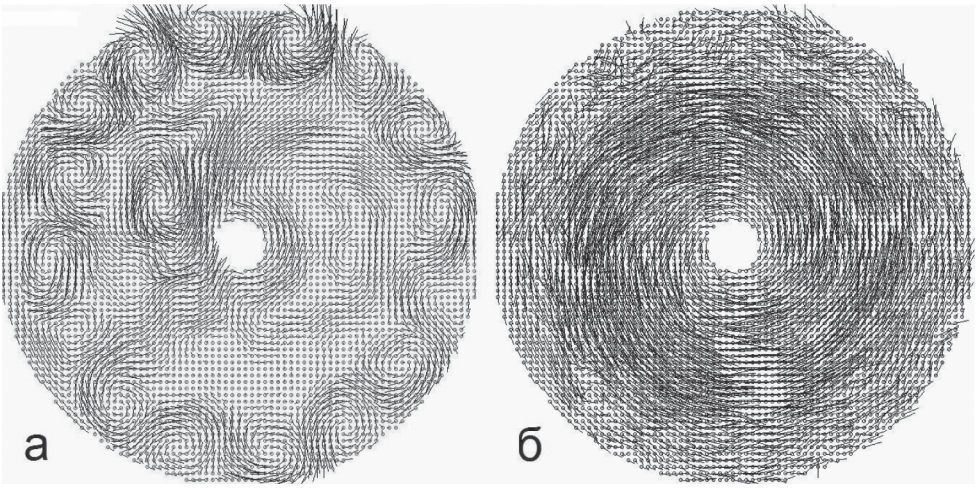


Рис. 18. Базисное поле скорости (а) и поле крупномасштабного кругового вихря (б) в канале 1, $T = 11.1$ *c*, $h = 13$ мм

В последнем поле скорости можно заметить крупные вихревые образования циклонической циркуляции (указаны стрелками). При этом имеются крупномасштабные вихри, которые в данном случае были отфильтрованы. Для канала 1 с движением в тонком слое базисное поле скорости и поле крупномасштабного кругового вихря показаны на рис. 18.

Зависимость угловой скорости $\Omega(r)$ вращения кругового вихря (конденсата) от радиуса r для экспериментов с каналами 1 и 2 показаны соответственно на рис. 19а, б. Положительные значения $\Omega(r)$ соответствуют режиму субротации – противовращение (против часовой стрелки) по отношению к внешнему вращению

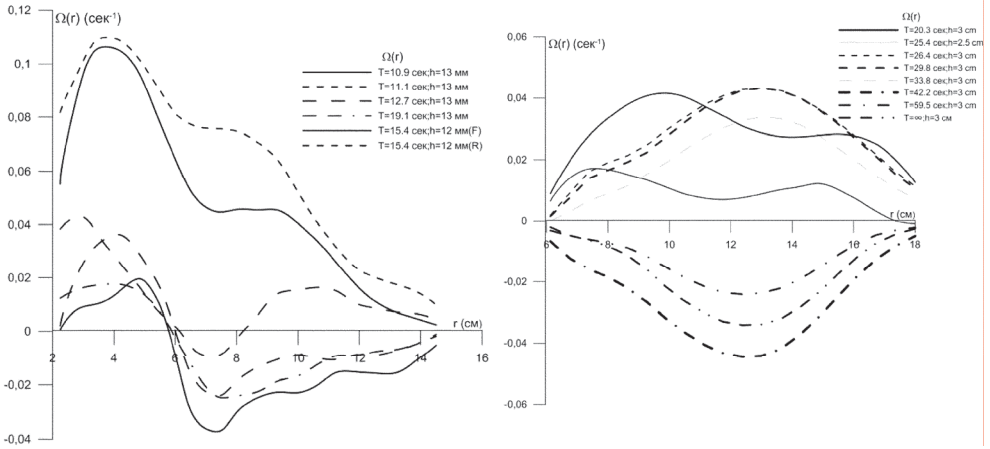


Рис. 19. Зависимость угловой скорости $\Omega(r)$ вращения кругового вихря от радиуса r для экпериментов с каналами 1 (а) и 2 (б) с плоским дном ($T = \infty$ соответствует покоящемуся каналу)

канала (по часовой стрелки). Как следует из рис. 19 такой режим имеет место при относительно быстром вращении каналов: для 1 при $T < 12$ с, для 2 при $T < 34$ с. При более медленном общем вращении осуществляются режимы суперротации – опережающее вращение в круговом вихре по отношению к внешнему. На рис. 19а для периода $T = 15.4$ *с* использовались оба варианта направления тока между внутренним и внешним электродами (F) и (R). Качественно кривые вращения близки (с учетом несимметрий расположения постоянных магнитов у внутреннего электрода), так как конфигурация магнитов приближенно инвариантна относительно поворотов канала на угол $2\pi / 16$ (рис. 5а, б), в результате чего знаки полюсов магнитов меняются на противоположные, что равносильно изменению знака тока.

Результаты при использовании конического дна, что уменьшает толщину слоя жидкости, показаны на рис. 20а. Для данных на рис. 20б коническое дно не используется, а толщина слоя уменьшена из-за ослабления поля постоянных магнитов с помощью прокладок. Режим суперротации на рис. 20а также осуществляется при медленном вращении канала 2. Для относительно быстрого вращения T: $20 \div 30$ *с* на рис. 20б имеет место только субротация.

На всех показанных графиках $\Omega(r)$ имеются участки радиусов r, при которых $|\Omega(r)|$ уменьшается с ростом r. В рамках магнитной гидродинамики это может приводить к неустойчивости зонального потока с таким распределением горизонтальной угловой скорости вращения в крупномасштабном вихре. Однако максимумы величины $|\Omega(r)|$ для каналов 1 и 2 находятся на разных в относительной шкале расстояниях: для канала 1 эти максимумы близки к центру. Связано это с более частым расположением магнитов на внутренних окружностях (рис. 5б). Критерий неустойчивости $\frac{d|\Omega(r)|}{dr} < 0$ был получен Велиховым (*Велихов, 1959, 2005*) для существенно трехмерной цилиндрической геометрии. Далее он под-

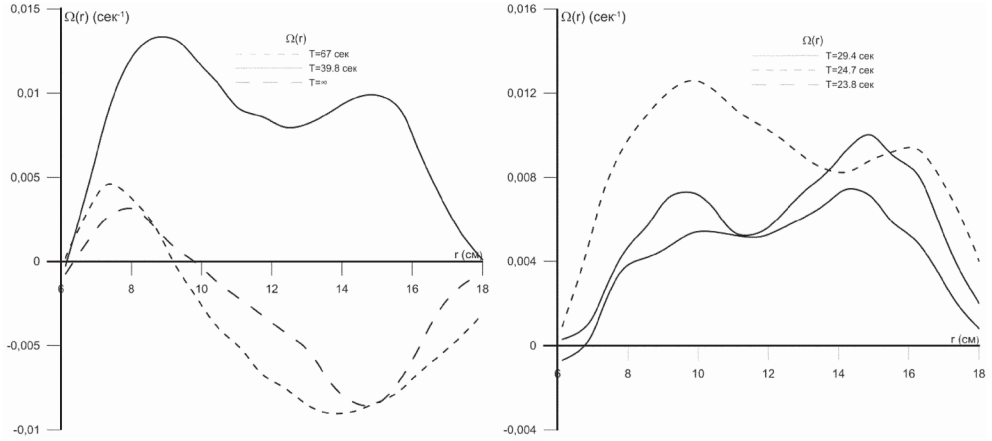


Рис. 20. Зависимость угловой скорости $\Omega(r)$ вращения кругового вихря от радиуса r для экпериментов с каналом 2: (а) – с коническим дном, (б) – с плоским дном

твержден для МГД-уравнений мелкой воды с вертикальной внешней компонентой магнитного поля.

Уравнения мелкой воды с вертикальной компонентой магнитного поля

В стандарной форме МГД-уравнения мелкой воды включают в себя горизонтальные компоненты магнитного поля. Если имеется вертикальная компонента $H_z \equiv H$ внешнего магнитного поля, то для получения уравнений мелкой воды необходимо параметризовать члены $-H\dfrac{\partial}{\partial z}(u_r, u_\varphi)$ в уравнениях для магнитного поля и $-H\dfrac{\partial}{\partial z}(h_r, h_\varphi)$ в уравнениях для поля скорости. Здесь $(u_r\ ,\ u_\varphi)$ – горизонтальные компоненты поля скорости, $(h_r\ ,\ h_\varphi)$ – горизонтальные компоненты магнитного поля. На верхней свободной границе тонкого слоя жидкости $z = D_0$ компоненты магнитного поля $(h_r\ ,\ h_\varphi)$ должны обращаться в нуль, если над слоем имеется только вертикальная компонента $H_z \equiv H$ внешнего магнитного поля, так как скачек горизонтальной составляющей поля вызывает по первому уравнению Максвелла горизонтальные поверхностные токи. Поэтому горизонтальные компоненты магнитного поля возрастают от поверхности вниз. Отсюда в слое D_0 имеем аппроксимацию

$$-H\frac{\partial}{\partial z}(h_r, h_\varphi) \approx \frac{H}{D_0}(h_r, h_\varphi). \tag{3}$$

Для поля скорости, наоборот, компоненты $(u_r\ ,\ u_\varphi)$ из-за прилипания обращаются в нуль при $z = 0$. Поэтому имеет место аппроксимация:

$$-H\frac{\partial}{\partial z}(u_r, u_\varphi) \approx -\frac{H}{D_0}(u_r, u_\varphi). \tag{4}$$

МГД-уравнения мелкой воды в цилиндрических координатах с учетом аппроксимаций (3),(4) для членов с H имеют вид:

$$\frac{\partial(u_r,u_\varphi)}{\partial t}+(\mathbf{u}\nabla)(u_r,u_\varphi)+(-\frac{u_\varphi^2}{r},\frac{u_r u_\varphi}{r})- \\ -\frac{1}{4\pi\rho}\left((\mathbf{H}\nabla)(h_r,h_\varphi)+(-\frac{h_\varphi^2}{r},\frac{h_r h_\varphi}{r})\right)+\frac{H}{4\pi\rho D_0}(h_r,h_\varphi)=-g\nabla\zeta, \tag{5}$$

$$\frac{\partial\zeta_0}{\partial t}+(\mathbf{u}\nabla)\zeta_0=-\zeta_0\nabla\mathbf{u},\ \zeta_0=D_0+\zeta, \tag{6}$$

$$\frac{\partial(h_r,h_\varphi)}{\partial t}+(\mathbf{u}\nabla)(h_r,h_\varphi)-(\mathbf{H}\nabla)(u_r,u_\varphi)+(0,\frac{u_\varphi h_r-h_\varphi u_r}{r})-\frac{H}{D_0}(u_r,u_\varphi)=0, \tag{7}$$

$$\mathbf{H}=((h_r,h_\varphi,H),\ \nabla=(\frac{\partial}{\partial r},\frac{\partial}{r\partial\varphi}).$$

В рамках теории устойчивости исследуется стационарное решение ($u_r = 0$, $u_\varphi = V(r)$). Тогда для экспоненциально растущих осесимметричных возмущений $\exp(\sigma t)\cdot(u_r(r), u_\varphi(r), h_r(r), h_\varphi(r))$ с учетом (3),(4) для членов с H в (5), (6) получаем уравнения

$$\sigma u_r-2\frac{V}{r}u_\varphi+\frac{H}{4\pi\rho D_0}h_r=-g\frac{d\zeta}{dr}, \\ \sigma u_\varphi+(\frac{dV}{dr}+\frac{V}{r})u_r+\frac{H}{4\pi\rho D_0}h_\varphi=0, \tag{8} \\ \sigma\zeta=-D_0\frac{1}{r}\frac{ru_r}{dr},\ \sigma h_r=\frac{H}{D_0}u_r,\ \sigma h_\varphi=\frac{H}{D_0}u_\varphi+h_r(\frac{dV}{dr}-\frac{V}{r}).$$

Для $h_r, u_\varphi, h_\varphi$ имеем уравнения через u_r:

$$h_r=\frac{H}{D_0\sigma}u_r, \\ \sigma u_\varphi+\frac{H}{4\pi\rho D_0}h_\varphi=-u_r(\frac{dV}{dr}+\frac{V}{r})=-u_r(r\frac{d\Omega}{dr}+2\Omega),\ V(r)=\Omega(r)r, \tag{9} \\ \frac{H}{D_0}u_\varphi-\sigma h_\varphi=-u_r\frac{H}{D_0\sigma}(\frac{dV}{dr}-\frac{V}{r})=-u_r\frac{H}{D_0\sigma}r\frac{d\Omega}{dr}.$$

Отсюда

$$u_\varphi=-u_r\frac{1}{\sigma}\left(r\frac{d\Omega}{dr}+2\Omega-2\Omega\frac{\sigma_A^2}{\sigma^2+\sigma_A^2}\right), \tag{10}$$

где σ_A^2 –квадрат частоты Альфвена с масштабом D_0,

$$\sigma_A^2=\frac{H^2}{4\pi\rho D_0^2}.$$

Используем (10) в первом уравнении (8):

$$\sigma u_r + \frac{u_r}{\sigma}(\Phi - 4\Omega^2 \frac{\sigma_A^2}{\sigma^2 + \sigma_A^2}) + \frac{\sigma_A^2}{\sigma} u_r = -g \frac{d\zeta}{dr},$$
$$\Phi = 4\Omega^2 + r\frac{d\Omega^2}{dr}. \qquad (11)$$

Умножаем первое уравнение в (11) на ru_r и интегрируя по r от внутреннего r_i до внешнего r_o радиусов канала с использованием формулы $gru_r \frac{d\zeta}{dr} = g\frac{dru_r\zeta}{dr} - g\zeta\frac{dru_r}{dr} = g\frac{dru_r\zeta}{dr} + \frac{g\sigma}{D_0} r\zeta$ (из третьего уравнения (8) при граничных условиях $u_r = 0$, $r = r_i$, r_o, получаем

$$\sigma^2 \cdot A + \sigma_A^2 \cdot B - \frac{\sigma_A^2}{\sigma^2 + \sigma_A^2} \cdot C + D = 0,$$
$$A = \int_{r_i}^{r_o} (ru_r^2 + \frac{g}{D_0} r\zeta^2) dr,\ B = \int_{r_i}^{r_o} ru_r^2 dr, \qquad (12)$$
$$C = \int_{r_i}^{r_o} 4\Omega^2 ru_r^2 dr,\ D = \int_{r_i}^{r_o} \Phi \cdot ru_r^2 dr.$$

Корни σ определяются из равенств

$$2A \cdot \sigma^2 = -(\sigma_A^2(A+B) + D) \pm \sqrt{(\sigma_A^2(A+B) + D)^2 + 4A^2(C - D - \sigma_A^2 \cdot B)}. \qquad (13)$$

Достаточное условие неустойчивости ($\sigma^2 > 0$):

$$C - D - \sigma_A^2 \cdot B = \int_{r_i}^{r_o} ru_r^2 (-\sigma_A^2 - r\frac{d\Omega^2}{dr}) dr > 0,$$

или

$$\int_{r_i}^{r_o} r^2 u_r^2 \frac{d\Omega^2}{dr} dr < -\sigma_A^2 \int_{r_i}^{r_o} ru_r^2 dr \le 0. \qquad (14)$$

Отсюда следует достаточный критерий Велихова для неустойчивости: при всех $r_i < r < r_o$

$$\frac{d|\Omega(r)|}{dr} < 0.$$

Если магнитное поле отсутствует, $H = 0$, $\sigma_A = 0$, то вместо первого уравнения в (12) имеем $\sigma^2 \cdot A + D = 0$. Отсюда неустойчивость при $D = \int_{r_i}^{r_o} \Phi \cdot ru_r^2 dr < 0$, что дает критерий Рэлея неустойчивости – затухание модуля момента $|r^2\Omega(r)| = |rV(r)|$,

$$\frac{|r^2\Omega(r)|}{dr} < 0.$$

Заключение

Основной, представляемый здесь результат – это экспериментальное обнаружение генерации крупномасштабного вихря (рис. 12, 13, 15) при действии мелкомасштабных возмущений поля скорости, образованных взаимодействием

внешних магнитных полей и радиального электрического тока. Конфигурации магнитных полей определялись на основе численных экспериментов с уравнениями мелкой воды, когда также образовывались аналогичные вихри (рис. 2, 3; *Гледзер, 2015*). Образование крупномасштабных структур под действием мелкомасштабной турбулентности может привести к модификации общециркуляционных потоков, а дифференциальный характер вращения жидкости в генерируемом вихре планетарного масштаба согласно механизму Велихова (*Велихов, 1959, 2005*), как результат МГД-неустойчивости при уменьшении модуля угловой скорости с ростом расстояния от центра канала (15), может обеспечить генерацию магнитного поля. Соответствующие формулы для квазидвумерной геометрии выписаны в п. 4, а на графиках $\Omega(r)$ (рис. 16, 17) имеются участки радиусов r, при которых $|\Omega(r)|$ уменьшается с ростом r.

Кроме того, в зависимости от конфигурации магнитных полей, угловой скорости вращения кругового канала и величины тока в экспериментах получены узкие струйные потоки, огибающие мелкомасштабные вихри с циклоническим и антициклоническим вращением (рис. 8–11). При этом источником струйных течений являются не глобальные факторы, такие как внешне генерируемые сдвиги поля скорости по всей длине канала, а именно мелкомасштабные возмущения полей скорости (рис. 7, 8), возникающие на фоне базисных (рис. 6) внешне генерируемых вихрей.

Кроме того, в зависимости от конфигурации магнитных полей, угловой скорости вращения кругового канала и величины тока в экспериментах получены узкие струйные потоки, огибающие мелкомасштабные вихри с циклоническим и антициклоническим вращением (рис. 8–11). При этом источником струйных течений являются не глобальные факторы, такие как внешне генерируемые сдвиги поля скорости по всей длине канала, а именно мелкомасштабные возмущения полей скорости (рис. 7, 8), возникающие на фоне базисных (рис. 6) внешне генерируемых вихрей.

В заключение еще раз отметим, что полученные в экспериментах круговые вихри и струйные потоки генерировались как в покоящихся, так и медленно вращающихся каналах, как с коническим дном, так и без него (т.е. при наличии и отсутствии бета-эффекта). Это свидетельствует о том, что крупномасштабная генерация осуществляется через мелкомасштабные внешне генерируемые вихри, а не через вихревые системы, обязанные существованием вращению или бета-эффекту, т.е. образований циклонического и антициклонического типа или волн и вихрей Россби. Механизм генерации требует отдельного рассмотрения. Возможно он связан с радиальным градиентом интенсивности мелкомасштабных движений (см. обсуждение в *Mcewan et al., 1980*).

3.3. Крупномасштабные структуры, вихри и струи в численных экспериментах с уравнениями мелкой воды во вращающихся кольцевых каналах

Рассмотрены методы и приведены результаты численных расчетов уравнений мелкой воды в кольцевых вращающихся каналах для изучения возможности генерации в лабораторных экспериментах глобальных крупномасштабных течений, узких струйных потоков и многочисленных мелкомасштабных вихрей. Возбуждение течений производится источниками-стоками массы, а также просто реализуемым в экспериментах МГД-методом – взаимодействие радиального электрического тока с полем постоянных магнитов. В численной схеме использовался метод central-upwind с модификациями, приспособленными для геофизической гидродинамики. Для целей экспериментов численно определяются распределения источников-стоков и систем постоянных магнитов по площади кольцевых каналов.

Потенциальная энергия разности температур между экватором и полюсом в условиях атмосфер вращающихся планет с изменяемым по широте параметром Кориолиса может порождать крупномасштабные структуры планетарного масштаба, вихри различных размеров, струи, пограничные течения, которые являются когерентными образованиями, содержащие развитую мелкомасштабную турбулентность. К ним можно отнести крупные вихри на планетах-гигантах, зональные потоки на восток в атмосфере Земли на средних широтах, также струйные течения в атмосфере и связанные с крупными течениями в океане (Гольфстрим) меандрирования и океанские кольца. В атмосферах Земли и планет подобного рода структуры известны давно, а в океане по причине их узости и слабости по сравнению с окружающими вихрями их обнаружение было затруднено (*Espa et al., 2014; Espa et al., 2012*). Кроме этого, следует особо сказать о блокирующих образованиях, т.е. стационарных обширных областях повышенного давления, связанных с остановкой зонального переноса над обширной территорией (на Земле в средних широтах это часто возникает) (*Weekset al., 1997; Rhines, 2007*). К этому же типу движений относятся системы встречных зональных струйных течений в планетных атмосферах.

В численном варианте в рамках уравнений мелкой воды для тонких слоев жидкости во вращающемся круговом канале с генерацией мелкомасштабного поля скорости МГД-методом и методом источников-стоков крупномасштабные вихри типа упомянутого конденсата и протяженные струи были получены в работе [24]. При этом в численных экспериментах использовались многолучевые конфигурации расположения чередующихся по знакам постоянных магнитов или источников-стоков массы.

Поскольку образование вихря "конденсата" было обнаружено в экспериментах только одной серии работ представляет интерес получить аналогичные результаты в других экспериментах, в частности, в круговых каналах, покоящихся и вращающихся, с учетом эффекта и без него. При этом можно воспользоваться результатами численных расчетов статьи [24] в части МГД-метода для конкретизации расположения системы постоянных магнитов. Следует отметить, что в лабораторных экспериментах с тонкими слоями жидкости существенную роль име-

ет придонное трение, которое не в полной мере описывается релеевским в подходе с квазидвумерными уравнениями мелкой воды. Поэтому детали численных и лабораторных экспериментов могут отличаться с учетом возможных несимметрий для последних, которые в реальности всегда присутствуют.

Образование крупномасштабных структур под действием мелкомасштабных квазитурбулентных возмущений может привести к модификации общециркуляционных потоков (ячейки Хэдли и Фарреля), генерируемых взаимодействием конвективных полей скорости от солнечного притока энергии с изменяемой по широте силой Кориолиса. При этом циркуляционные потоки, такие как перенос на восток воздушных масс в средних широтах, могут останавливаться под действием образующейся циркуляции, которая своим источником имеет вихревые образования более мелких масштабов. В результате этого взаимодействия могут образовываться структуры, блокирующие зональный атмосферный перенос.

Другой аспект связан с дифференциальным характером вращения жидкости в генерируемом вихре планетарного масштаба. Дифференциальное вращение может приводить к неустойчивости с соответствующим образованием вихревых возмущений. Поскольку в экспериментах и численных расчетах рассмотрено движение проводящей жидкости в магнитном поле, то уместно рассматривать их результаты и с точки зрения влияния на динамику проводящего жидкого ядра Земли. Конвекция в жидком ядре планеты приводит к отличию от твердотельного (вместе с планетой) вращения проводящей расплавленной магмы, что создает дифференциальный, сдвиговый характер в генерируемом мелкомасштабной турбулентностью вихре планетарного масштаба. Это же согласно механизму Велихова (*Велихов, 1959*; *Chandrasekhar, 1960*; *Велихов, 2005*), вследствие развивающейся МГД-неустойчивости, может обеспечить генерацию магнитного поля.

Для теоретического объяснения всех этих явлений планетарного масштаба в рамках геофизической гидродинамики привлекается ряд физических и гидродинамических механизмов. Часть из них связана с квазидвумерностью геофизических течений. Формирование крупномасштабных структур может быть следствием приближенного сохранения энергии и завихренности в квазидвумерных течениях. Отсюда следует поток энергии от малых масштабов к большим, что и приводит к образованию крупномасштабных мод.

Образование струйных течений связывается с анизотропизацией потока энергии в поле возмущений (*Espa et al., 2014*), к которому во вращающемся потоке приводит широтное изменение параметра Кориолиса (β-эффект). Этот процесс был назван зонацией (см., например, (*Galperin et al., 2006*)), и формирует зональные струи в потоке (например, такие, как на Юпитере).

В качестве других возможных объяснений образования струй можно указать перемешивание потенциальной завихренности, вследствие чего завихренность становится однородной в некоторой области (*Constantinou et al., 2013*). Иными словами, обсуждается возможность гомогенизации потенциальной завихренности в изолированных крупномасштабных образованиях, что формирует равнозавихренные разнознаковые крупномасштабные когерентные лестничные структуры. Когерентные структуры могут так же спонтанно появляться на фоне однородной турбулентности и не исчезать долгое время, несмотря на вихревое перемешивание, поскольку взаимодействие вихрей малого размера приводит к обратному каскаду энергии в пределах масштаба Райнса, а за его пределами поток

энергии происходит из-за триадного взаимодействия волновых векторов (*Smith, Speer, 2014*). Однако нельзя соотносить этот масштаб с шириной струйных течений, о чем свидетельствуют лабораторные эксперименты (*Wordsworth et al., 2008*).

Большое значение для выделения какого-либо из указанных механизмов в качестве основного имеют численные расчеты соответствующих моделей. Однако работ с такими расчетами оказалось очень мало. В основном используется уравнение для потенциального вихря в однослойной баротропной модели для описания волн Россби (*Гледзер и др., 2014; Baroud et al., 2003; Должанский, 2011*). Уравнения мелкой воды (на сфере) рассматривались в работах (*Espa et al., 2012; Rhines, 2007; Должанский, 2011*) в связи с результатами соответствующих экспериментов.

Между тем, численные эксперименты в уравнениях мелкой воды имеют большое значение для экспериментов, моделирующих во вращающихся установках β-эффект. В ряде работ приведены результаты экспериментов, где β-эффект моделируется в цилиндрическом сосуде с коническим дном, т.е. с линейным наклоном дна (*Espa et al., 2014; Espa et al., 2012; Weeks et al., 1997; Rhines, 2007; Smith and Speer, 2014; Wordsworth et al., 2008; Гледзер и др., 2012, 2013, 2014; Baroud et al., 2003; Должанский, 2011*). Потоки в круговых сосудах со свободной поверхностью генерировались либо методом источников-стоков, либо силой Ампера при взаимодействии в проводящей жидкости радиального электрического тока с системой постоянных магнитов под дном сосуда (МГД-метод). При этом возникают как циклон-антициклонические вихри различных размеров, так и флуктуирующие струи разных направлений.

Большое значение для вращающихся лабораторных систем имела бы генерация крупномасштабного вихря, производимого мелкомасштабной турбулентностью, возбуждаемой МГД-методом или многочисленными источниками-стоками. Для невращающейся установки по первому из этих методов такая генерация была обнаружена в (*Xia et al., 2009*) (так называемый конденсат по терминологии этих работ). Если вращение в вихре имеет дифференциальный характер с уменьшением угловой скорости вращения с радиусом в большей части площади кюветы в лабораторных и численных экспериментах, то такой тип дифференциального вращения может быть источником генерации магнитного поля (магнитно-вращательная неустойчивость). Согласно этому механизму, конвекция в жидком ядре Земли может приводить к отличию от твердого вращения вместе с планетой поля скорости проводящей расплавленной магмы и соответствующему дифференциальному вращению. Более того, мелкомасштабная конвекция по возможному процессу обратного каскада энергии генерирует свое крупномасштабное вращений, накладывающееся на квазитвердое дифференциальное.

В связи со сказанным регулярные численные исследования по уравнениям мелкой воды с использованием двух методов возбуждения потоков жидкости представляют интерес. Ряд результатов в применении к лабораторным экспериментам, описанным в работах (*Гледзер и др., 2013, 2014*), приведен в статье (*Гледзер, 2014*). В ней рассмотрены результаты численных расчетов при возбуждении потоков жидкости методом источников-стоков. При этом их расположение вдоль ряда концентрических окружностей совместно с действием вращения приводит к образованию встречных сдвиговых течений, в результате чего возникают вихри с циклоническим и антициклоническим вращением. Величины скоростей

перемещения этих вихрей и изучались в (*Гледзер, 2014*). При указаном расположении источников-стоков никаких глобальных (с размерами всего кругового сосуда) или узких струйных течений в численных расчетах не возникало.

Целью данной работы является численное исследование воможностей генерации указанного вида структур при использовании двух способов – источников-стоков и МГД-метода и изменяемыми по площади сосуда их расположением и сил воздействия на жидкость. Такие численные эксперименты представляют интерес в связи с проводимыми лабораторными экспериментами, которые используют оба указанных метода в генерации квазидвумерных течений и турбулентности.

В методе источников-стоков притоки и оттоки массы инициируют движения жидкости от источников к стокам, которые под действием силы Кориолиса переходят в азимутальные движения, вызывая встречные сдвиговые течения. Последние в результате неустойчивости приводят к образованию циклонических и антициклонических движущихся в потоке вихрей.

В МГД-методе при действии силы Ампера $(1/c)$ $\mathbf{j}\times\mathbf{H}$ на проводящую жидкость ($\mathbf{j}$ – плотность электрического тока, $\mathbf{H}$ – напряженность магнитного поля, c – скорость света) радиально направленный ток и вертикальная компонента поля постоянных магнитов создают азимутальные потоки, приводящие к уже упомянутым вихревым структурам.

В следующих параграфах приведено описание конфигураций, используемых в расчетах, а также уравнения и методы их численного решения.

Основные уравнения.

Кольцевой контейнер ограничен внешней радиуса R_{out} и внутренней радиуса R_{in} цилиндрическими поверхностями и вращается на платформе с угловой частотой Ω_0. Наклон дна отсчитывается от платформы и представляет собой конус $B_0\,(1 - r/R_{out})$ (где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$), спадающий до уровня платформы на внешнем крае кольца при $r = R_{out}$ (рис. 1). Свободная поверхность жидкости в кольцевом вращающемся контейнере принимает в равновесии при отсутствии иного внешнего воздействия форму параболоида $H_{par}(r) = H_0 + \Omega_0^2 \left(x^2 + y^2\right)/(2\ g) - \Omega_0^2 \left(R_{out}^2 + R_{in}^2\right)/(4\ g)$, где H_0 – высотa слоя жидкости в состоянии покоя, отсчитываемая от платформы. При внешнем воздействии на свободной поверхности жидкости присутствуют гравитационные волны. Толщина жидкости $h(x, y, t)$ и отклонение свободной поверхности от параболоида $\eta(x, y, t)$ связаны соотношением $h(x, y, t) + B(x, y) = H_{par}(r) + \eta(x, y, t)$. Рельеф дна $B(x, y)$ представлен суммой наклонного дна (создание и имитация β-эффекта для генерации волн Россби в системе с постоянной по пространству частотой вращения) и собственно горы как изолированного отклонения от дна (для возможной инициации блокирования зонального переноса).

Приближение гидростатики совместно с динамическим граничным условием на свободной поверхности (равенство давления постоянному атмосферному) и уравнение сохранения массы приводят к уравнениям мелкой воды (*Должанский, 2011; Гледзер, 2014*). Вводится функция $R(x, y) = B(x, y) - \Omega^2_0\ (x^2 + y^2)/(2\ g)$, в которую входят все меняющиеся от координат величины, т.е. параболоид, наклон дна и, возможно, изолированная гора. Тогда $h(x, y, t) = H_{par}(r) - B(x, y) + \eta(x, y, t) = H_* - R(x, y) + \eta(x, y, t)$, с постоянной $H_* = H_0 - \Omega_0^2 \left(R_{out}^2 + R_{in}^2\right)/(4\ g) \approx H_0$.

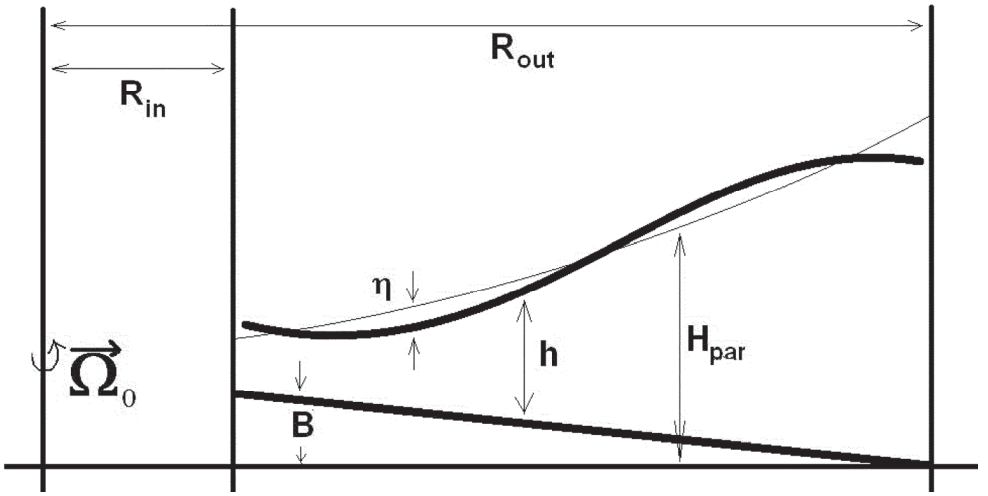


Рис. 1. Схематичное представление экспериментальной установки

Уравнения мелкой воды с учетом внешнего воздействия в дивергентной форме имеют вид:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{Q})}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{Q})}{\partial y}=\mathbf{C}(\mathbf{Q}),\ U=uh,\ V=vh;\ \mathbf{Q}=\left(h,U,V\right),$$

$$\mathbf{f}=\left(U,\frac{U^2}{h}+\frac{gh^2}{2},\frac{VU}{h}\right),\mathbf{g}=\left(V,\frac{UV}{h},\frac{V^2}{h}+\frac{gh^2}{2}\right), \qquad (1)$$

$$\mathbf{C}=\left(F_h,F_u+\frac{F_hU}{h}+2\Omega_0V-gh\frac{\partial R}{\partial x},F_v+\frac{F_hV}{h}-2\Omega_0U-gh\frac{\partial R}{\partial y}\right)$$

Правая часть **C**(**Q**) представлена неконсервативными членами, в которую входят внешняя сила (F_h , F_u , F_v), индуцирующая движение, кориолисово ускорение, градиент введенной функции $R(x, y)$.

Для численных экспериментов с источниками-стоками (F_h , F_u , F_v) = $\{S^s(x, y), 0, 0\}$, где $S^s(x, y)$ определяется источником массы воды. Здесь внешнее воздействие осуществляется в уравнении эволюции свободной поверхности.

В случае МГД-генерации:

$$\left(F_h,F_u,F_v\right)=\{0,+hS^m(x,y)y/r^2,-hS^m(x,y)x/r^2\},\ \ r=\sqrt{x^2+y^2},$$

т.е. внешнее воздействие осуществляется силой Ампера $(1/c)$ **j**×**H** в уравнениях для поля скорости и задается напряженностью магнитного поля **H**.

Безразмерные величины вводятся в соответствие со статьей [А.Е. Гледзер, 2014] с использованием характерной частоты Ω_0, длины R_{out}, скорости R_{out} Ω_0 и вертикального масштаба H_0. Для источников-стоков $\widetilde{S}^s=S^s/\left(H_0\cdot\Omega_0\right)$, для постоянных магнитов $\widetilde{S}^m=S^m/\left(R_{out}^2\cdot\Omega_0^2\right)$.

Характерный вид функции $S^s(x, y)$ для источников-стоков и $S^m(x, y)$ для постоянных магнитов определяется их круговым расположением в кюветах при условии сохранения осевой симметрии с соответствующим чередованием знаков

и полярности. Распределения указаны внизу справа на рисунках 2–10. Источники стоки на рис. 2, 3а, 4, 5а показаны узкими щелями, при этом суммарный приток массы равен нулю. Они так и задавались при численном счете. На рис. 3б, 5б, 6–10 постоянные магниты представлены маленькими кружками, причем магниты могут быть различного диаметра, так что магнитное поле пропорционально площади задаваемых кружков.

Численный метод central-upwind и его модификации.

В (*Гледзер, 2014*) была приведена численная схема метода, фундамент которого был представлен в конце 90-х как способ усовершенствования ряда схем (Lax–Friedrichs, Nessyahu–Tadmor) для решения уравнений адвекции, мелкой воды, газовой динамики, Гамильтона–Якоби (*Kurganov and Tadmor, 2000*). Метод central-upwind был описан в более приемлемой форме для счета уравнений мелкой воды в работах (*Kurganov and Petrova, 2005, 2009*). Как говорит авторское название метода, он сочетает в себе стратегию методов (типа Годунова), но имеет преимущества и простоту методов центральных разностей, т.е. обходит все проблемы, связанные с точным определением структуры решения задачи Римана.

В работах (*Kurganov and Petrova, 2005, 2009*) применяется простейшая структурированная прямоугольная сетка с положениями центров $x_i = i\delta x$, $y_j = j\delta y$ элементарных прямоугольников $P_{ij} = \left[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}\right] \times \left[y_{j-1/2}, y_{j+1/2}\right]$. Шаги сетки по осям x и y соответственно δx и δy, вообще говоря, различны, но постоянны. Использовать неравномерный шаг по любой из осей не следует по причине возможного появления неустойчивости. Численная схема записывается в следующем виде:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{Q}_{ij} = -\frac{\mathbf{F}_{i+1/2\ \ j} - \mathbf{F}_{i-1/2\ \ j}}{\delta x} - \frac{\mathbf{G}_{i\ \ j+1/2} - \mathbf{G}_{i\ \ j-1/2}}{\delta y} + \mathbf{C}(\mathbf{Q}_{ij}),$$
$$\mathbf{F}_{i+1/2\ \ j} = \mathbf{F}^{I}_{i+1/2\ \ j} + \mathbf{F}^{II}_{i+1/2\ \ j}, \mathbf{G}_{i\ \ j+1/2} = \mathbf{G}^{I}_{i\ \ j+1/2} + \mathbf{G}^{II}_{i\ \ j+1/2}. \qquad (2)$$

Здесь

$$\mathbf{F}^{I}_{i+1/2\ \ j} = \frac{a^{+}_{i+1/2\ \ j}\ \mathbf{f}\left(\mathbf{Q}^{E}_{i\ \ j}, R_{i+1/2\ \ j}\right) - a^{-}_{i+1/2\ \ j}\ \mathbf{f}\left(\mathbf{Q}^{W}_{i+1\ \ j}, R_{i+1/2\ \ j}\right)}{a^{+}_{i+1/2\ \ j} - a^{-}_{i+1/2\ \ j}},$$
$$\mathbf{F}^{II}_{i+1/2\ \ j} = \frac{a^{+}_{i+1/2\ \ j}\ a^{-}_{i+1/2\ \ j}}{a^{+}_{i+1/2\ \ j} - a^{-}_{i+1/2\ \ j}} \cdot \left[\mathbf{Q}^{W}_{i+1\ \ j} - \mathbf{Q}^{E}_{i\ \ j}\right],$$
$$\mathbf{G}^{I}_{i\ \ j+1/2} = \frac{b^{+}_{i\ \ j+1/2}\ \mathbf{g}\left(\mathbf{Q}^{N}_{i\ \ j}, R_{i\ \ j+1/2}\right) - b^{-}_{i\ \ j+1/2}\ \mathbf{g}\left(\mathbf{Q}^{S}_{i\ \ j+1}, R_{i\ \ j+1/2}\right)}{b^{+}_{i\ \ j+1/2} - b^{-}_{i\ \ j+1/2}}, \qquad (3)$$
$$\mathbf{G}^{II}_{i\ \ j+1/2} = \frac{b^{+}_{i\ \ j+1/2}\ b^{-}_{i\ \ j+1/2}}{b^{+}_{i\ \ j+1/2} - b^{-}_{i\ \ j+1/2}} \cdot \left[\mathbf{Q}^{S}_{i\ \ j+1} - \mathbf{Q}^{N}_{i\ \ j}\right].$$

Все введенные обозначения соответствуют статье (*Гледзер, 2014*).

Авторы работ (*Kurganov and Petrova, 2005, 2009; Singh et al., 2011*) обязались выполнить условие сбалансированности (well balanced), т.е. тождественно сохранять нулевые компоненты скорости и нулевое отклонение свободной поверхности при их нулевых значениях в начальный момент.

Для удовлетворения принципа хорошей сбалансированности необходимо провести определенную дискретизацию связанного с рельефом неконсервативного члена правой части **C**(**Q**). Указанные статьи по уравнениям мелкой воды ограничивались чисто гидравлическими расчетами (без вращения системы отсчета, с рельефом, с трением, без внешнего привода) модельных речных русел и каналов. Поэтому там в качестве первой неизвестной вектора **Q** было взято фактически отклонение свободной поверхности η, по ней определялась толщина жидкости $h = H_0 - B(x, y) + \eta(x, y, t)$, $R \equiv B$.

В статьях (*Kurganov and Petrova, 2005, 2009; Singh et al., 2011*) численная аппроксимация функции $R(x, y)$ представлена на каждом элементарном прямоугольнике P_{ij} билинейной формой. Результатом является определение численного варианта функции R в угловых точках $i \pm 1/2$, $j \pm 1/2$ и на границах $i + 1/2$, j; i, $j + 1/2$:

$$\begin{aligned} &R_{i\pm1/2,j\pm1/2} \doteq R\left(x_{i\pm1/2}, y_{j\pm1/2}\right), \ \bar{i} \doteq i+1/2, \ \bar{j} \doteq j+1/2, \\ &R_{\bar{i}\ j} \doteq \frac{R_{\bar{i},j+1/2} + R_{\bar{i},j-1/2}}{2}, R_{i\ \bar{j}} \doteq \frac{R_{i+1/2,\bar{j}} + R_{i-1/2,\bar{j}}}{2}. \end{aligned} \tag{4}$$

Формулы (4) связаны напрямую с принципом хорошей сбалансированности, рассмотренным в работах (*Kurganov, Petrova, 2005, 2009; Singh et al., 2011*), который требует, чтобы была выбрана совершенно определенная численная аппроксимация членов с градиентом рельефа $-gh\nabla R$ в уравнениях мелкой воды (1):

$$\begin{aligned} -g\ &\frac{R_{i+1/2\ \ j} - R_{i-1/2\ \ j}}{\delta x}\ \frac{H_* - R_i^{kE}{}_j + \eta_i^E{}_j + H_* - R_i^{kW}{}_j + \eta_i^W{}_j}{2}, \\ -g\ &\frac{R_{i\ \ j+1/2} - R_{i\ \ j-1/2}}{\delta y}\ \frac{H_* - R_i^{kN}{}_j + \eta_i^N{}_j + H_* - R_i^{kS}{}_j + \eta_i^S{}_j}{2} \end{aligned} \tag{5}$$

с использованием обозначений верхних индексов (*kE*, *kW*, *kN*, *kS*) таких, что: $R_i^{kE}{}_j = R_{i+1/2\ \ j}$, $R_i^{kW}{}_j = R_{i-1/2\ \ j}$, $R_i^{kN}{}_j = R_{i\ \ j+1/2}$, $R_i^{kS}{}_j = R_{i\ \ j-1/2}$. Таким образом, используются величины рельефной функции, определенные согласно (4), на соответствующих границах элементарного прямоугольника сетки P_{ij}. Существенным является, что именно по формуле (4) определяются величины $R_{i+1/2\ \ j}$ и $R_{i\ \ j+1/2}$, а не как чисто формальные величины на соответствующих сторонах прямоугольника P_{ij}.

В работе (*Гледзер, 2014*) был отмечен ряд положительных сторон численных схем работ (*Kurganov and Petrova, 2005, 2009; Singh et al., 2011*), применяемых для невращающейся жидкости в замкнутых объемах.

Однако проблемы геофизической гидродинамики характеризуются значительно более сложными процессами, чем те, что рассматриваются в гидравлике речных русел. Крупномасштабная геофизическая динамика далека от стационарного состояния, возникают циклоны и антициклоны, происходит взаимодействие со струями. Также ситуация может осложняться наличием сложного трения, которое не так легко параметризовать, как это делается в гидравлике. Для крупномасштабных геофизических течений можно ожидать появления в численных расчетах сформировавшейся картины струйного течения, т.е. длинного ветвящегося

через всю кювету узкого потока, на который накладываются циклоны и антициклоны. Эти вихревые образования могут появляться, исчезать, сливаться в один вихрь. В отличие от статей (*Kurganov and Petrova, 2005, 2009; Singh et al., 2011*) с борами и гидравлическими прыжками рассматриваемые геофизические течения гладкие.

В связи с этим в настоящей работе по сравнению с указанными статьями были проведены некоторые модификации. Подробнее эти модификации рассмотрены в статье (*Гледзер, 2015*).

Поскольку наклон дна и гора не меняются со временем, в расчетах использовались как отклонение свободной поверхности η, так и толщина жидкости h на выбор: $\mathbf{Q} = \{(1 - m_h)\ \eta + m_h\ h, U, V\}$ с целочисленным индикатором $m_h = 1{,}0$.

Существенной доработке подверглись члены с градиентом рельефа $-g\ h\ \nabla R$ в уравнениях мелкой воды (1). В отличие от метода (*Kurganov and Petrova, 2005, 2009*) хорошей балансировки, где специфически определялись согласно (4) выражения для численного варианта рельефной функции $R(x, y)$, теперь в формуле (5) индексы (kE, kW, kN, kS) определяют точки, где вычисляются соответствующие им величины $R_{i\ \ j}^{kE}$, $R_{i\ \ j}^{kW}$, $R_{i\ \ j}^{kN}$, $R_{i\ \ j}^{kS}$ как значения функции $R(x, y)$ среди точек E, W, N, S (на серединах соответствующих границ элементарного прямоугольника P_{ij}) и C (центр P_{ij}).

Кроме того, компонента η (или h) вектора $\mathbf{Q}$ вычислялась по правилу minmod, а интерполяция компонент U, V осуществлялась, с использованием не только самой меньшей по модулю производной, как в методе minmod, но и самой большой, согласно цепочке формул с параметром p:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{Q}^E = \mathbf{Q}_{ij} + \mathbf{Q}' \quad \delta x/2, \mathbf{Q}' = \mathbf{Q}'_{min} + p \quad (\mathbf{Q}'_{max} - \mathbf{Q}'_{min}),\\
&\mathbf{Q}'_{\{min,max\}} = \{\min, \max\}(\mathbf{Q}'_{LR}, \mathbf{Q}'_C), \mathbf{Q}'_C = \frac{\mathbf{Q}_{i+1\ \ j} - \mathbf{Q}_{i-1\ \ j}}{2\quad \delta x};\\
&\mathbf{Q}'_{LR} = \frac{\mathbf{Q}_{i\ \ j} - \mathbf{Q}_{i-1\ \ j}}{\delta x},\ \mathbf{Q}_{i\ \ j} > 0; \mathbf{Q}'_{LR} = \frac{\mathbf{Q}_{i+1\ \ j} - \mathbf{Q}_{i\ \ j}}{\delta x},\ \mathbf{Q}_{i\ \ j} < 0.
\end{aligned} \tag{6}$$

Эти формулы для определения величины наклона $\mathbf{Q}'$ применяется, когда $\mathbf{Q}'_{LR}$ и $\mathbf{Q}'_C$ одного знака, т.е. для монотонного поведения на рассматриваемых двух ячейках. В противном случае $\mathbf{Q}'$ зануляется. Для $\mathbf{Q}^W$ формула аналогичная: осуществляется сдвиг на одну ячейку. Переобозначением записываются и формулы для точек N, S.

Основные результаты и выводы.

Уравнения мелкой воды используются в геофизической гидродинамике для описания баротропных процессов. В экспериментах по методу источников-стоков направленные от источников к стокам потоки отклоняются кориолисовой силой и закручиваются. В экспериментах с постоянными магнитами радиальный ток и вертикальное магнитное поле индуцируют азимутальные потоки, на которые тоже действует сила Кориолиса. Уравнение сохранения квазигеострофического потенциального вихря описывает волны Россби, распространение которых в основном и объясняло движение центров циклонов и антициклонов в численных и лабораторных экспериментах, результаты которых представлены в статьях (*Гледзер и др., 2013, 2014; Гледзер, 2014*). В настоящей работе изучается только

образование различных крупномасштабных структур в результате притока энергии в мелких масштабах, связанных с конфигурациями источников-стоков и постоянных магнитов. На рисунках эти конфигурации показаны внизу справа.

Большинство расчетов проводилось при следующих параметрах кювет, которые соответствуют реальным экспериментальным установкам. Для источников-стоков: R_{out} = 35 см, R_{in} = 7 см, H_0 = 9 см, B_0 = 3 см, период вращения кюветы $T_0 = 2\pi / \Omega_0 = 6$ с, шаг по времени составлял около $5 \cdot 10^{-4}$ с. Для МГД-генерации: R_{out} = 14.5 см, R_{in} = 1.5 см, H_0 = 1 см, B_0 = 0.4 см, период вращения кюветы $T_0 = 2\pi / \Omega_0 = 3$ с, шаг по времени составлял около $6 \cdot 10^{-4}$ с.

Во всех экспериментах, кроме рис. 3б, вращение кюветы соответствовало Северному полушарию, т.е. против часовой стрелки. Для рис. 3б вращение осуществлялось по часовой стрелке, как в Южном полушарии.

Далее на рисунках представлены результаты расчетов генерируемых в численных экспериментах полей скорости при различных конфигурациях источников-стоков (ИС) и постоянных магнитов (ПМ).

В подписях приведены безразмерная величина $\widetilde{S}^m$ магнитного поля для постоянных магнитов в узлах сетки и безразмерная мощность насоса $\widetilde{S}^s$ для источников-стоков в зависимости от номеров колец, где расположены магниты или источники-стоки. Полная величина поля постоянного магнита определяется количеством узлов сетки, попадающих внутрь круга, задающего магнит. Например, на рис. 6б магниты на внешней границе канала более крупные по величине и более мощные по полю. Далее записи ewns, cwcs, enws, esnw показывают индексы в описании градиента от рельефной функции. Например, запись ewns означает, что $R_i^{kE}{}_j$, $R_i^{kW}{}_j$, $R_i^{kN}{}_j$, $R_i^{kS}{}_j$ являются соответственно значениями функции $R(x, y)$ в точках E (восточная точка), W (западная точка), N (северная точка), S (южная точка) элементарного прямоугольника P_{ij}. При отметке wb на рис. 4б используются формулы (4), (5). Для всех приведенных расчетов проводилась интерполяция по правилу minmod для переменных отклонения свободной поверхности η (или толщины h) в обеих частях потоков $\mathbf{F}^I$, $\mathbf{F}^{II}$; $\mathbf{G}^I$, $\mathbf{G}^{II}$ и в первой части $\mathbf{F}^I$, $\mathbf{G}^I$ для потоков вектора скорости U, V. При интерполяции величин U, V в первой части (усреднения) потоков $\mathbf{F}^I$, $\mathbf{G}^I$ и во второй части (искусственной вязкости) потоков $\mathbf{F}^{II}$, $\mathbf{G}^{II}$, кроме стандартного minmod для отправного метода (Kurganov, Petrova 2009), используется аппроксимация по формулам (6).

На рис. 2а, 2б, поля скорости соответствуют образованию крупномасштабного вихря, вращающегося вокруг центральной части кюветы, в моменты времени, когда вихри полностью сформировались. Вверху справа на всех рисунках в виде графика показаны безразмерные средние зональные скорости в зависимости от безразмерного радиуса канала от внутреннего R_{in} до внешнего R_{out} (положительные значения скорости соответствуют вращению против часовой стрелки). На рис. 2а, 2б вихри достаточно близки к круговым и напоминают так называемый конденсат по терминологии статьи (*Xia et al., 2009*), который сформировался в лабораторных экспериментах без общего вращения при МГД-генерации с решеткой постоянных магнитов в квадратной кювете. Кроме того, вращение в вихрях на рис. 2а, 2б дифференциальное, с понижением угловой скорости вращения к внешней границе кюветы.

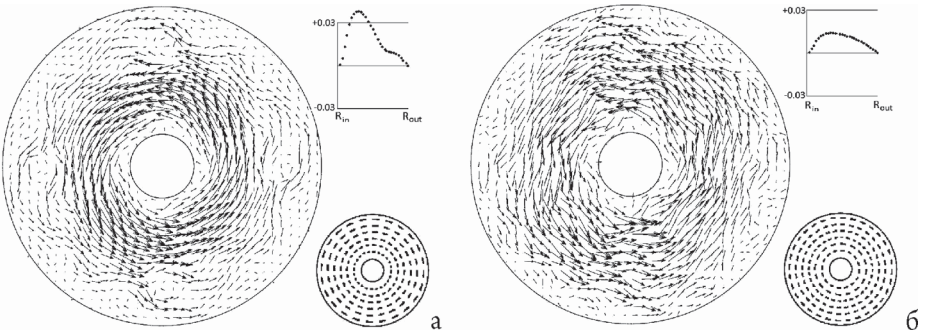


Рис. 2. Векторы поля скорости (**а**) – ИС, $S_{1–3} = 0.2$, $S_{4□6} = 0.3$, $m_h = 1$, ewns; (**б**) – ИС, $S_{1–6} = 0.3$, $m_h = 0$ ewns, (6), $p = 0.0$

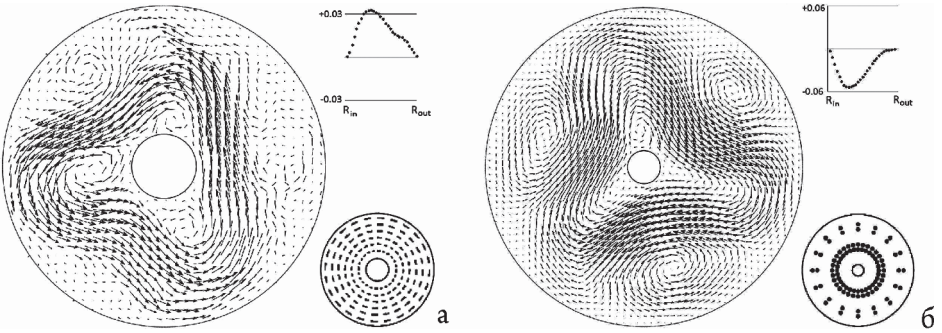


Рис. 3. (**а**) – ИС, $S_{1–3} = 0.2$, $S_{4–6} = 0.3$, $m_h = 1$, cwcs; (**б**) – $T_0 = 10$ с, ПМ, $S_{1–4} = 0.01$, $m_h = 1$, enws, (6), $p = 0.2$

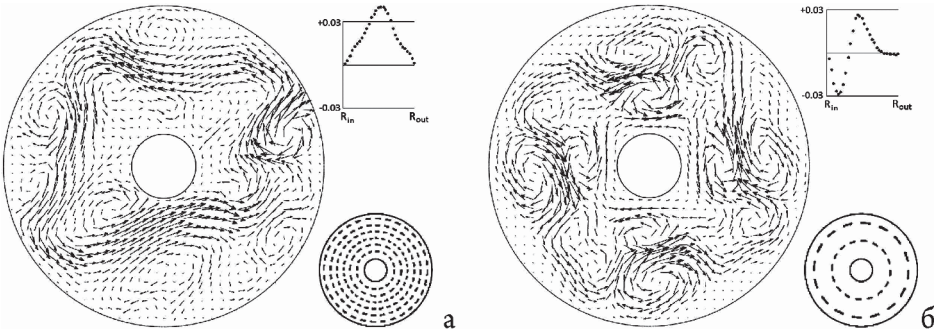


Рис. 4. (**а**) – ИС, $S_{1–6} = 0.3$, $m_h = 1$, ewns, (6), $p = 0.8$; (**б**) – ИС, $S_1 = 0.3$, $S_2 = 0.2$, $m_h = 0$, wb

Для экспериментов на рис. 3а, 3б формируются близкие к треугольной форме вихри. Соответствующее отклонение свободной поверхности тоже образует треугольную форму. При этом на рис. 3а структуры генерируются с помощью метода источников–стоков с общим вращением, соответствующим Северному полушарию, а на рис. 3б генерация проводится МГД-методом с общим вращением как в Южном полушарии и с обратным направлением полей скорости по

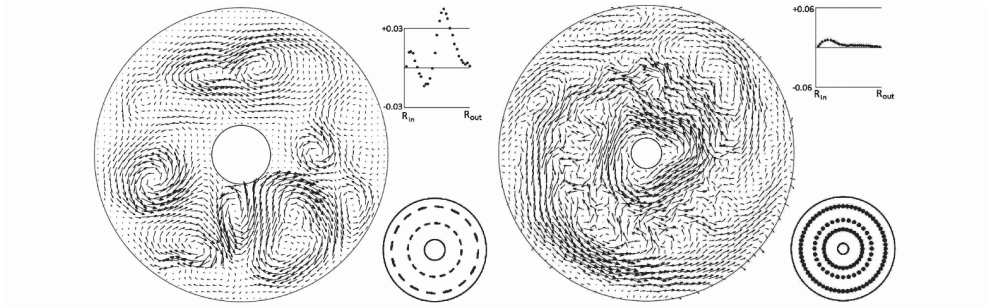


Рис. 5. (**а**) – ИС, $S_{1–2} = 0.3$, $m_h = 0$, ewns, (6), $p = 0.8$; (**б**) – ПМ, $S_{1–3} = 0.005$, $m_h = 1$, esnw, (6), $p = 0.3$

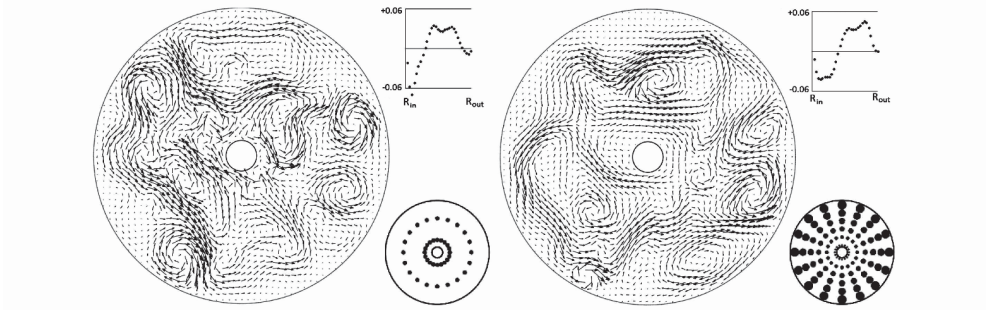


Рис. 6. (**а**) – ПМ, $S_{1–2} = 0.07$, $m_h = 1$, ewns, (6), $p = 0.7$; (**б**) – ПМ, $S_{1–6} = 0.01$, $m_h = 1$, ewns, (6), $p = 0.7$

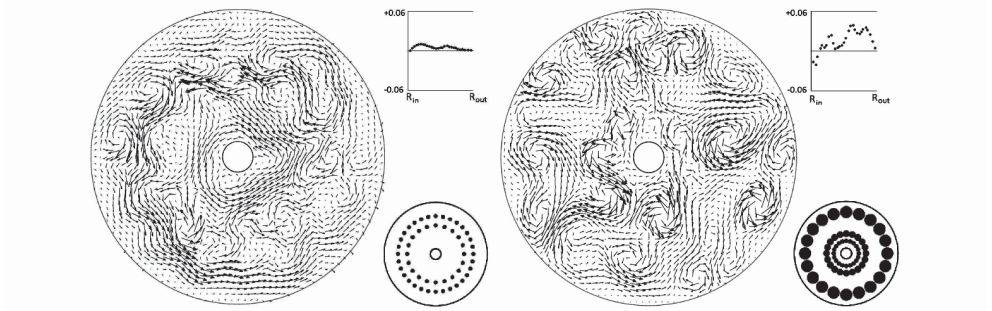


Рис. 7. (**а**) – ПМ, $S_{1–2} = 0.005$, $m_h = 1$, esnw, (6), $p = 0.3$; (**б**) – ПМ, $S_{1–3} = 0.07$, $m_h = 1$, cwcs

сравнению с рис. 3а. Изменение этого направления было обусловлено изменением общего вращения кюветы.

На рис. 4а, 4б видны струйные потоки, в первом случае – с большим количеством источников-стоков, во втором случае достаточно было всего два круга их распределения, причем на рис. 4б ширина струи оказалась даже меньше, чем на рис. 4а.

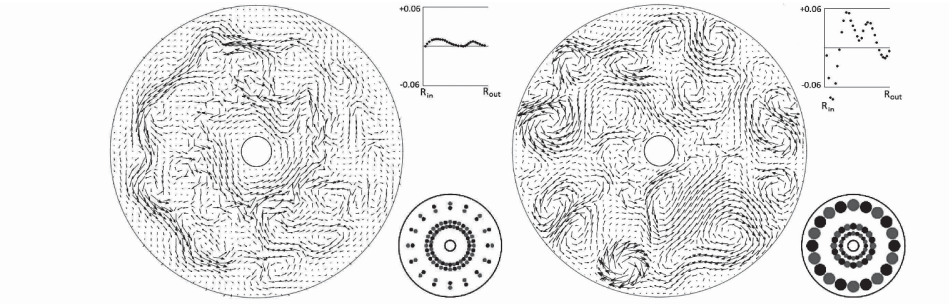


Рис. 8. (**а**) – ПМ, $S_{1–4} = 0.01$, $m_h = 1$, enws, (6), $p = 0.2$; (**б**) – ПМ, $S_{1–3} = 0.07$, $m_h = 1$, ewns, (6), $p = 0.7$

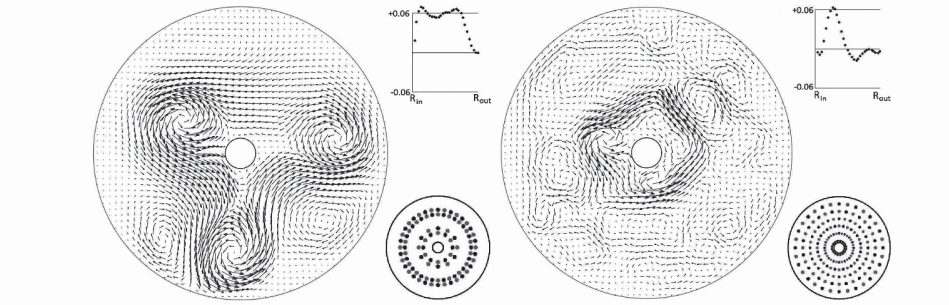


Рис. 9. (**а**) – $B_0 = 0.8$ см, $T_0 = 10$ с, ПМ, $S_{1–4} = 0.01$, $m_h = 1$, enws, (6), $p = 0.2$; (**б**) – $B_0 = 0.8$ см, $T_0 = 4$ с, ПМ, $S_{1–6} = 0.01$, $m_h = 1$, ewns, (6), $p = 0.7$

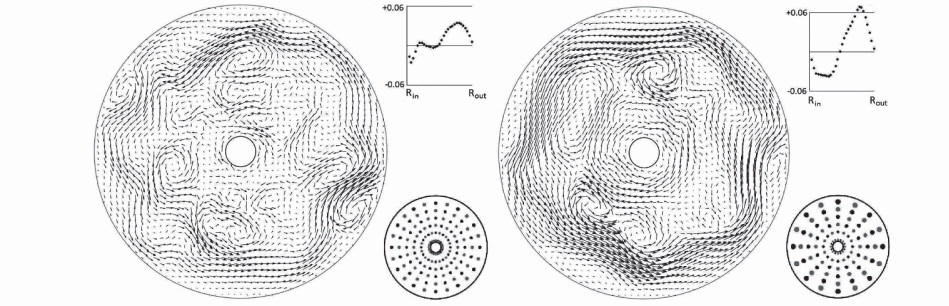


Рис. 10. (**а**) – $B_0 = 0.8$ см, $T_0 = 4$ с, ПМ, $S_{1–6} = 0.01$, $m_h = 1$, ewns, (6), $p = 0.7$; (**б**) – $B_0 = 0.8$ см, $T_0 = 4$ с, ПМ, $S_{1–6} = 0.01$, $m_h = 1$, enws, (6), $p = 0.7$

На рис. 5а показаны результаты расчетов, при которых распределенные по всей кювете крупномасштабные круговые вихри и струи не возникали. Вместо них появляются вихри различных размеров и разного направления вращения, перемещающиеся по кювете. Их движение может быть вычислено по формулам, приведенных в статьях (*Гледзер и др., 2012, 2013, 2014; Гледзер, 2014*) и подтвержденных в лабораторных экспериментах. Заметим, что показанная на рис. 4б, 5а вихревая картина движения наблюдается при относительно небольшом количестве источников-стоков.

Отметим, что очень трудно создать лабораторную экспериментальную установку для моделирования течений, описанных выше, с помощью метода источников-стоков, поскольку это требует обеспечения притоков и оттоков жидкости в многочисленных отверстиях. Фактически численный счет является единственным способом изучить движения, генерируемые этим методом. В то же время МГД-метод, достаточно просто реализуемый в экспериментах, позволяет создать большой спектр потоков и вихревых течений в кювете с использованием не очень большого числа постоянных магнитов при вариациях постоянного тока между концентрическими электродами. В простейших случаях это было реализовано в работе (*Гледзер и др., 2013*).

На рис. 5б поля скорости при генерации МГД-методом демонстрируют крупномасштабные вихри, вращающиеся вокруг центральной части кюветы, причем на рис. 5б движение в середине кюветы ослаблено из-за мелкомасштабных вихревых движений. Этот рисунок соответствует полям скорости на рис. 2а, 2б, сформированных источниками-стоками.

Струйные потоки, генерируемые МГД-методом, представлены на рис. 6а, 6б, их форма фактически не зависела от количества распределенных по кювете магнитов (для рис. 6б их было достаточно много).

Рис. 7а, 7б соответствуют рис. 4б для источников-стоков, где струи и крупномасштабные вихри начинают разрушаться и появляется большое количество вихрей, перемещающихся по кювете. Переход к многовихревой картине может осуществляться путем разрушения непрерывных струйных потоков с интенсификацией вихревых движений по всей кювете. Это демонстрируют рис. 7а, 7б, где наблюдаются отдельные фрагменты струйных течений между различными вихрями.

В рассмотренных численных экспериментах масштаб внешнего воздействия, значит и притока энергии, определяется системой источников-стоков и постоянных магнитов, знаки которых чередуются вдоль окружностей. Фактически задается мелкомасштабный приток энергии. Как правило, его масштаб значительно меньше размеров генерируемых структур, которые представляют собой либо одиночный вихрь по всей площади кювет, либо длинные структуры и крупные вихри, как на рис. 8а, 8б (антициклоны на рис. 8б в кювете внизу). Таким образом, в этих экспериментах фактически имеет место обратный (в сторону крупных масштабов) поток энергии, основную роль в котором играют общее вращение и β-эффект, отвечающий за распространение в потоке волн Россби.

Показанные на рис. 2–8 крупномасштабные вихри или распространяющиеся по всей ширине кюветы струи имеют положительные величины скоростей, соответствующие режимам суперротаций, т.е. скорости направлены в сторону общего вращения кювет (против часовой стрелки, кроме рис. 3б – модели Южного полушария с обратным вращением). Только для режимов на рис. 4а, 6а, 6б, 8б имеются обратные знаки скорости вращения жидкости вблизи внутренней границы канала (режимы субротации – против общего вращения). Переходы между этими режимами демонстрируют рис. 9, 10, где суперротация по всей площади кюветы на рис. 9а (с тремя вихрями возмущений на крупном вихре) при изменении конфигурации распределения магнитов остается только вблизи внутренней границы канала (рис. 9б) с быстрым понижением скорости к внешней границе кюветы. При уменьшении числа магнитов (рис. 10а) эта суперротация почти исчезает,

сменяясь на рис. 10б субротацией вблизи центра канала и суперротацией на внешней границе. Конфигурация магнитов на рис. 10б фактически задает среднее сдвиговое течение по всей площади кюветы с образованием мелких вихрей вдоль окружности смены знака поля скорости.

Рис. 2–8 дают поля скорости от крупномасштабного вихря до струйных потоков с их разрушением и образованием многочисленных вихрей. Средние зональные скорости, указанные на всех рисунках вверху справа, такие качественные изменения структур течений также отражают. В частности, гладкое поле скорости на рис. 2а с однородным зональным течением по всему каналу переходит в струйный поток с узким максимумом средней скорости (рис. 4а). При разрушении струйного течения средняя зональная скорость становится разнознаковой в зависимости от расстояния от центра канала (рис. 4б, 5а вверху справа). Такие же изменения зональной скорости имеют место и при МГД-генерации (сравнение кривых вверху справа на рис. 6, 8б).

Сравнение рис. 2–5а и 5б–10 показывает, что МГД-метод позволяет генерировать такие же структуры, как применение метода источников-стоков. Особенно это относится к возбуждению струй и многочисленных вихрей. Это было использовано в работе (*Гледзер и др., 2013*) для лабораторного обнаружения эффекта блокирования во вращающемся канале. Может быть, более гладкая картина полей скорости с источниками-стоками по сравнению с МГД-методом имеет место при генерации крупномасштабного вихря, как на рис. 2а, 2б. При МГД-воздействии на жидкость такие вихри содержали выраженную хаотическую вихревую составляющую, как на рис. 5б. Заполнение постоянными магнитами пустых колец (рис. 6б внизу справа) не приводили к более гладким полям скорости, а в канале возникали узкие струи и вихри, как на рис. 6б. Связано это отличие, в основном, с тем недостатком МГД-метода для кольцевых каналов, что для него имеет место уменьшение плотности радиального электрического тока в слое электролита с расстоянием от центра. Это уменьшение в численных экспериментах компенсировалось увеличением магнитного поля постоянных магнитов и их укрупнением, как показано на рис. 6б, 7б, 8б. В результате удается достичь более однородного по площади кюветы распределения скоростей.

В заключение отметим, что численный эксперимент является эффективным способом хотя бы качественного изучения движений, генерируемых методом источников-стоков, и на основе полученных результатов делает возможным выбор исходной экспериментальной конфигурации. В то же время МГД-метод, достаточно просто реализуемый в лабораторных условиях, позволяет создать большой спектр потоков и вихревых течений в кювете с использованием не очень большого числа постоянных магнитов и вариаций постоянного тока между концентрическими электродами. В простейших случаях это было осуществлено в работах (*Гледзер и др., 2012, 2013, 2014*; *Гледзер, 2014*).

3.4. Моделирование условий образования смерчеподобных и ураганоподобных вихрей во вращающейся жидкости

В 1990-х годах в Институте физики атмосферы были выполнены лабораторные эксперименты по моделированию интенсивных атмосферных вихрей, осуществлённые с помощью экзотермической химической реакции соды со слабым раствором серной кислоты. Выделяющиеся при реакции пузырьки углекислого газа и тепло в условиях общего вращения генерируют организованные спиральные потоки жидкости, которые в свою очередь способствуют увеличению скорости реакции. Тем самым моделируется механизм положительной обратной связи, обеспечивающийся в натурных условиях фазовым переходом пар – вода.

Образующиеся в эксперименте нестационарные сосредоточенные спиральные вихри являются автоструктурами, диаметры которых гораздо меньше диаметра сосуда, что позволяет наблюдать их свободные перемещения.

1. При изучении механизма возникновения смерчей и ураганов полезно лабораторное моделирование условий образования интенсивных сосредоточеных вихрей во вращающейся жидкости (или газе). Важность таких экспериментов была осознана уже в XVIII веке (согласно (*Бенгтссон и Лайтхилл, 1985*), первая публикация Вильке датируется 1785 г.). Значительная часть моделируемых смерчей, в том числе и в пионерской работе Вильке, создавалась чисто механическим способом. Этот способ активно используется до сих пор. Различные варианты его реализации можно найти, например, в (*Бенгтссон и Лайтхилл, 1985*; *Davies-Jones, 1976*). Другой распространённый метод, приводящий к успеху, основан на использовании явления конвекции, инициируемой источником тепла на нижней границе вращающейся жидкости или воздуха (*Бенгтссон и Лайтхилл, 1985*; *Бубнов и Голицын, 1994*; *Должанский и Голицын, 1977*). Существует также метод "пузырьковой конвекции", которая при экспериментах в жидкостях ещё более эффективно генерирует кинетическую энергию движений *(Голицын, 1980*). Как правило, источники тепла и пузырьков фиксированы и размещаются на нижней границе вращающейся жидкости.

Известна работа (*Нетреба, 1988*), в которой производство пузырьков обеспечивалось при растворении таблетки мукалтина в подогретой воде. Аналогичный процесс генерации пузырьков реализуется при размешивании "быстрорастворимого" аспирина чайной ложкой в стакане горячей воды. В число компонентов мукалтина входят винная кислота и сода, так что газовыделение обеспечивается химической реакцией.

Достаточно интенсивная необратимая (по химической терминологии – идущая до конца) экзотермическая химическая реакция, в особенности сопровождающаяся газовыделением, может послужить основой для эффективного метода генерации интенсивных сосредоточенных спиральных вихрей во вращающейся жидкости. Поскольку химическая реакция может осуществляться не только на дне сосуда, но и в объёме жидкости, данный метод позволяет проиллюстрировать механизм генерации высокоинтенсивных спиральных вихрей в атмосфере Земли, связанный с высвобождением внутренней энергии при фазовых превращениях влаги.

2. Известно, что фазовые переходы влаги играют основную роль при образовании и поддержании тропических ураганов (*Хаин, 1989*). Тропические циклоны

образуются над акваторией океана с температурой поверхности воды не ниже 27°С и на широтах не ниже определённой критической (порядка 5°), что указывает одновременно на ключевую роль силы Кориолиса, Эти факторы учитываются в теории CISK (*Charney and Eliassen, 1964*), которая иллюстрируется экспериментами серии А (см. ниже).

В торнадо и смерчах прямое действие силы Кориолиса, обусловленное общим вращением Земли, скорее всего несущественно, хотя подавляющая часть смерчей и торнадо имеют циклоническое направление вращения. Наблюдения показывают, что смерч зарождается внутри материнского грозового облака в виде быстро вращающегося компактного образования, которое иногда наблюдается в виде выступающей полусферы на нижней поверхности материнского облака. Затем область вращения начинает распространяться, вытягиваясь к земле. Когда воронка достигает земной поверхности, смерч производит катастрофические разрушения (*Наливкин, 1984*). В теоретических работах (*Курганский, 1993а*; *Писниченко, 1993*) было показано, что фазовый переход пар – вода (скрытая теплота конденсации при нормальном давлении составляет около 40 кДж/моль (*Григорьев и Мейлихов, 1991*)) обеспечивает нарастание спиральности в грозовом облаке и образование смерчеподобного вихря, Существенно, что в материнском облаке должна изначально присутствовать “затравочная” спиральность, с величиной, превышающей некоторую пороговую. Это, по-видимому, делает смерч достаточно редким явлением.

Согласно (*Кушин, 1993*), дополнительным (и даже основным) энергетическим источником в смерчах и тропических циклонах является переход вода – лёд (теплота плавления при t = 0°С и нормальном давлении составляет около 6 кДж/моль (*Григорьев и Мейлихов, 1991*)).

3. Способ моделирования интенсивных вихрей, таким образом, должен обеспечить воспроизведение механизма высвобождения внутренней энергии в объеме жидкости на фоне положительной обратной связи, обусловленной циркуляцией, возникающей под действием источника скрытого тепла, и одновременно способствующей усилению этого источника.

В качестве такого достаточно мощного и компактного внутреннего энергетического источника была выбрана химическая реакция соды в слабом растворе серной кислоты

$$Na_2CO_3*10H_2O + H_2SO_4 = Na_2SO_4 + 11H_2O + CO_2\uparrow \ ,$$

продуктами которой являются прозрачный раствор соли Na_2SO_4 и выделяющиеся пузырьки CO_2. После окончания реакции и окончательного всплывания пузырьков раствор восстанавливает прозрачность. Поэтому описанные ниже эксперименты многократно воспроизводимы с интервалом в несколько минут. Доля выделяющегося при реакции тепла, расходующаяся на нагрев жидкости, составляет приблизительно 16 кДж на моль Na_2CO_3 (оценено по измерению нагрева жидкости в ходе эксперимента).

Десятиводный гидрокарбонат натрия был выбран в качестве реагента потому, что удаётся создать ситуацию, когда значительная часть крупинок этой соли достигает дна сосуда, не прореагировав в пути. Поскольку скорость реакции пропорциональна концентрации серной кислоты, крупинки соды достигают дна только в сильно разбавленном растворе, подбираемом экспериментально методом последовательных приближений. Удачные опыты получаются, когда реакция

идёт с умеренной скоростью и крупные (размером 0,5–1 мм) частички соды в невращающейся жидкости не отрываются от дна и не уносятся наверх наведенными благодаря всплыванию пузырьков конвективными потоками в жидкости. В таких специально подобранных условиях, во время осаждения крупинок соды, реакция в объёме жидкости идёт более интенсивно, чем на дне сосуда. В последнем случае уменьшение скорости реакции обусловлено обеднением раствора в зоне реакции сульфатными ионами, так как конвективные потоки, вызываемые всплывающими пузырьками, в невращающейся жидкости не в состоянии обеспечить эффективный подвод новых ионов (скорость осаждения крупных частичек соды превышает скорость всплывания пузырьков). В слишком слабом растворе серной кислоты или при достаточно малых дозах вводимой в раствор соды эффекты возникновения интенсивных сосредоточенных вихрей при доступных скоростях вращения жидкости не наблюдались.

4. Эксперименты проводились в стеклянном сосуде с внутренним диаметром 14 см и высотой 20 см, заполненном двумя литрами слабого раствора серной кислоты. Сосуд помещался на вращающуюся платформу так, что ось сосуда совпадала с осью вращения платформы. Для экспериментов серии А (см. ниже) это обстоятельство предоставляло экспериментатору чисто технические удобства при фотографировании; при экспериментах серии Б оно было принципиальным).

Были проведены две принципиально различные серии экспериментов, в которых соответственно демонстрировались:

А. Генерация спирального вихря в поле сил Кориолиса, что моделирует образование тропического урагана;

Б. Резкое усиление спирального движения жидкости, моделирующее смерчегенез.

В серии экспериментов А жидкость как целое покоилась относительно сосуда, находящегося на вращающейся с угловой скоростью 20 оборотов в минуту платформе. Сода единовременно засыпалась через воронку, укрепленную над поверхностью жидкости. Положение воронки относительно оси вращения не играет принципиальной роли в вихреобразовании. Интенсивные циклонические вихри образуются в местах скопления соды на дне сосуда и пронизывают весь слой жидкости от дна сосуда до свободной поверхности жидкости. При этом они свободно дрейфуют, перенося с собой реагент (соду). В тех случаях, когда по случайным причинам на дне создавалось два или три источника химической реакции, образовывалось соответствующее число вихрей, взаимодействие между которыми становилось заметным при их сближении на расстояние порядка одного сантиметра (впрочем, такое сближение могло и не происходить, так как дрейф вихрей был независимым). На рис. 1 показан полный цикл одной из реализаций возникновения, развития и исчезновения циклонического вихря. Момент съёмки первой фотографии практически совпадает с моментом засыпки соды. Все последующие снимки сделаны с интервалом 3 секунды, равным времени одного полного оборота платформы. Вихри визуализируются благодаря рассеянию световых лучей пузырьками углекислого газа и частичками соды. Визуальные наблюдения показывают, что крупинки соды увлекаются вверх потоком и реакция идет не только на дне сосуда, но и в "стволе" вихря, причём с большей скоростью, нежели в невращающейся жидкости.

Рис. 1. Кинограмма образования и развития циклонического вихря в поле сил Кориолиса. Временной интервал между кадрами составляет 3 секунды. Время экспозиции кадра $\tau = 1/15$ с. Последовательность кадров расположена по схеме слева направо и сверху вниз

Генерируемые за счёт механизма "экмановской накачки" (*Charney and Eliassen, 1964*) спиральные потоки жидкости обеспечивают более эффективный доступ сульфатных ионов в зону реакции, ускоряя реакцию. Вторым благоприятствующим фактором является экспоненциальное увеличение скорости реакции с ростом температуры из-за теплового эффекта реакции. Оба этих фактора обеспечивают положительную обратную связь, необходимую для генерации сосредоточенных спиральных вихрей. Устойчиво наблюдалось также, что поверхность жидкости меняла первоначально антициклональное направление вращения (в лабораторной системе координат – замедление вращения) на циклональное.

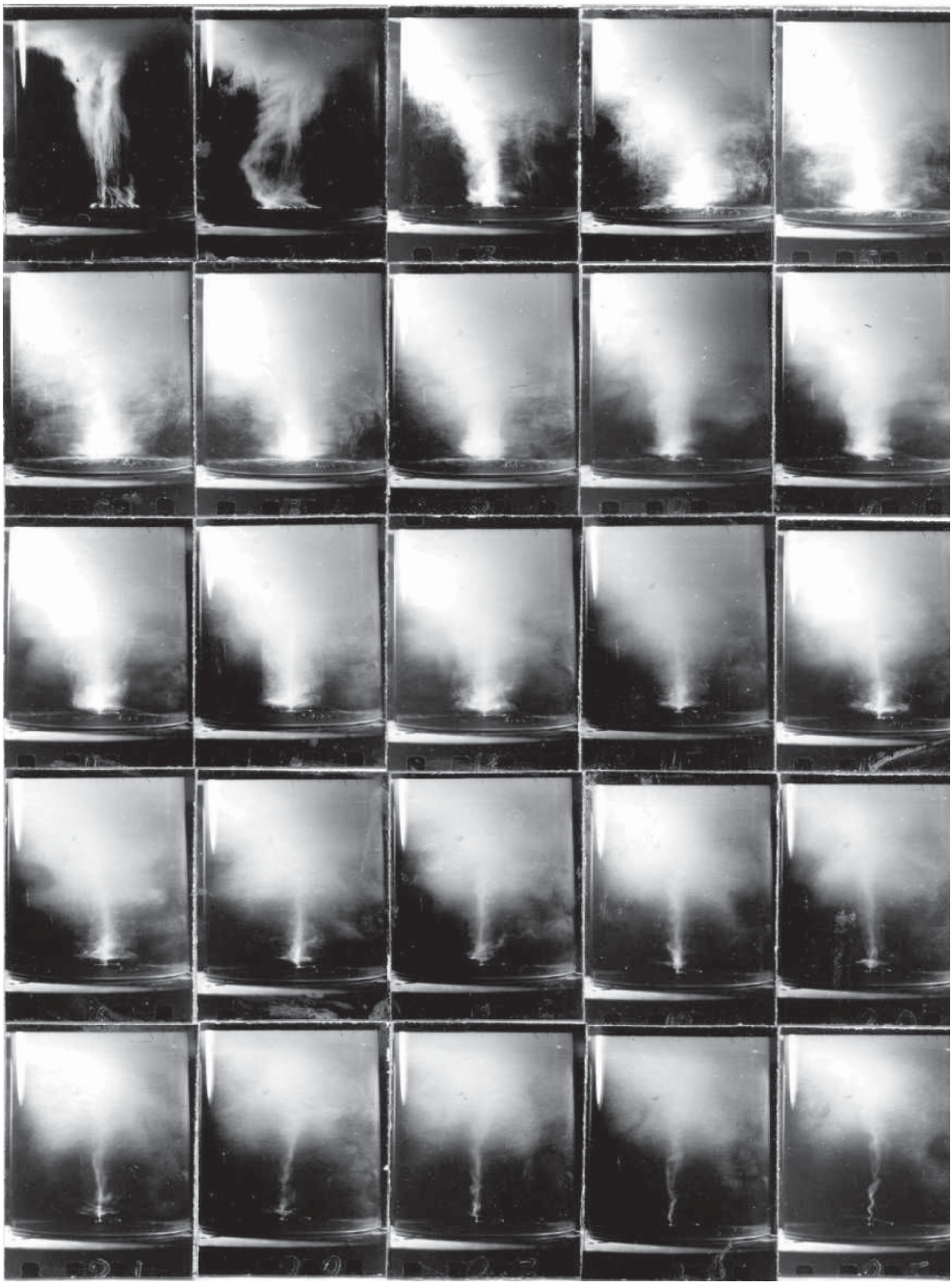


Рис. 2. Кинограмма смерчегенеза. Порядок расположения кадров – как на рис. 1. Время экспозиции кадра $\tau = 1/4$ с. Временной интервал между кадрами составляет 2 секунды. Первый кадр снят на 30-й секунде после остановки вращающейся платформы

В серии экспериментов Б осуществлялся режим спиндауна, при котором движение жидкости в сосуде перед засыпкой соды имело винтовой характер (эффект чаинок в стакане). Это достигалось путём внезапной остановки вращающейся с угловой скоростью 20 об/мин платформы. Вихрь образовывался в центре сосуда. Для образования смерчеподобных вихрей требовалось меньше соды, чем в экспериментах серии А.

На последовательности снимков рис. 2 показан искусственный смерчегенез с интервалом между кадрами 2 секунды. Засыпка соды произошла за 2 секунды до съёмки первого кадра на 28 секунде после остановки вращавшейся со скоростью 20 об/мин платформы. К этому времени движение жидкости в центральной части сосуда уже имело винтовой (спиральный) характер, что специально проверялось. Химическая реакция вызывала взрывное усиление спиральности, простая концентрация которой является лишь одним из факторов, обеспечивающих необходимую положительную обратную связь. При слишком медленной реакции (сильно разбавленный раствор или мало соды) или при очень медленном вращении (большая пауза между остановкой платформы и моментом засыпки соды) эффект взрывного усиления спиральности отсутствует, что подтверждает пороговый характер процесса, заложенный в теоретической работе (*Курганский, 1993а*). Видимый диаметр стержня вихря составлял около 1 мм, а диаметр всего вихря обычно не превышал 1–2 см, Развитые спиральные вихри устойчивы по отношению к внешним механическим возмущениям, С другой стороны, сам эффект спонтанного усиления вихрей критичен к нарушениям цилиндрической симметрии исходного винтового движения, Диаметр стержня вихря сопоставим с величиной экмановского погранслоя $(\nu/\Omega)^{1/2} = 0{,}7$ мм, где ν – кинематическая молекулярная вязкость раствора Ω – угловая скорость исходного вращения платформы.

В обеих сериях экспериментов при увеличении/уменьшении скорости вращения для образования вихрей требуется меньшая/большая скорость химической реакции,

5. Аналогичные эксперименты проводились в усечённой сверху шаровой полости (бытовой сферический аквариум), в которой наблюдение смерчегенеза было особенно эффектным, так как крупинки соды в этом случае легче концентрируются у оси симметрии (дно в такой системе вырождается в точку). Нелишне отметить, что успех эксперимента по смерчегенезу обеспечен только при наличии свободной поверхности жидкости, на которой не выполняется условие прилипания (только при этом условии соблюдается требование работы (*Курганский, 1993а*), чтобы затравочное винтовое движение обладало ненулевой суммарной спиральностью). При повторении экспериментов серии А в сферическом сосуде оказалось, что циклонический вихрь быстро смещается от дна сферической полости вверх по стенке и, дойдя до 60^{o}~50^{o} «южной широты» останавливается. Вблизи стенки ось вихря перпендикулярна ей, а затем изгибается в направлении вертикальной оси вращения системы.

При использовании в качестве твёрдого реагента куска мела ($CaCO_3$) образующаяся при реакции труднорастворимая соль $CaSO_4$ настолько замутняет раствор, что проведение следующего эксперимента возможно только через сутки. Впоследствии гелеобразный осадок этой соли можно использовать в качестве визуализатора, особенно при экспериментах со слабыми вихрями. Эксперимент с мелом интересен тем, что продолговатый брусок мела массой примерно 6 г,

достигнув дна, в процессе реакции начинал очень быстро вращаться вместе с созданным им вихревым потоком, ориентировался вдоль потока, а затем выносился потоком примерно на половину высоты слоя жидкости. Здесь вращение жидкости замедлялось, после чего брусок падал на дно сосуда и процесс повторялся. Автору не удалось зафиксировать этот процесс на фотопленку из-за значительной мутности раствора, но визуально описанный эффект многократно наблюдался. Помимо демонстрации наличия значительной подъёмной силы в интенсивных спиральных вихрях, эксперимент указывает на существенную роль самого наличия подстилающей поверхности для существования вихрей,

6. При генерации наблюдаемых вихрей обычно использовался 1 г (1/288 моля) кристаллической соды. При плотности 1,46 г/см^3 суммарный объём кристалликов соды составлял 0,685 см^3. При реакции выделялось 56 Дж тепловой энергии, идущей на нагрев жидкости, и 78,3 см^3 углекислого газа. Выделяемый углекислый газ создаёт силу плавучести. Соответствующая потенциальная энергия, равная 0,10 Дж, расходуется на производство кинетической энергии. Плотность выделяемой в зоне реакции тепловой энергии составляет 82 Дж/см^3, что могло бы нагреть зону реакции на 19^{o}C (весь объём жидкости, составляющий 2 литра, в конечном итоге нагревается примерно на 0.006^o C). Нагрев зоны реакции вызывает увеличение скорости реакции, а также расширение выделяемых пузырьков, что в конечном счёте интенсифицирует генерацию гидродинамических потоков.

Проведённая для экспериментов серии А предварительная оценка показывает, что 0,01 доли указанной выше потенциальной энергии достаточно, чтобы обеспечить наблюдаемый уровень интенсивности вихря на фоне имеющейся диссипации в квазиустановившемся режиме.

Специально проведённые контрольные электрохимические эксперименты в хорошо проводящей жидкости с генерацией пузырьков такой же интенсивности, что и в основной серии экспериментов, но при существенно меньшем выделении тепла, показали, что эффект смерчегенеза при спиндауне воспроизводится, хотя и менее эффективно, а генерация интенсивных циклонических вихрей во вращающемся сосуде при используемой скорости вращения установки не наблюдалась.

7. Описанные в статье эксперименты, будучи эффектными при визуальном наблюдении и при наличии минимума технических средств легко осуществимыми, сложны для количественной интерпретации. В частности, затруднено измерение величины порога интенсивного вихреобразования, так как химическая реакция меняет состав раствора. Необходимое усовершенствование экспериментов требует привлечения более сложных и дорогостоящих технических средств.

ГЛАВА 4. Модельные оценки вихревой активности в атмосфере при климатических изменениях

4.1. Изменения характеристик центров действия атмосферы

По данным наблюдений и систем реанализа отмечается значительная изменчивость характеристик центров действия атмосферы (ЦДА) – см. напр. (*Мохов и Петухов, 2000; Мохов и Хон, 2005; Хон и Мохов, 2006; Qian and Tang, 2010; Mokhov and Nikitina, 2012; Железнова и Гущина, 2016*). Регионы формирования ЦДА выделены на рис. 1.1.2. Интенсивность ЦДА можно характеризовать экстремальными (максимальными или минимальными) значениями приповерхностного давления P_{extr} в этих регионах (см. (*Мохов и Хон, 2005; Хон и Мохов, 2006*), а также средним приповерхностным давлением P_{mean} для региона формирования (*Chernokulsky et al., 2013; Железнова и Гущина, 2016*).

Анализ различных данных выявил для последних десятилетий статистически значимые долгопериодные тенденции изменения характеристик ЦДА при изменении температурного режима, в частности зимой для Северного полушария (*Мохов и Петухов, 2000; Мохов и Хон, 2005; Хон и Мохов, 2006; Mokhov and Nikitina, 2012*). Полученные оценки свидетельствуют о возможных значительных изменениях ЦДА при продолжении глобального потепления. Использование современных климатических моделей позволяет оценить изменения характеристик ЦДА при возможных глобальных изменениях климата. Способность моделей общей циркуляции атмосферы и климатических моделей (КМ), включая климатические модели общей циркуляции (КМОЦ), воспроизводить режимы ЦДА диагностировалась, например, в (*Hameed et al., 1992; Мохов и др., 2005; Хон и Мохов, 2006; Mokhov and Nikitina, 2012*).

В (*Хон и Мохов, 2006*) получены оценки чувствительности изменений характеристик ЦДА к изменению полушарной приповерхностной температуры с использованием результатов численных расчетов с КМОЦ ECHAM4/OPYC3, HadCM3 и КМ КМ ИФА РАН. На рис. 4.1.1 представлены изменения давления в центре ЦДА в 21 веке относительно базового периода 1961–1990 гг. в зависимости от вариаций приповерхностной температуры Северного полушария (СП) ΔT_{NH} со скользящим 30-летним осреднением по расчетам с КМОЦ ECHAM4/OPYC3 и HadCM3 (при сценарии антропогенных воздействий IS92a). Давление в центре, широта и долгота циклонического (антициклонического) ЦДА определялись минимумом (максимумом) поля атмосферного давления на уровне моря в достаточно большой области их возможного расположения. Для оценки статистической значимости, изменения давления в центре ЦДА нормировались на значения их среднеквадратических отклонений – СКО (σ) для базового периода 1961–1990 гг. (*Хон и Мохов, 2006*).

Для Исландского ЦДА в (*Хон и Мохов, 2006*) выявлена тенденция усиления в 21 веке для обеих анализировавшихся КМОЦ, с большим темпом усиления по расчетам с ECHAM4/OPYC3. При максимальных изменениях температуры ΔT_{NH} ~4 К в 21 веке уменьшение давления в центре Исландского ЦДА в среднем сопоставимо со значением соответствующего СКО (рис. 1а). Отмечено, что усиле-

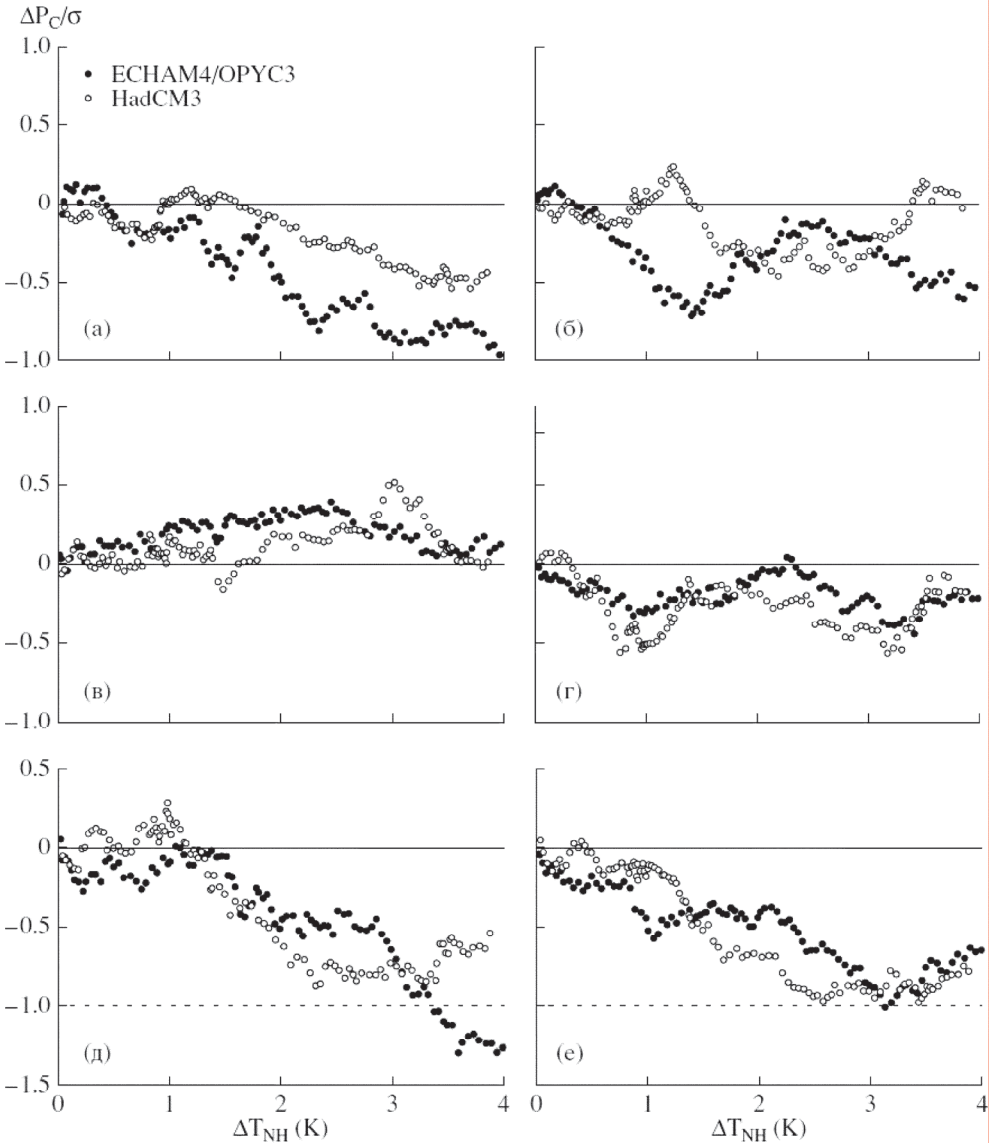


Рис. 1. Изменения давления в центре Исландского (а), Алеутского (б), Азорского (в), Гавайского (г), Сибирского (д) и Североамериканского (е) ЦДА в зависимости от соответствующих вариаций приповерхностной температуры Северного полушария ΔT_{NH} (при 30-летнем сглаживании) по расчетам с КМОЦ ECHAM4/OPYC3 и HadCM3. Изменения определялись относительно базового периода 1961–1990 гг. и нормировались на величину СКО для этого периода (*Хон и Мохов, 2006*)

ние Исландского ЦДА сопровождается смещением на северо-восток. Для Азорского ЦДА характерно незначительное усиление при потеплении до $\Delta T_{NH} \sim 2.5$–3 К с последующим ослаблением ЦДА (до уровня базового режима 1961–1990 гг.) при дальнейшем потеплении (рис. 1в).

При общем росте температуры в 21 веке согласно (*Хон и Мохов, 2006*) следует ожидать ослабление зимних континентальных (Сибирского и Североамериканского) ЦДА (рис. 1д, е). Для Сибирского ЦДА тенденция ослабления проявляется при $\Delta T_{NH} > 1$ К (рис. 4.1.1д). При этом возможно, что падение давления в центре Сибирского ЦДА превысит значение соответствующего СКО при максимальных вариациях температуры в 21 веке (для ECHAM4/OPYC3). Аналогичная тенденция ослабления в 21 веке отмечена и для Североамериканского зимнего ЦДА (рис. 1е). При этом достижение уровня СКО возможно при вариациях $\Delta T_{NH} \sim 2.5$–3 К. Следует отметить, что по расчетам с КМ ИФА РАН чувствительность интенсивности зимних ЦДА в СП (за исключением Североамериканского ЦДА) получена в целом большей, чем по расчетам с КМОЦ для тихоокеанских и Сибирского ЦДА (*Хон и Мохов, 2006*). Изменения средних характеристик Азорского ЦДА в 21 веке согласно (*Хон и Мохов, 2006*) не выходят за диапазон соответствующих СКО. Для тихоокеанских (Алеутского и Гавайского) ЦДА в 21 веке характерны нелинейные изменения давления в центре, которые в среднем не превышают значения их СКО (рис. 1б, г).

Оценить изменения режимов ЦДА можно по результатам расчетов с ансамблем современных КМОЦ в рамках международного проекта CMIP5 (*Taylor et al., 2012*) при различных сценариях антропогенных воздействий семейства RCP (*Moss et al., 2010*) в 21 веке, в том числе “умеренных” (RCP4.5) и “агрессивных” (RCP8.5). В табл. 1 представлены оценки изменений интенсивности различных ЦДА к концу 21 века по расчетам с разными КМОЦ при сценарии умеренных антропогенных воздействий RCP4.5. В частности, для анализа использовались среднемесячные данные для приповерхностного давления по расчетам с КМОЦ INM-CM4 (*Володин и др., 2010*), IPSL-CM5A-MR (*Dufresne et al., 2013*), MPI-ESM-MR (*Giorgetta et al., 2013*). Широтно-долготное разрешение этих версий моделей – $1.5^o \times 2^o$, $\sim 1.3^o \times 2.5^o$ и $\sim 1.8^o \times 1.9^o$, соответственно. Интенсивность ЦДА характеризовалась средним приповерхностным давлением P_{mean} для региона формирования аналогично (*Chernokulsky et al., 2013*).

Изменения интенсивности ЦДА (в гПа) в табл. 1 представлены для периода 2070–2099 гг. относительно 1976–2005 гг. в разные сезоны.

Характерная амплитуда межгодовых вариаций среднего давления в областях ЦДА порядка 5 гПа, она выше для Исландского минимума (до 15 гПа) и ниже для Южноатлантического максимума и Североамериканской летней депрессии (2–4 гПа).

Согласно результатам анализа модельных расчетов в табл. 1 при сценарии RCP 4.5 для последнего 30-летия 21 века относительно современного режима (1976–2005 гг.) проявляется общее усиление (углубление) циклонических ЦДА (как круглогодичных, так и сезонных) в обоих полушариях. При этом для Североамериканского летнего минимума для разных моделей проявляются различные тенденции. Для антициклонических ЦДА в Северном полушарии преобладает общее ослабление зимних континентальных ЦДА, развитие которых связано с выхолаживанием поверхности в холодное время года (наиболее значимое ослабление отмечено для Гренландского ЦДА). Увеличение интенсивности (более сильное в зимний период) океанических субтропических максимумов, в частности в Южном полушарии, можно связать с расширением ячейки Хэдли (*Lu et al., 2007*) при глобальном потеплении. В Северном полушарии для разных моделей выявлены разнонаправленные тенденции изменений режимов Азорского и Гавайского максимумов.

Таблица 1. Изменения интенсивности ЦДА (в гПа) для периода 2070–2099 гг. относительно 1976–2005 гг. в разные сезоны по расчетам с разными КМОЦ при сценарии RCP-4.5 с умеренными антропогенными воздействиями. Статистически значимые изменения на уровне значимости 0.1, 0.05 и 0.01 выделены, соответственно, наклонным, жирным наклонным и жирным прямым шрифтом. Синий цвет характеризует усиление (углубление) минимумов, красный – усиление максимумов, зеленый цвет – ослабление ЦДА

Центры действия	INM-CM4		IPSL-CM5A-MR		MPI-ESM-MR	
	P mean	P extr	P mean	P extr	P mean	P extr
СЕВЕРНОЕ ПОЛУШАРИЕ						
зима (декабрь–февраль)						
Минимумы						
Алеутский	***-0.8***	**-1.2**	-0.5	0.1	-0.4	*-0.7*
Исландский	**-1.7**	**-2.1**	*-0.9*	*-1.0*	-0.5	*-0.9*
Максимумы						
Азорский	***0.6***	**1.0**	-0.3	-0.4	*0.5*	***0.8***
Арктический	**-1.7**	**-1.8**	**-2.2**	**-2.7**	**-2.0**	**-1.9**
Гавайский	-0.5	0.1	0.1	***-0.7***	0.4	0.0
Гренландский	**-1.9**	**-1.7**	0.0	0.5	***-1.2***	-0.8
Североамериканский	***-0.7***	*-0.6*	***-0.8***	-0.6	***-0.6***	-0.4
Сибирский	*-0.5*	***-0.7***	***-0.7***	**-1.3**	*-0.6*	-0.4
лето (июнь–август)						
Минимумы						
Азиатский	**-0.6**	**-0.7**	**-0.6**	***-0.4***	-0.1	0.0
Алеутский	**0.6**	-0.1	***-0.5***	*-0.4*	***-0.6***	***-0.5***
Исландский	**-0.9**	**-1.3**	**-1.2**	**-1.0**	0.3	0.2
Североамериканский	0.0	-0.1	***-0.4***	**-0.5**	**0.9**	**0.9**
Максимумы						
Азорский	-0.2	*0.4*	**-0.6**	0.0	0.1	0.3
Арктический	-0.4	-0.3	**-1.1**	**-1.6**	-0.1	-0.2
Гавайский	***0.3***	**0.5**	*-0.4*	0.1	-0.3	-0.4
Гренландский	**-1.0**	***-0.9***	**-1.9**	**-2.6**	-0.3	-0.5
ЮЖНОЕ ПОЛУШАРИЕ						
зима (июнь–август)						
Минимумы						
Индоокеанский	**-1.7**	**-1.5**	**-3.1**	**-2.7**	**-2.1**	**-2.1**
Южно-Атлантический	**-0.9**	***-0.8***	**-2.6**	**-2.0**	**-2.2**	**-2.3**
Южно-Тихоокеанский	***-1.0***	***-1.0***	**-3.0**	**-3.6**	*0.6*	**-2.0**
Максимумы						
Антарктический	**-2.5**	**-2.8**	**-6.1**	**-6.2**	**-2.6**	**-2.8**
Маскаренский	0.3	0.4	**1.2**	**1.2**	**0.8**	*0.5*
Южно-Атлантический	0.3	0.3	0.3	0.3	***0.6***	**0.9**
Южно-Тихоокеанский	**0.7**	**0.7**	**1.5**	**1.2**	*0.6*	***0.6***

Таблица 1, окончание

Центры действия	INM-CM4		IPSL-CM5A-MR		MPI-ESM-MR	
	P mean	P extr	P mean	P extr	P mean	P extr
лето (декабрь–февраль)						
Минимумы						
Индоокеанский минимум	0.0	0.3	**-1.6**	**-1.4**	**-1.4**	**-1.4**
Южно-Атлантический	0.0	0.2	**-2.1**	**-1.9**	**-1.5**	**-1.6**
Южно-Тихоокеанский	0.5	*0.7*	**-4.7**	**-4.4**	**-2.0**	**-1.9**
Максимумы						
Антарктический	-0.6	***-0.9***	**-7.3**	**-7.2**	**-2.8**	**-2.9**
Маскаренский максимум	-0.1	0.0	***0.5***	**0.7**	0.3	0.4
Южно-Атлантический	0.0	0.0	***0.5***	***0.5***	0.1	0.2
Южно-Тихоокеанский	-0.1	0.0	**0.9**	**0.6**	0.3	0.2

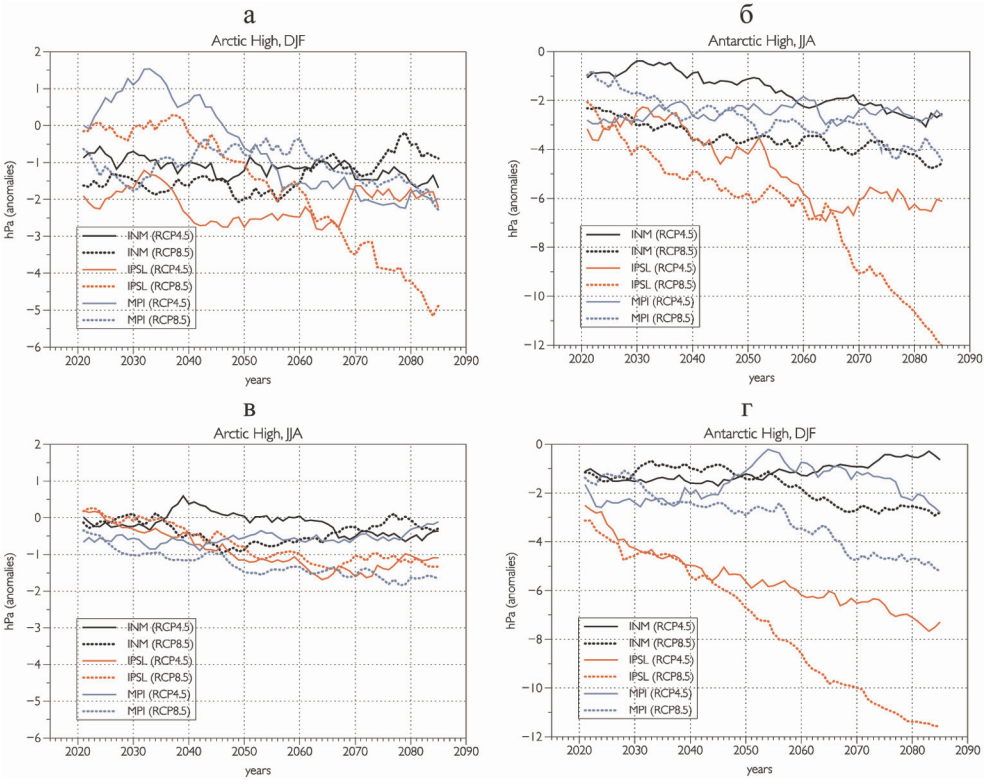


Рис. 2. Изменения интенсивности полярных ЦДА – арктического (а, в) и антарктического (б, г) в зимний (а, б) и летний (в, г) сезоны по расчетам с КМОЦ INM CM4 (черная линия), IPSL-CM5A-MR (красная линия), MPI-ESM-MR (синяя линия) при различных сценариях антропогенных воздействий: “умеренных” (RCP-4.5, сплошная линия) и “агрессивных” (RCP-8.5, пунктир). Интенсивность оценена, как давление, осредненное по соответствующему региону, нормированное на среднее за 1976–2005 гг. (приведено скользящее 30-летнее среднее)

Отмечается ослабление полярных максимумов (Арктического и Антарктического), сильнее проявляющееся в зимний период (рис. 2). Это связано со сдвигом к полюсу траекторий движения внетропических циклонов (*Мохов и др., 2009*). Более значимое ослабление проявляется при сценарии более “агрессивных” антропогенных воздействий RCP-8.5 (рис. 4.1.3) для всех анализировавшихся моделей. Наибольшее ослабление ожидается по расчетам с моделью IPSL-CM5A-MR (Антарктический максимум может ослабеть к концу 21 века при сценарии RCP-8.5 на 10–12 гПа как в зимний, так и в летний сезон).

4.2. Изменения активности атмосферных блокингов

В связи с изменениями климата (*Climate Change, 2013*) ожидаются существенные изменения блокинговой активности с потенциально значительными последствиями. При этом характеристики определяемых разными методами атмосферных блокингов, в частности повторяемость, и тенденции их изменения при климатических изменениях заметно различаются (см., напр. (*Мохов и др., 2013; Barnes et al., 2014*)). В связи с этим необходим разносторонний анализ возможных изменений характеристик блокирующих антициклонов в 21 веке с применением различных методов их определения и при различных сценариях возможных климатических изменений.

В (*Mokhov and Timazhev, 2016*) для оценки возможных изменений атмосферных блокингов использовались методы их детектирования, описанные в (*Wiedenmann et al., 2002; Pelly and Hoskins, 2003; Bardin et al., 2005*). При этом тенденции изменения характеристик блокирующих антициклонов оценивались по результатам ансамблевых модельных расчетов для 21 века при разных сценариях семейства RCP антропогенных воздействий, полученных в рамках международного проекта сравнения климатических моделей общей циркуляции (КМОЦ) CMIP5 (*Mokhov and Timazhev, 2016*).

Для оценки качества воспроизведения характеристик атмосферных блокингов по расчетам с КМОЦ в (*Mokhov and Timazhev, 2016*) проводилось сравнение меридиональных сезонных распределений повторяемости блокирований по данным реанализа (NCEP/NCAR) и по расчетам для современного периода с ансамблем из 10 КМОЦ: BCC–CSM1, BCC–CSM1(m), GFDL–CM3, GFDL–ESM2G, HadGEM2–ES, IPSL–CM5A–LR, IPSL–CM5A–MR, MIROC–ESM–CHEM, MRI–CGCM3, NorESM1–M. проводилось для разных сезонов, в том числе проводилось Сравнение для зимнего и летнего, с использованием данных реанализа.

На рис. 1 представлены средние для 30-летнего периода 1976–2005 гг. меридиональные распределения повторяемости блокирующих антициклонов в Северном полушарии, полученные с использованием метода, описанного в (*Wiedenmann et al., 2002*), для зимнего и летнего сезонов по данным реанализа NCEP/NCAR и по результатам модельных расчетов для всего анализировавшегося ансамбля из 10 КМОЦ и для ансамбля отобранных «лучших» моделей (*Mokhov and Timazhev, 2016*). “Лучшие” модели отбирались в (*Mokhov and Timazhev, 2016*) по наилучшему воспроизведению частоты блокирований в сравнении с результатами, полученными по данным реанализа.

Согласно рис. 1 современные модели способны адекватно воспроизводить основные особенности, характерные для сезонных меридиональных распределений повторяемости блокирующих антициклонов в Северном полушарии, в том числе максимумов повторяемости в Евро-Атлантическом и Тихоокеанском секторах Северного полушария. Общие особенности сезонных меридиональных распределений блокингов в целом воспроизводятся по результатам ансамблевых модельных расчетов и с использованием других методов их детектирования (*Mokhov and Timazhev, 2016*).

Ансамбль “лучших” моделей определялся по лучшей корреляции с меридиональными сезонными распределениями повторяемости блокирующих антициклонов по данным реанализа. В качестве «лучших» ансамблей для летнего пе-

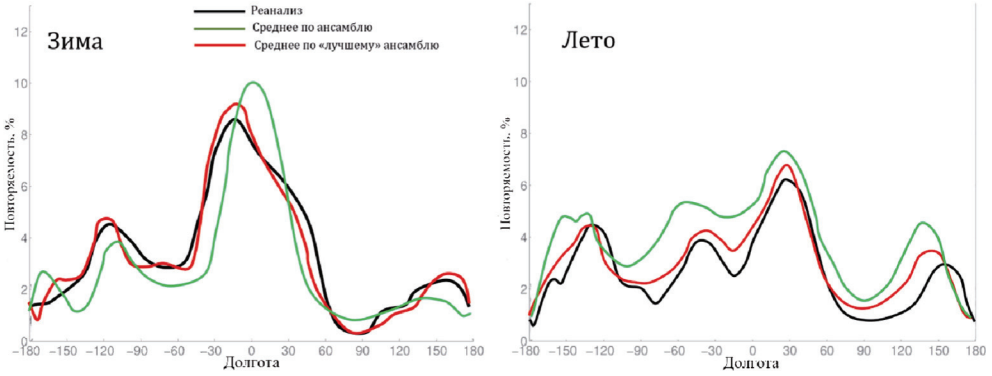


Рис. 1. Средние меридиональные распределения повторяемости блокирующих антициклонов в Северном полушарии зимой и летом для периода 1976–2005 гг. по данным реанализа и по модельным расчетам для всего анализировавшегося ансамбля моделей и для ансамбля отобранных «лучших» моделей

риода были выбраны BCC–CSM1.1, BCC–CSM1.1(m), MRI–CGCM3, NorESM1–M, а для зимнего периода – GFDL–ESM2G, HadGEM2–ES, MRI–CGCM3.

При анализе результатов модельных расчетов для начала 21 века отмечены положительные тренды общей длительности блокирований (число блоко-дней) в Северном полушарии как для летнего, так и для зимнего сезонов при всех анализировавшихся сценариях RCP. В дальнейшем тенденции для общей длительности блокирований в Северном полушарии различается для разных сценариев. При этом отмечена нелинейность изменений длительности блокирований. В течение 21 века в Северном полушарии тренды общей продолжительности зимних и летних блокирований могут несколько раз менять знак. Таким образом, для Северного полушария в целом наблюдается нелинейность изменений длительности блокирования в 21 веке.

На рис. 2 представлены распределения для вероятности блокирований в атмосфере Северного полушария в зависимости от их общей продолжительности для летнего и зимнего сезонов по модельным расчетам с полным ансамблем анализировавшихся моделей и с ансамблями “лучших” моделей с использованием метода, использовавшегося в (*Wiedenmann et al., 2002*): для последних 30 лет 20 века и последних 30 лет 21 века – при сценариях RCP4.5 и RCP8.5. Следует отметить, что для всего Северного полушария при использовании полного ансамбля как для зимы, так и для лета не отмечено значительных изменений в распределении повторяемости общей продолжительности блокирования между концом 20 века и 21 веком для сценариев RCP4.5 (сценарий умеренных антропогенных воздействий) и RCP8.5 (сценарий сильных антропогенных воздействий). Но при использовании «лучших» ансамблей для зимнего периода увеличивается повторяемость случаев длительной (более 45 дней) общей сезонной продолжительности блокирования для сценария RCP4.5, а для сценария RCP8.5 наблюдается общее увеличение сезонной продолжительности блокирования, наиболее заметное для случаев длительного блокирования. Для летнего периода в случае использования «лучшего» ансамбля моделей ситуация наблюдается общее увеличение сезонной продолжительности блокирования как для RCP4.5, так и для RCP8.5.

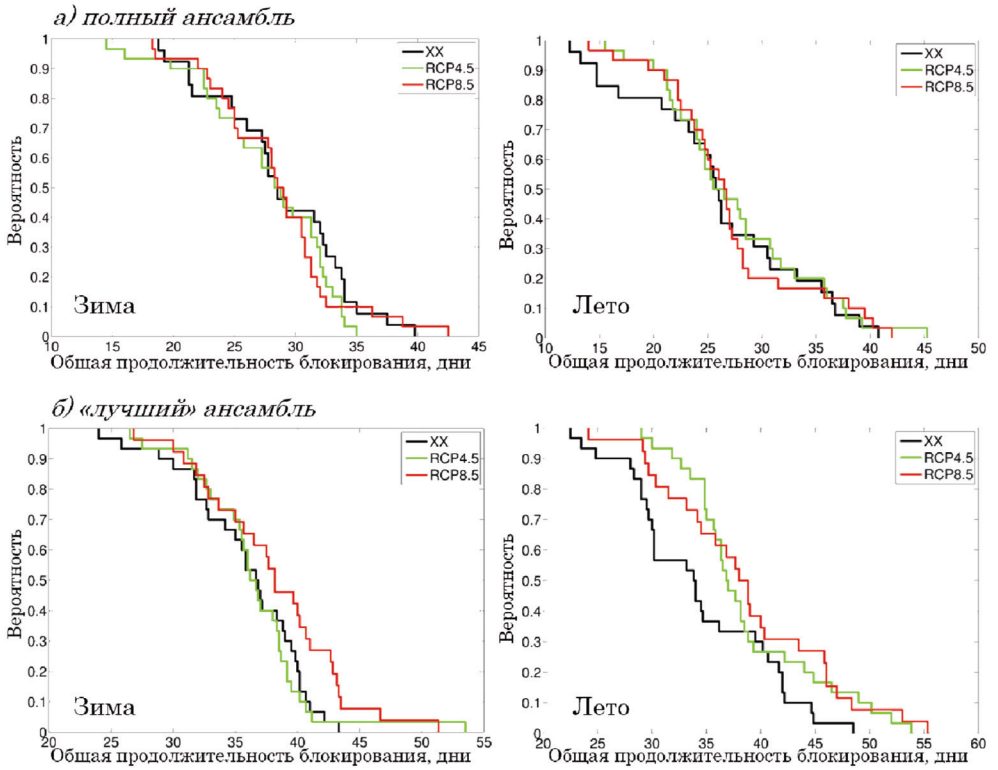


Рис. 2. Модельные оценки вероятности блокирований в Северном полушарии в зависимости от их общей продолжительности в летний и зимний сезоны для полного и «лучшего» ансамблей с использованием метода, использовавшегося в (*Wiedenmann et al., 2002*): для последних 30 лет 20 века и последних 30 лет 21 века – при сценариях RCP4.5 и RCP8.5

Таким образом получено, что изменения продолжительности блокирований в 21 веке при использовании полного ансамбля молей и ансамбля «лучших» моделей ансамблей существенно различаются. По оценкам с использованием полного ансамбля моделей не ожидаются значительные изменения продолжительности блокирований, тогда как по расчетам с ансамблем «лучших» моделей следует ожидать увеличение длительности наиболее продолжительных блокирований в Северном полушарии.

На рис. 3 представлены модельные оценки изменений повторяемости блокирующих антициклонов в конце 21 по отношению к концу 20 века в Евро-Атлантическом (а) и Тихоокеанском (б) секторах Северного полушария для «лучших» ансамблей с использованием методов выделения блокингов описанных в (*Wiedenmann et al., 2002*) – I (*Pelly and Hoskins, 2003*) – II и в (*Bardin et al., 2005*) – III. При этом использовались три версии метода III с различными критериями максимального суточного перемещения антициклона: с суточным смещением не более, чем на 0.5 радиуса антициклона (IIIа), не более, чем на 0.4 радиуса (IIIб) и не более, чем на 0.3 радиуса (IIIв). При использовании ансамблей моделей, лучше описывающих повторяемость блокирующих антициклонов в конце 20 века, при всех анализировавшихся методах выделения блокирующих антициклонов и при

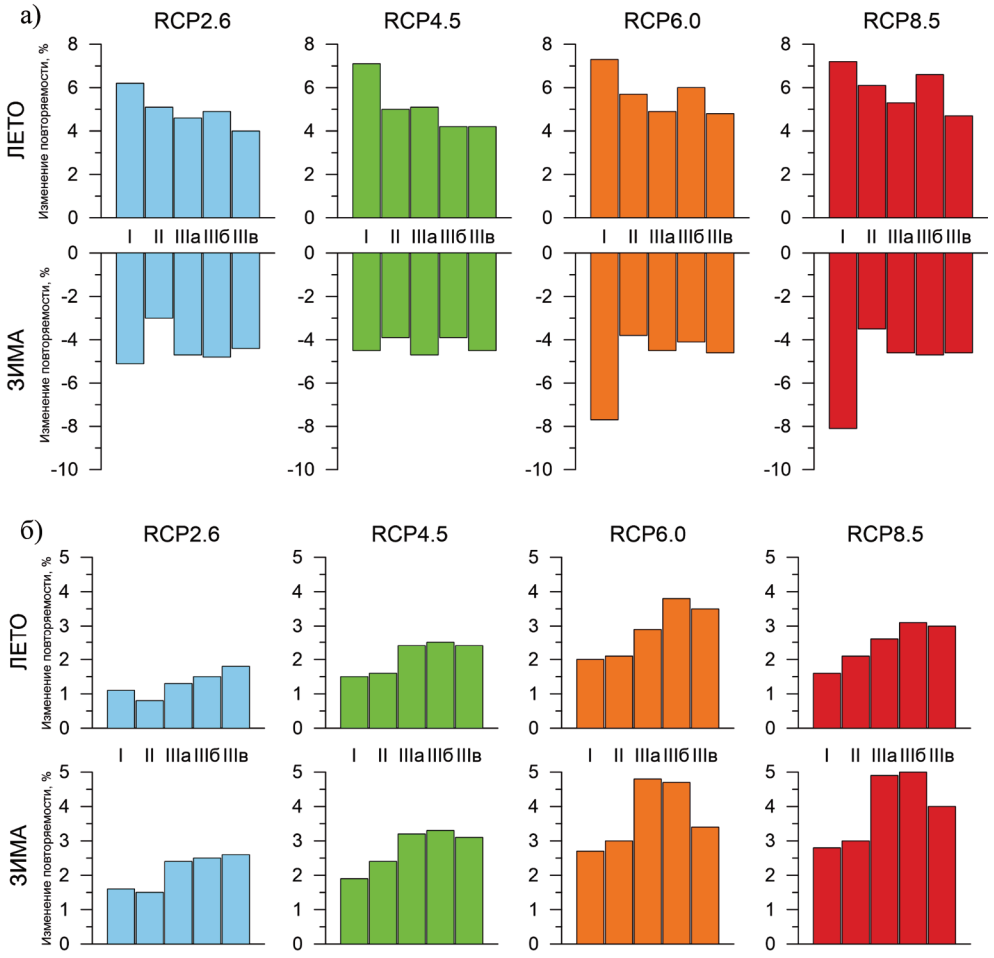


Рис. 3. Изменение повторяемости блокирующих антициклонов в конце 21 в. по отношению к концу 20 века в Евро-Атлантическом (а) и Тихоокеанском (б) секторах Северного полушария для «лучших» ансамблей с использованием методов I, II, III (*а*, *б*, *в*)

всех сценариях RCP получено увеличение повторяемости блокирующих антициклонов к концу 21 века по сравнению с концом 20 века в Тихоокеанском секторе. Для Евро-Атлантического сектора отмечено повышение повторяемости в летний период и понижение в зимний.

Полученные результаты свидетельствуют о целесообразности получения модельных оценок с выделением ансамблей “лучших” моделей. Ранее в (*Dunn-Sigouin and Son, 2013*) по расчетам с общим модельным ансамблем CMIP5 при сценариях RCP для конца 21 века было оценено уменьшение повторяемости блокирующих антициклонов в Северном полушарии по сравнению с концом 20 века. Аналогичные получены в (*Scaife et al., 2010*) для изменений в 21 веке по модельным расчетам с модельным ансамблем CMIP3. При выделении “лучших” моделей” выявляется риск увеличения повторяемости блокингов при потеплении, что не отмечено при анализе ансамбля всех моделей, без специального анализа качества воспроизведения блокингов для современного климата.

4.3. Изменения характеристик внетропических циклонов и антициклонов

При изменениях климата изменяются и режимы циклонической и антициклонической активности в атмосфере (*Climate Change, 2013; ВОД, 2014*). На тенденции изменений вихревой активности в атмосфере внетропических широт влияют различные конкурирующие факторы, по-разному проявляющиеся в различных регионах. В (*Мохов и др., 1992а, б*) были получены первые оценки чувствительности циклонической активности в тропосфере к изменению температурного режима, в частности при полушарном и глобальном потеплении. Согласно полученным модельным оценкам в сопоставлении с результатами эмпирических данных при потеплении в земной климатической системе уменьшение температурного перепада в тропосфере между тропическими и высокими широтами способствует уменьшению скорости генерации вихрей за счет действия механизма бароклинной неустойчивости. При этом уменьшение статической устойчивости атмосферы при общем увеличении вертикального градиента температуры в тропосфере способствует увеличению скорости генерации вихрей (*Мохов и др., 1992а, б*; *Мохов*, *1993*; *Мохов и др., 1993*; *Mokhov et al., 1994*; *Акперов и Мохов, 2013*).

Результаты последующих оценок, в том числе с использованием численных расчетов с климатическими моделями общей циркуляции (КМОЦ) и данных реанализа, подтвердили отмеченную в (*Мохов и др., 1992а, б*) тенденцию общего ослабления повторяемости внетропических циклонов и антициклонов при полушарном и глобальном потеплении в тропосфере (см., напр., (*Акперов и др., 2007а, б; Голицын и др., 2007; Акперов и Мохов, 2013*)). При этом следует ожидать проявление нелинейных и квазициклических особенностей их изменений с существенными региональными различиями. Это связано с изменениями условий бароклинной неустойчивости и статической устойчивости атмосферы при общем потеплении в тропосфере, сопровождающемся выхолаживанием стратосферы и мезосферы, с совместным влиянием разных внутренних квазициклических процессов в климатической системе и внешних естественных и антропогенных воздействий. Согласно (*Climate Change, 2013*) глобальное потепление в связи с увеличением содержания в атмосфере парниковых газов должно приводить к широтному сдвигу треков циклонов в обоих полушариях, что может способствовать увеличению их повторяемости в более высоких широтах Северного полушария.

Количественные характеристики циклонов (антициклонов), их траектории и их изменения по модельным расчетам существенно зависят от методов идентификации атмосферных вихрей (*Trigo, 2006*; *Raible et al., 2008*; *Ulbrich et al., 2009*; *Акперов и Мохов, 2010*; *Neu et al., 2013*; *Ulbrich et al., 2013*). Для сравнения характеристик внетропических циклонов на основе модельных расчетов с использованием разных методов идентификации циклонов и с целью интерпретации различий был организован международный проект IMILAST (Intercomparison of mid latitude storm diagnostics; http://www.proclim.ch/imilast/index.html) (*Neu et al., 2013*; *Ulbrich et al., 2013*). Первый шаг в проекте IMILAST был связан с соответствующей диагностикой с использованием данных реанализа (*Neu et al., 2012*) с последующими оценками изменений циклонической активности при изменениях климата (табл. 1).

Таблица 1. Методы идентификации циклонов, анализировавшиеся в проекте IMILAST

Метод	Ссылка	Параметр интенсивности
M02	*Murray and Simmonds, 1991*; *Pinto et al., 2005*	MSLP min. (локальный минимум в поле приземного давления)
M08	*Trigo, 2006*	MSLP min. (локальный минимум в поле приземного давления)
M09	*Serreze, 1995*; *Wang et al., 2006*; *Wang et al., 2012*	MSLP min. (локальный минимум в поле приземного давления)
M10	*Murray, Simmonds, 1991*; *Simmonds et al., 2008*	MSLP min. (локальный минимум в поле приземного давления)
M12	*Zolina, Gulev, 2002*; *Rudeva, Gulev, 2007*	MSLP min. (локальный минимум в поле приземного давления)
M14	*Kew et al., 2010*	Z850 min. (локальный минимум в поле изобарической поверхности 850 гПа)
M15	*Blender et al., 1997*; *Raible et al., 2008*	Z1000 min. (локальный минимум в поле изобарической поверхности 1000 гПа)
M16	*Lionello et al., 2002*	MSLP min. (локальный минимум в поле приземного давления)
M20	*Wernli, Schwierz, 2006*	MSLP min. (локальный минимум в поле приземного давления)
M21	*Inatsu, 2009*	Z850 Vort. (локальный минимум в поле относительной завихренности на уровне 850 гПа)
M22	*Акперов и др., 2007*; *Голицын и др., 2007*; *Акперов и Мохов, 2010*	MSLP min. (локальный минимум в поле приземного давления)

На рис. 1 представлено среднее для периода 1961–2000 гг. пространственное распределение повторяемости внетропических циклонов (среднее для ансамбля использовавшихся в рамках IMILAST 11 методов детектирования вихрей) для зимы (декабрь–февраль) (*Ulbrich et al., 2013*). Для пространственного распределения повторяемости циклонов проявляются максимумы повторяемости над Северной Атлантикой и Тихим океаном (см., напр., (*Hoskins and Valdes, 1990*)). Различия в повторяемости циклонов, полученных на основе большинства методов, сравнительно малы. Сопоставление пространственных распределений повторяемости внетропических циклонов на основе численных расчетов с КМОЦ с данными реанализа ERA-Interim свидетельствует о достаточно высокой их корреляции при использовании большинства анализировавшихся методов. На рис. 1б показано пространственное распределение повторяемости интенсивных циклонов (*Ulbrich et al., 2013*). Пространственные распределения повторяемости интенсивных циклонов, детектированных разными методами в целом подобны. Различия повторяемости интенсивных циклонов разными методами оценены в диапазоне от 4–7 %. Заметные различия отмечены для продолжительности жизни циклонов.

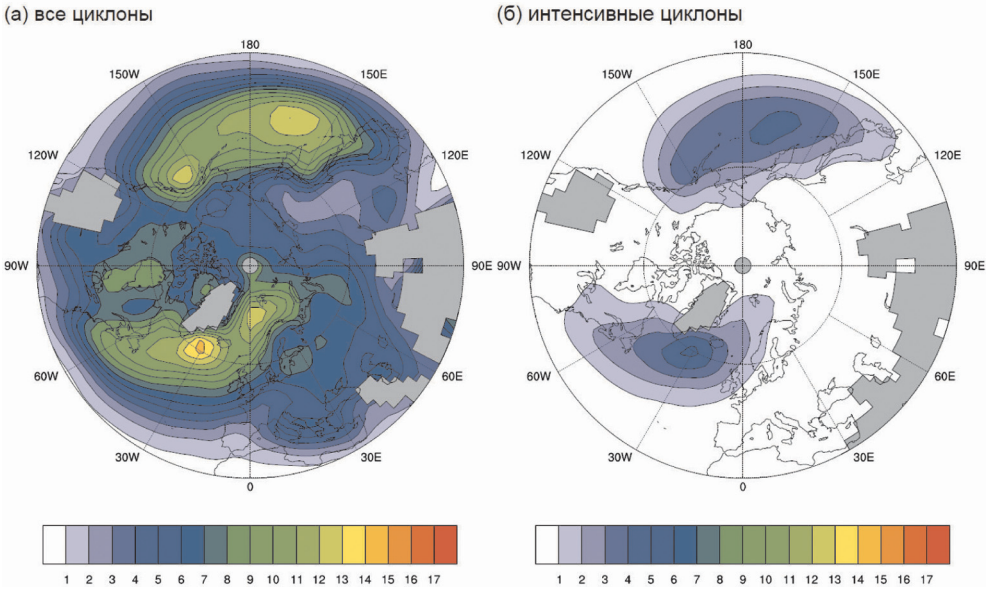


Рис. 1. Средняя повторяемость внетропических зимних циклонов, детектированных разными методами по модельным расчетам для периода 1961–2000 гг.: а) для всех циклонов; б) для интенсивных циклонов (*Ulbrich et al., 2013*)

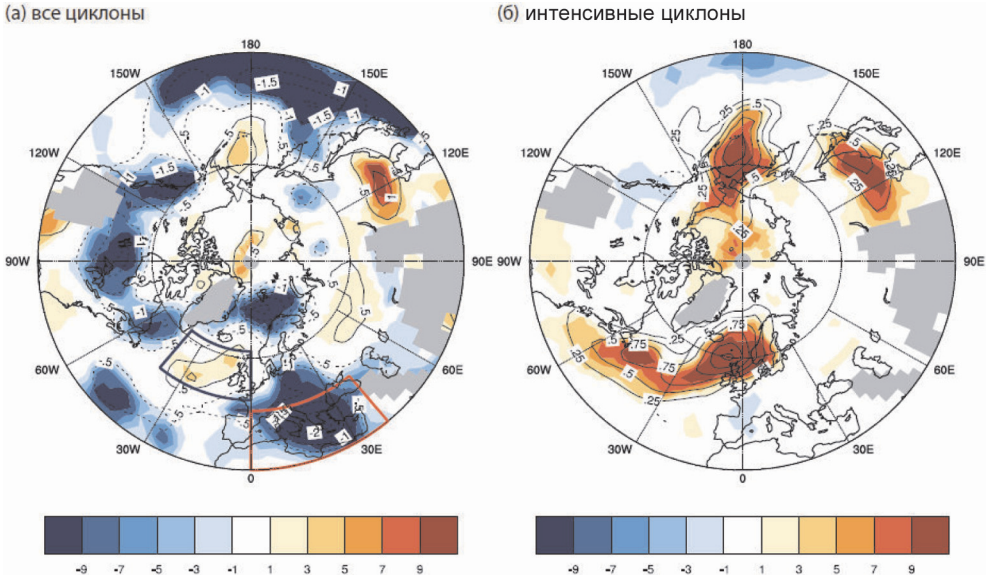


Рис. 2. Изменения повторяемости всех (а) и только интенсивных (б) циклонов в 2061–2100 гг. по сравнению с 1961–2000 гг., отмечено также количество методов идентификации циклонов, выявляющих статистически значимые изменения (*Ulbrich et al., 2013*)

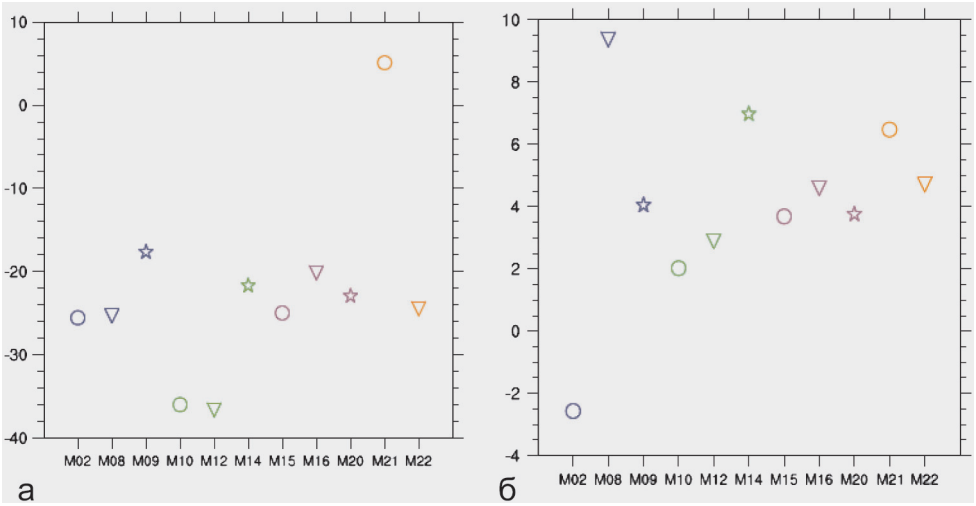


Рис. 3. Относительные изменения числа циклонов (%), определенные разными методами (ось абсцисс) по модельным расчетам для периода 2061–2100 гг. (относительно периода 1961–2000 гг.) для Средиземноморского региона (30–45° с.ш., 0–40° в.д.) (а) и для Северной Атлантики (48–62° с.ш., 0–40° з.д.) (б) (*Ulbrich et al., 2013*)

Для анализа изменений характеристик циклонов в (*Ulbrich et al., 2013*) сравнивались два 40-летних периода: 1961–2000 гг. и 2061–2100 гг. (рис. 2). При этом использовались расчеты с КМОЦ ECHAM5/OM1 при сценарии умеренных антропогенных воздействий SRES A1B. Оценка значимости результатов (на уровне значимости 95%) определялась с помощью теста Стьюдента.

Пространственные изменения повторяемости циклонов, детектированных разными методами, в целом близки. Отмечены области существенного уменьшения повторяемости циклонов. На рис. 2 красным цветом выделены границы средиземноморского региона (30–45° с.ш., 0–40° в.д.), для которого изменения повторяемости циклонов оценены в диапазоне от –(16–38)% (рис. 3а). Существенное уменьшение повторяемости циклонов отмечено также над Баренцевым и Гренландским морями, в средней Атлантике и Северной Америке – от -10% до -20%. Увеличение повторяемости циклонов отмечено над азиатскими регионами, в районе Берингова пролива, в восточной части Северной Атлантики. Изменения в регионе Северной Атлантики (48–62N, 0–40W) с границей, выделенной на рис. 2 синим цветом, отмечены в диапазоне от -3% до 9%, при этом уменьшение повторяемости циклонов выявляется только одним из 11 методов (рис. 3б). Изменения в этом регионе связаны с интенсивными циклонами, которые по-разному идентифицируются разными методами. Для интенсивных циклонов в Северной Атлантике, изменения оценены в диапазоне от 20–35%. Сильный разброс в повторяемости циклонов связан с мелкими циклонами. Различия между характеристиками циклонов отмечаются над западной частью Гренландии, где с использованием ряда методов отмечается увеличение повторяемости циклонов и уменьшение с использованием других методов.

Пространственные особенности трендов изменений повторяемости циклонов с использованием различных методов их идентификации сравнивались в (*Neu et*

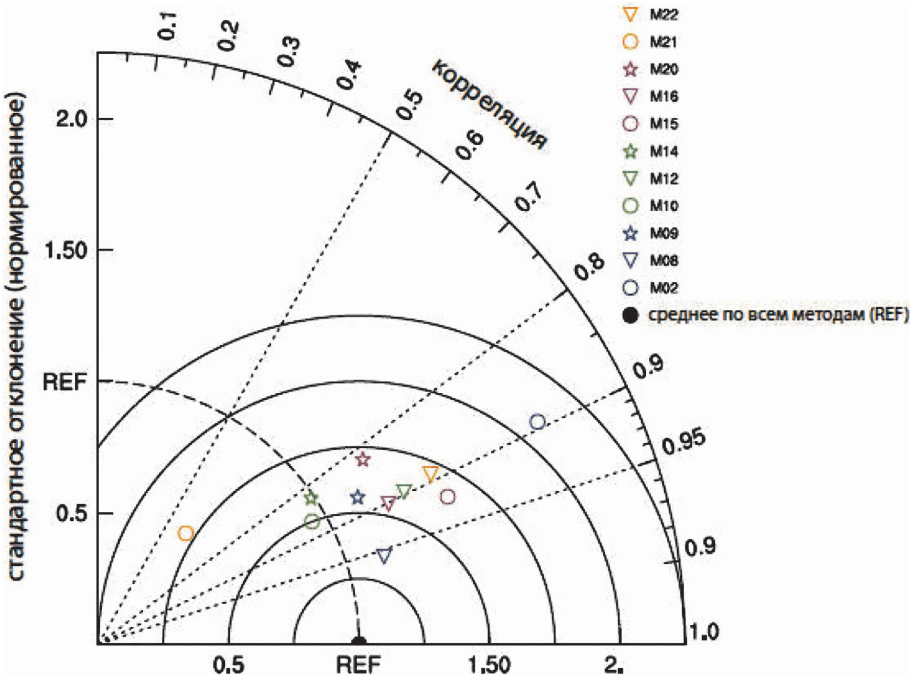


Рис. 4. Диаграмма Тейлора, характеризующая пространственную корреляцию для изменений повторяемости циклонов в среднем для ансамбля методов и для каждого метода в отдельности (*Ulbrich et al., 2013*)

al., 2013) со средним по ансамблю методов (рис. 4). В целом получены высокие коэффициенты пространственной корреляции. Отмечается статистически значимое увеличение количества интенсивных циклонов над Северным полушарием, в том числе с максимумами над Алеутскими островами, над восточной Атлантикой.

На рис. 5 представлено широтно-долготное распределение количества циклонов со временем жизни не менее 3 дней по данным реанализа NCEP/NCAR и КМОЦ IPSL CM4 для холодного и теплого сезонов. Основные зоны циклогенеза достаточно хорошо воспроизводятся с помощью КМОЦ IPSL CM4 для холодного сезона. Что касается летнего сезона, то здесь существуют различия в Средиземноморско-Европейском регионе на основе результатов расчетов с КМОЦ IPSL CM4 (рис. 5). Следует отметить, что количество циклонов, полученных на основе данной модели, меньше, чем на основе реанализа NCEP/NCAR в целом для СП.

На рис. 6 приведены функции распределения количества внетропических циклонов СП в зависимости от их времени жизни в целом за год и для разных сезонов на основе данных NCEP/NCAR реанализа и результатов расчетов с КМОЦ IPSL CM4. По данным NCEP/NCAR реанализа для внетропических широт СП для периода 1981–2000 гг. в целом и для зимы идентифицируется на 25% больше циклонов, чем на основе результатов расчетов с КМОЦ IPSL CM4. Летом на основе данных NCEP/NCAR реанализа выявляется на 41% больше циклонов, чем на основе расчетов с КМОЦ IPSL CM4.

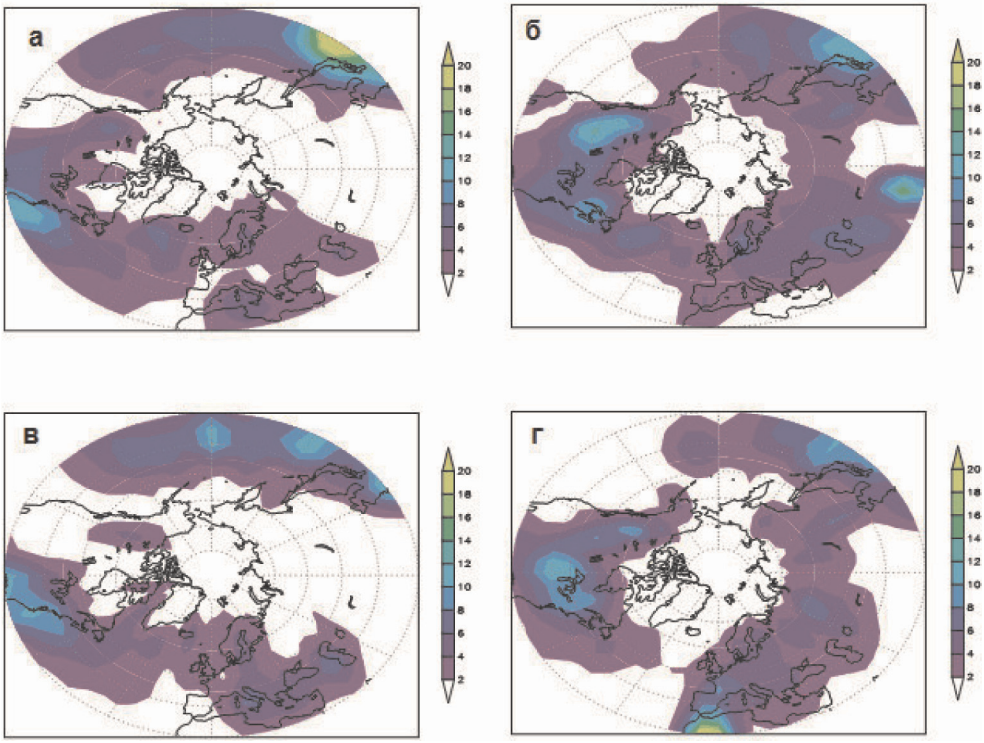


Рис. 5. Пространственное распределение повторяемости внетропических циклонов СП со времени жизни более 3 дней по данным реанализа NCEP/NCAR (а, в) и по модельным расчетам с КМОЦ IPSL CM4 (б, г) для зимы (а, б) и лета (б, г) для периода 1981–2000 гг. (*Ulbrich et al., 2013*)

Функции распределения количества внетропических циклонов СП для отдельных сезонов и в целом за год в зависимости от средней интенсивности $\delta P_ц$ по данным NCEP/NCAR реанализа и расчетам с КМОЦ IPSL CM4 для периода 1981–2000 гг. приведены на рис. 7.

Для внетропических циклонов, полученных на основе данных NCEP/NCAR реанализа для периода 1981–2000 гг., максимальные значения интенсивности в году достигают 40 гПа в целом, для зимнего сезона – 35 гПа и для летнего сезона – 20 гПа. Для циклонов, идентифицированных на основе результатов расчетов с КМОЦ для того же периода, максимальные значения интенсивности соответствуют 35 гПа в целом за год и зимой и до 20 гПа летом.

Доля циклонов со средней за время жизни интенсивностью не более 10 гПа составляет около 2/3 (65%) от общего количества, определенного на основе NCEP/NCAR реанализа, а на основе результатов расчетов с КМОЦ IPSL CM4 несколько меньше – 57%. Для зимы – 53% на основе NCEP/NCAR реанализа и 50% по результатам расчетов с КМОЦ IPSL CM4, а для лета – 63% и 53%, соответственно.

Функции распределения количества циклонов в зависимости от их характерного размера (радиуса) в целом за год и для отдельных сезонов по данным NCEP/NCAR реанализа и результатам расчетов с КМОЦ IPSL CM4 представлены

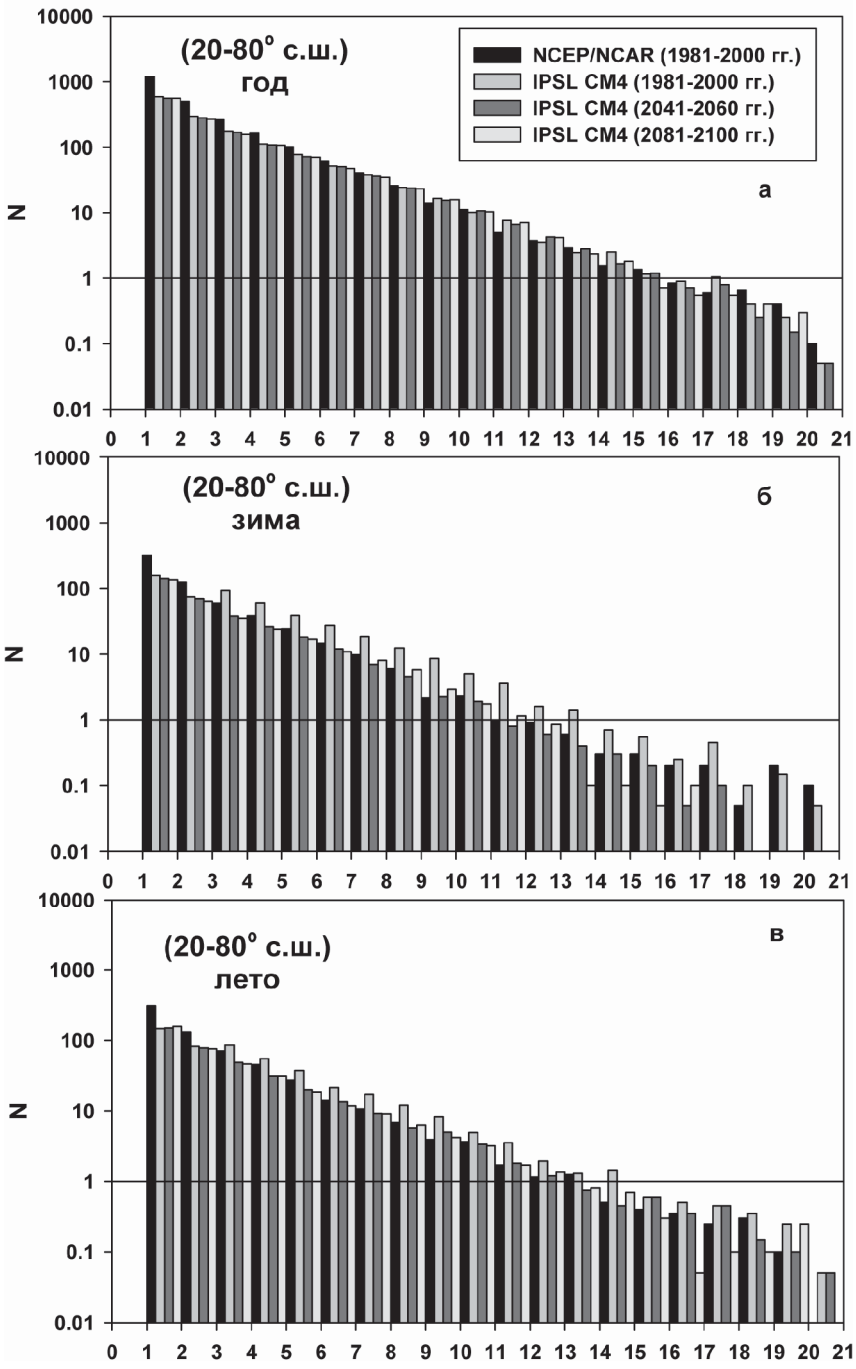


Рис. 6. Распределение количества внетропических циклонов СП в зависимости от времени жизни в среднем за год (а) и для различных сезонов (б, в) для разных временных интервалов в течение 1981–2100 гг. по расчетам КМОЦ IPSL CM4 (при сценарии SRES A2 для 21 века) в сравнении с оценками по данным NCEP/NCAR реанализа

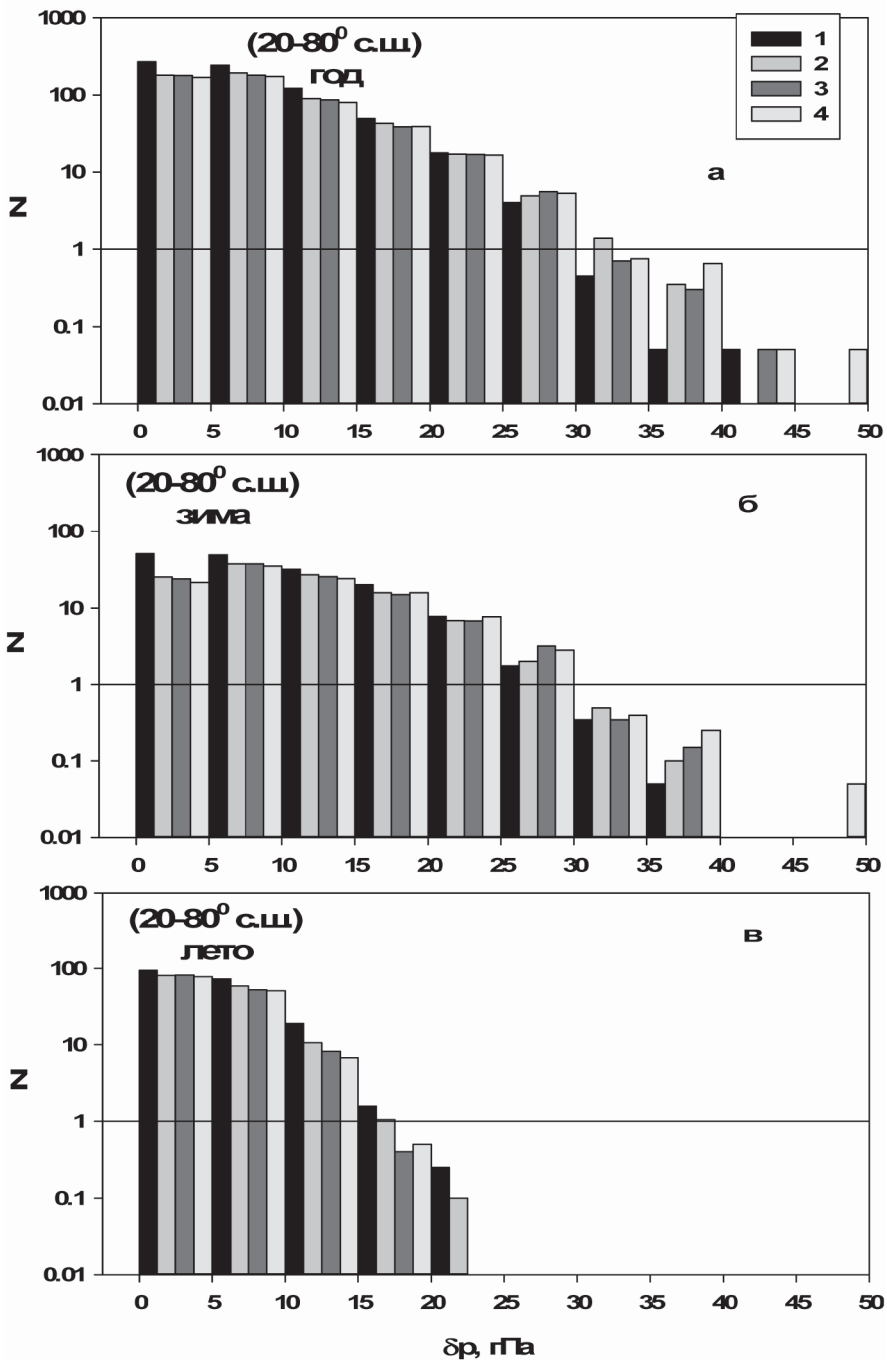


Рис. 7. Распределение числа внетропических циклонов в зависимости от средней интенсивности (перепада давления) в среднем за год (а) и для различных сезонов (б, в) для разных временных интервалов в течение 1981–2100 гг. по расчетам КМОЦ IPSL CM4 (при сценарии SRES-A2 для 21 века) в сравнении с оценками по данным NCEP/NCAR реанализа

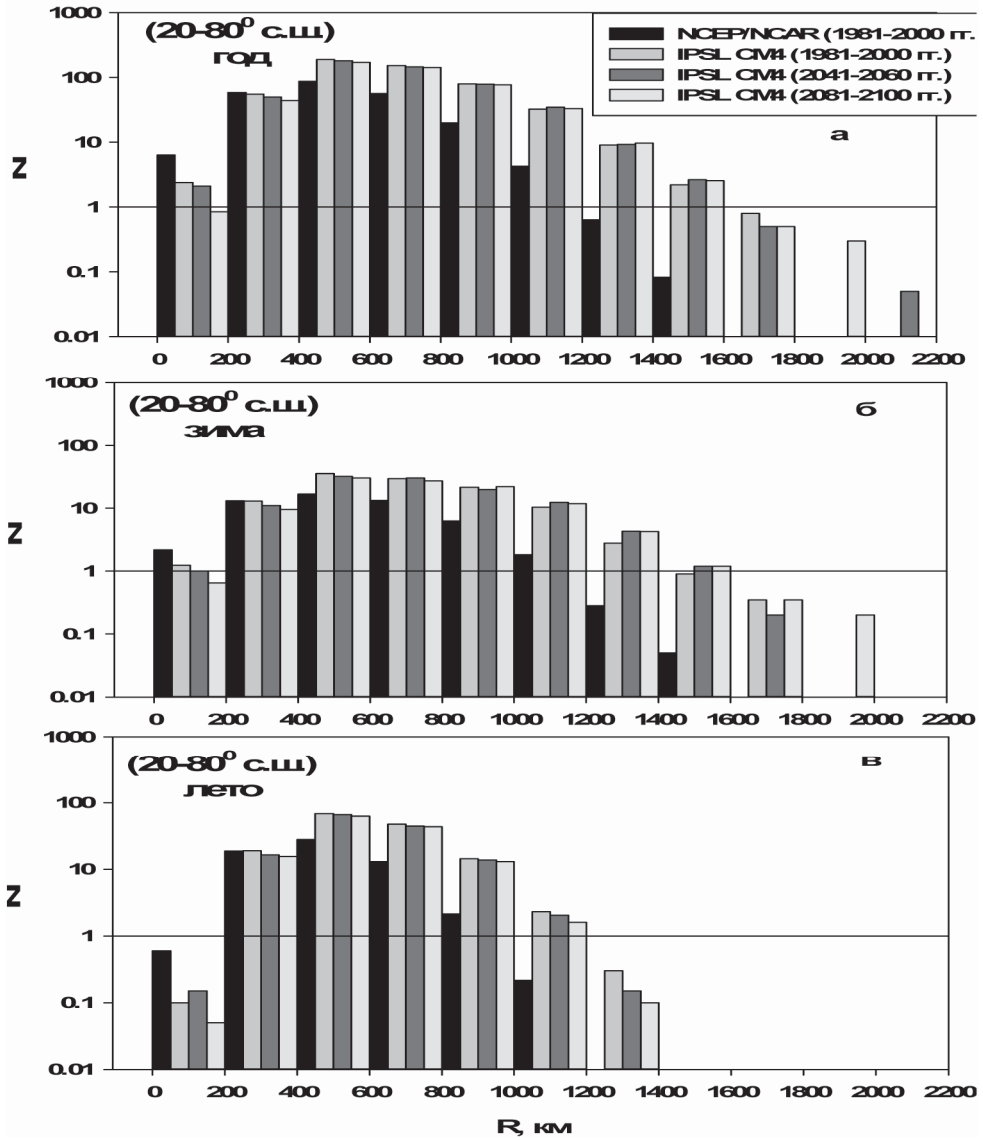


Рис. 8. Распределение числа внетропических циклонов в зависимости от средних размеров в среднем за год (а) и для различных сезонов (б, в) для разных временных интервалов в течение 1981–2100 гг. по расчетам КМОЦ IPSL CM4 в сравнении с оценками по данным NCEP/NCAR реанализа

на рис. 8. Внетропические циклоны, детектированные по расчетам с КМОЦ IPSL CM4, характеризуются в целом большими размерами по сравнению с полученными на основе данных реанализа, что можно связать с более детальным разрешением данных реанализа. Для периода 1981–2000 гг. циклонов с размерами до 600 км по данным NCEP/NCAR реанализа идентифицируется на 52% больше в СП, чем по модельным расчетам в целом за год. Для зимы по данным NCEP/

NCAR реанализа идентифицируется на 48% больше циклонов в СП, а для лета на 61% больше, чем по модельным расчетам.

Отмечается значительное уменьшение количества циклонов на юге Европы, в восточной части Тихого океана и Северной Америки и около Гренландии в холодный сезон. Значительное увеличение происходит над Японским морем в области Куросио, в западной части Тихого океана, в центральной части Северной Америки. Аналогичные результаты были получены в работе (*Loptien et al., 2008*). Однако в отличие от работы (*Loptien et al., 2008*), где использовался сценарий SRES A1B, в данной работе используется более сильный сценарий SRES-A2.

В таблице 2 представлены оценки изменений (в %) количества циклонов внетропических широт СП в среднем за год и для различных сезонов по расчетам с КМОЦ IPSL CM4 (при сценарии SRES A2) для двух периодов: I – (2041–2060 гг.) – (1981–2000 гг.) гг. и II – (2081–2100 гг.) – (1981–2000 гг.). Выделены значимые изменения, для оценки значимости (на 95%-уровне значимости) изменений параметров внетропических циклонов применялся t-критерий Стьюдента.

Таблица 2. Изменения (%) количества внетропических циклонов в СП в среднем за год и для различных сезонов с использованием расчетов с КМОЦ IPSL CM4 при сценарии для разных периодов (выделены значимые изменения)

сезон/год		**%**
зима	I: 2041–2060 гг. – 1981–2000 гг.	-2.5
	II: 2081–2100 гг. – 1981–2100 гг.	**-6.5**
лето	I: 2041–2060 гг. – 1981–2000 гг.	**-5.7**
	II: 2081–2100 гг. – 1981–2100 гг.	**-9.9**
год	I: 2041–2060 гг. – 1981–2000 гг.	**-3.9**
	II: 2081–2100 гг. – 1981–2100 гг.	**-8.4**

Для СП в целом за год и для лета отмечено статистически значимое уменьшение количества внетропических циклонов к середине (2041–2060 гг.) и к концу 21 века (2081–2100 гг.). Для СП в целом к концу 21 века количество внетропических циклонов в году уменьшается относительно конца 20 века на 8%, а к середине века на 4%. Наиболее сильные изменения отмечены для лета – около -10% к концу века, около -6% к середине века. Для зимы значимое уменьшение отмечено лишь к концу века – около 6%.

В целом оценки, полученные по расчетам с КМОЦ IPSL CM4 (с уменьшением количество внетропических циклонов в СП в 21 веке на 8% при увеличении глобальной приповерхностной температуры на 3 К) соответствуют оценкам, полученным на основе данных реанализа и с использованием концептуальной модели в (*Акперов и Мохов, 2010*).

При изменениях климата проявляются различные тенденции изменения количества внетропических циклонов в зависимости от их интенсивности. По расчетам с КМОЦ IPSL CM4 при сценарии SRES A2 к концу 21 века отмечено значимое уменьшение годового количества циклонов СП с интенсивностью до 20 гПа (а также для теплого и холодного сезонов). При этом для зимних циклонов с интенсивностью от 20 до 30 гПа отмечено увеличение их количества, а с интенсивностью от 30 до 35 гПа – уменьшение. Для наиболее интенсивных циклонов СП (с интенсивностью более 35 гПа) получено увеличение их количества зимой и в целом за год (рис. 9).

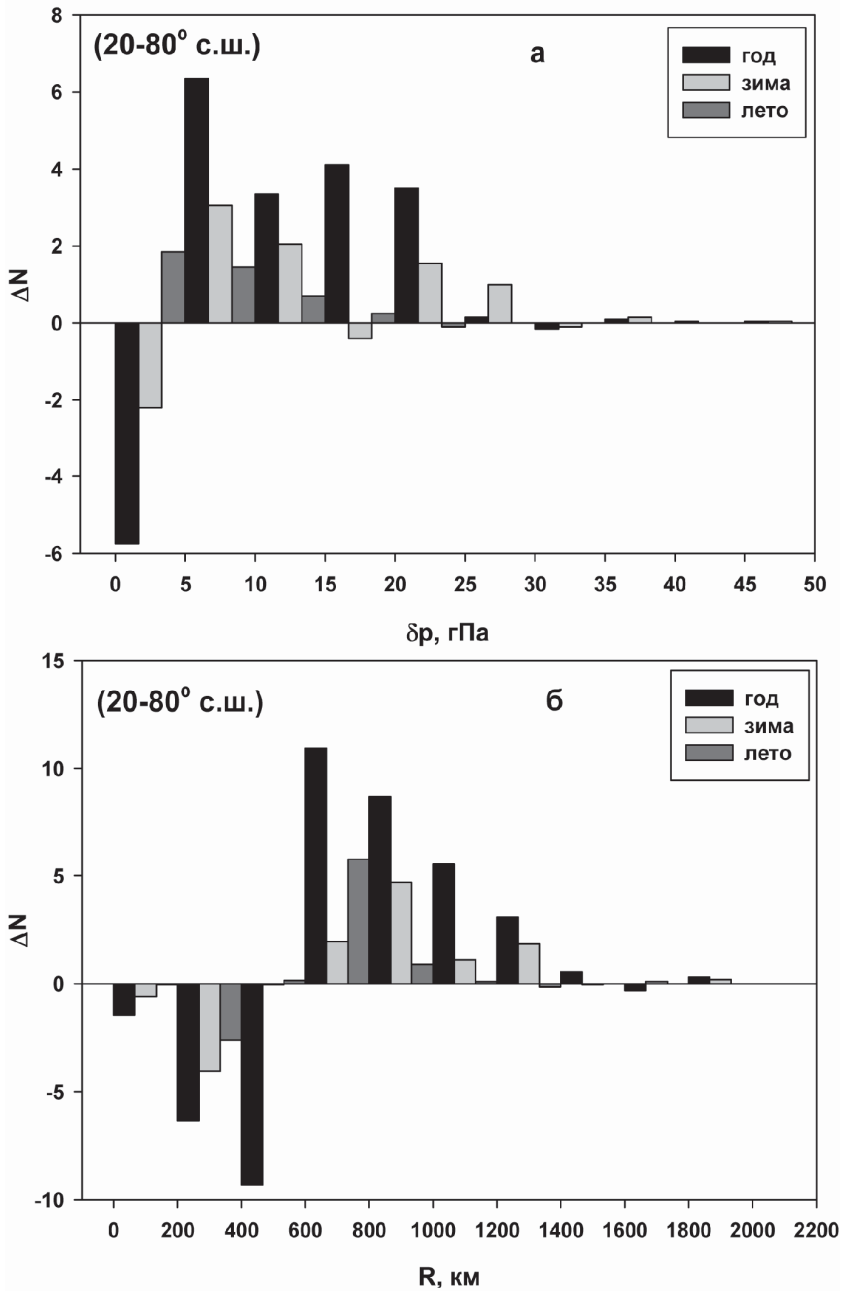


Рис. 9. Изменения числа внетропических циклонов СП к концу 21 века (2081–2100 гг.) относительно конца 20 века (1981–2000 гг.) на основе расчетов с КМОЦ IPSL CM4 при сценарии SRES-A2 в зависимости от их интенсивности (а) и размеров (б)

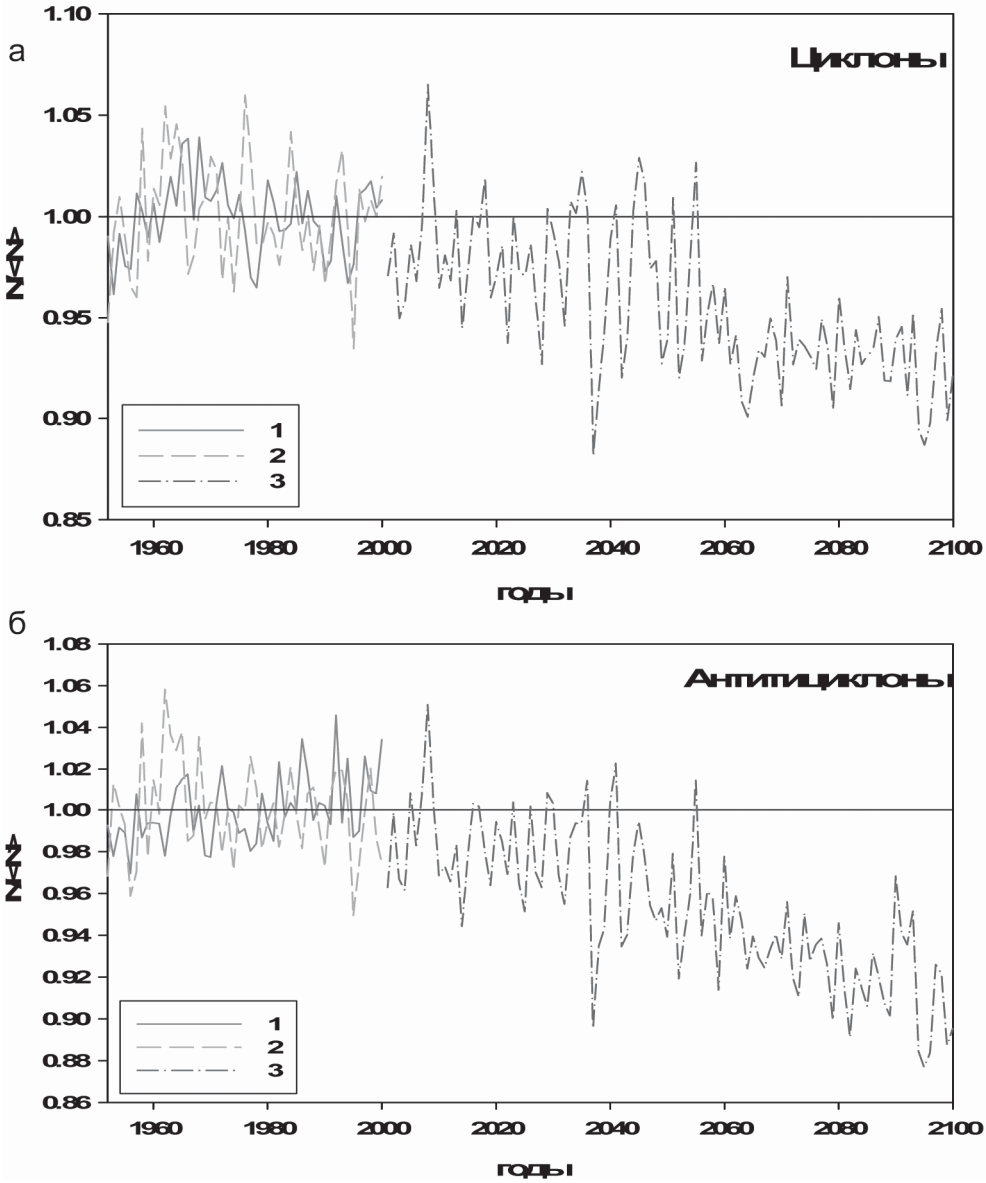


Рис. 10. Межгодовые изменения числа внетропических циклонов (а) и антициклонов (б) СП (20–80° с.ш.) по данным реанализа NCEP/NCAR (1) и по расчетам с КМОЦ ИВМ (2, 3) при сценарии SRES-A2 для 21 века. Нормировано на средние значения для периода 1961–1990 гг.

На рис. 10 представлены межгодовые изменения нормированного числа циклонических (а) и антициклонических особенностей (б) для периода 1952–2000 гг., определявшихся для каждых полусуток, по данным NCEP/NCAR реанализа и по расчетам с моделью ИВМ при антропогенном сценарии SRES-A2 для 21 века.

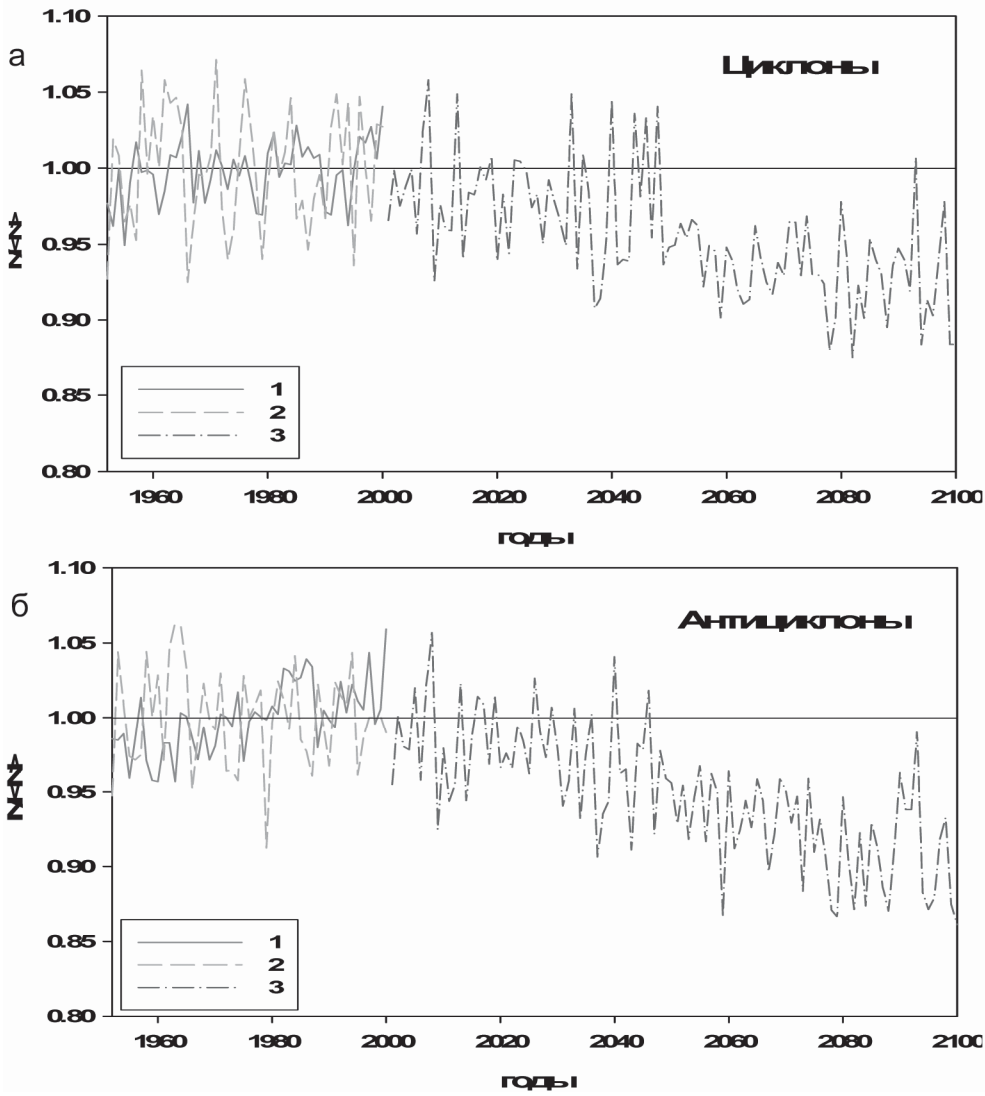


Рис. 11. Межгодовые изменения числа внетропических циклонов (а) и антициклонов (б) СП для теплого сезона по данным реанализа NCEP/NCAR (1) и по расчетам с КМОЦ ИВМ (2, 3) при сценарии SRES-A2 для 21 века. Нормировано на средние значения для периода 1961–1990 гг.

Статистически значимых изменений числа циклонов для 20 века как по данным NCEP/NCAR, так и по расчетам с КМОЦ ИВМ, не отмечено. В целом общее количество циклонов в атмосфере внетропических широт Северного полушария изменяется в пределах 10% общего количества по данным реанализа и в пределах 15%, по модельным расчетам для второй половины 20 века. По модельным расчетам для 21 века количество циклонов по сравнению с концом 20 века уменьша-

ется на 5%. При этом в разные периоды проявляются тенденции роста и уменьшения количества циклонов.

Для внетропических антициклонов по данным реанализа для 20 века выявлен небольшой рост их числа, при этом по модельным расчетам тенденций изменений не выявлено. Для 21 века по модельным расчетам выявляется уменьшение количества антициклонов на 5% по сравнению с 20 веком. Различия в количестве атмосферных внетропических вихрей по данным реанализа и по модельным расчетам могут быть связаны с различным пространственным разрешением данных.

Рис. 11 демонстрирует межгодовые изменения для теплого сезона (апрель-сентябрь) нормированного числа циклонов и антициклонов. Отмечается общее увеличение количества циклонов на 8% для второй половины 20 века как по данным реанализа, так и по модельным расчетам. По модельным расчетам в течение 21 века при сценарии SRES-A2 количество циклонов уменьшается на 10% в теплый период года. При этом количество антициклонов во второй половине 20 века увеличивается на 10% по данным реанализа, а по модельным расчетам уменьшается на 5%. К концу 21 века количество антициклонов по модельным расчетам уменьшается на 15%.

На рис. 12 представлены межгодовые изменения нормированного числа циклонов и антицицклонов для холодного сезона (октябрь–март). Отмечена тенденция к понижению на 2% количества циклонов по данным реанализа и на 5% по модельным расчетам для второй половины 20 века. В 21 веке по данным модели отмечено уменьшение числа циклонов на 20%. Для антициклонов для второй половины 20 века по данным реанализа изменений не выявлено. По результатам модельных расчетов количество антициклонов во второй половине 20 века уменьшается на 3%. В 21 веке для теплого периода года, наблюдается уменьшение количества антициклонов на 10%, главным образом, во второй половине этого столетия.

Статистически значимых изменений числа циклонов для 20 века как по данным NCEP/NCAR, так и по расчетам с КМОЦ ИВМ, не отмечено. В целом общее количество циклонов в атмосфере внетропических широт Северного полушария изменяется в пределах 10% общего количества по данным реанализа и в пределах 15%, по модельным расчетам для второй половины 20 века. По модельным расчетам для 21 века количество циклонов по сравнению с концом 20 века уменьшается на 5%. При этом в разные периоды проявляются тенденции роста и уменьшения количества циклонов.

Общее число антициклонов и циклонов в анализировавшемся архиве составляет свыше миллиона. Их кумулятивные распределения в зависимости от параметра, характеризующего энергию, представлены на рис. 13а, б. Линейность зависимости $\lg N(\geq \delta p^2)$ соответствует экспоненциальному распределению. Проявляется разный ход хвостов функций распределений для мощных вихрей. Для циклонов их повторяемость спадает быстрее экспоненты, а для антициклонов спадание медленнее экспоненты. Первое обстоятельство можно считать благоприятным для общества, поскольку с очень интенсивными циклонами обычно связаны различные аномальные явления (сильные ветры, аномальные осадки). Результаты анализа свидетельствуют, что их вероятность падает быстрее экспоненты. Второе обстоятельство неблагоприятно.

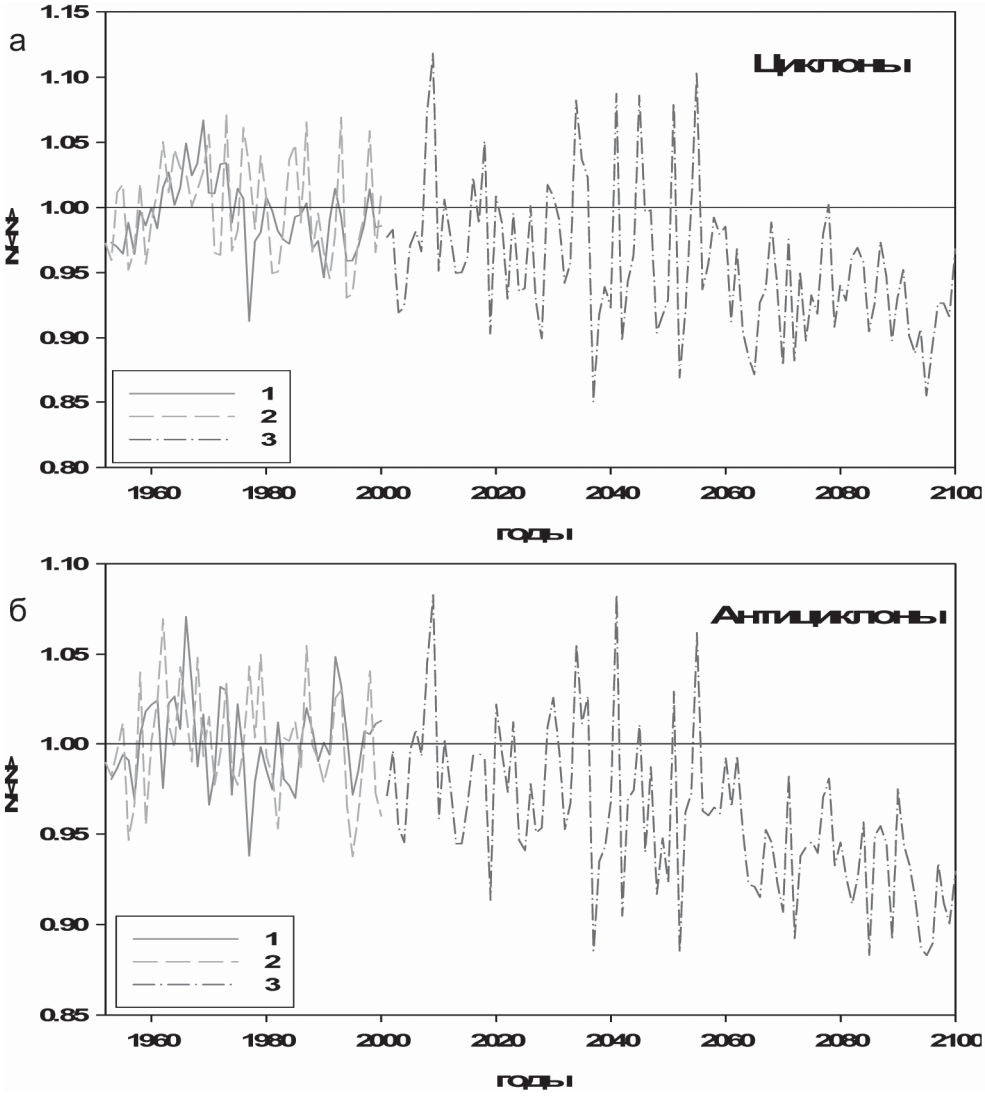


Рис. 12. Межгодовые изменения числа внетропических циклонов (а) и антициклонов (б) СП (20–80º с.ш.) для холодного сезона по данным реанализа NCEP/NCAR (1) и по расчетам с КМОЦ ИВМ (2, 3) при сценарии SRES-A2 для 21 века. Нормировано на средние значения для периода 1961–1990 гг.

На рис. 14а, б представлены кумулятивные распределения числа внетропических атмосферных вихрей СП в зависимости от их площади для периодов 2050–2100 гг. (1) и 1952–2000 гг. (2): а) для циклонов, б) для антициклонов по расчетам с КМОЦ ИВМ РАН при сценарии SRES-A2 для 21 века.

В последние годы широко используются расчеты в рамках международного проекта CMIP5 с ансамблями КМОЦ при сценариях антропогенных воздействий семейства RCP (Representative Concentration Pathways) для 21 века (2006–2100 гг.), а также исторического сценария (HIST) для периода до 2005 гг.

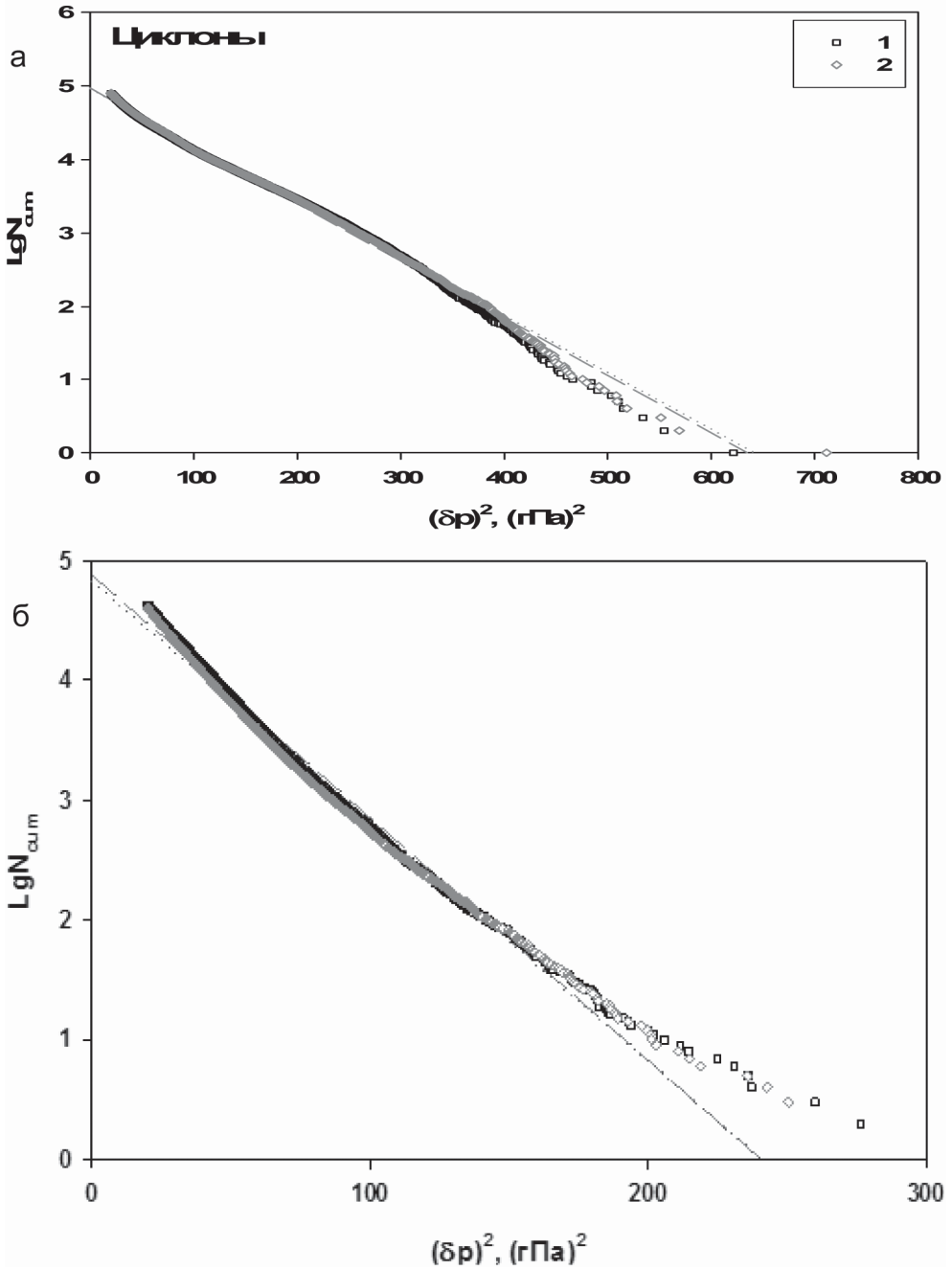


Рис. 13. Кумулятивные распределения числа внетропических атмосферных вихрей СП в зависимости от квадрата их интенсивности $(\delta p)^2$ (характеристики энергии вихря) для периодов 2050–2100 гг. (1) и 1952–2000 гг. (2): а) для циклонов, б) для антициклонов по расчетам с КМОЦ ИВМ РАН при сценарии SRES-A2 для 21 века

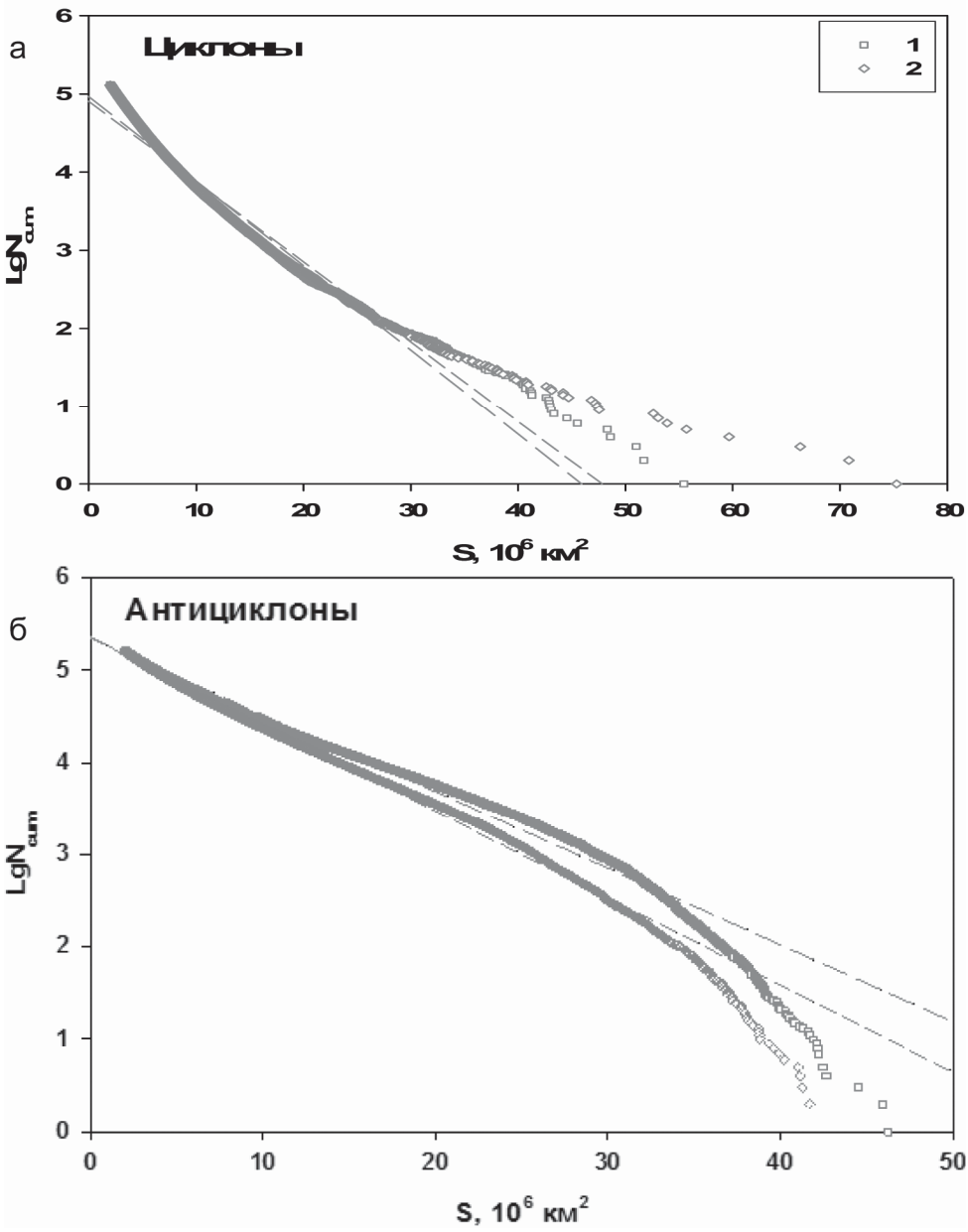


Рис. 14. Кумулятивные распределения числа внетропических атмосферных вихрей СП в зависимости от их площади для периодов 2050–2100 гг. (1) и 1952–2000 гг. (2): а) для циклонов, б) для антициклонов по расчетам с КМОЦ ИВМ РАН при сценарии SRES-A2 для 21 века

На рис. 15 представлены межгодовые изменения повторяемости числа зимних (а) и летних (б) циклонов СП для периода 1961–2100 гг. по расчетам с разными КМОЦ при историческом сценарии HIST для периода 1961–2005 гг. и сценарии

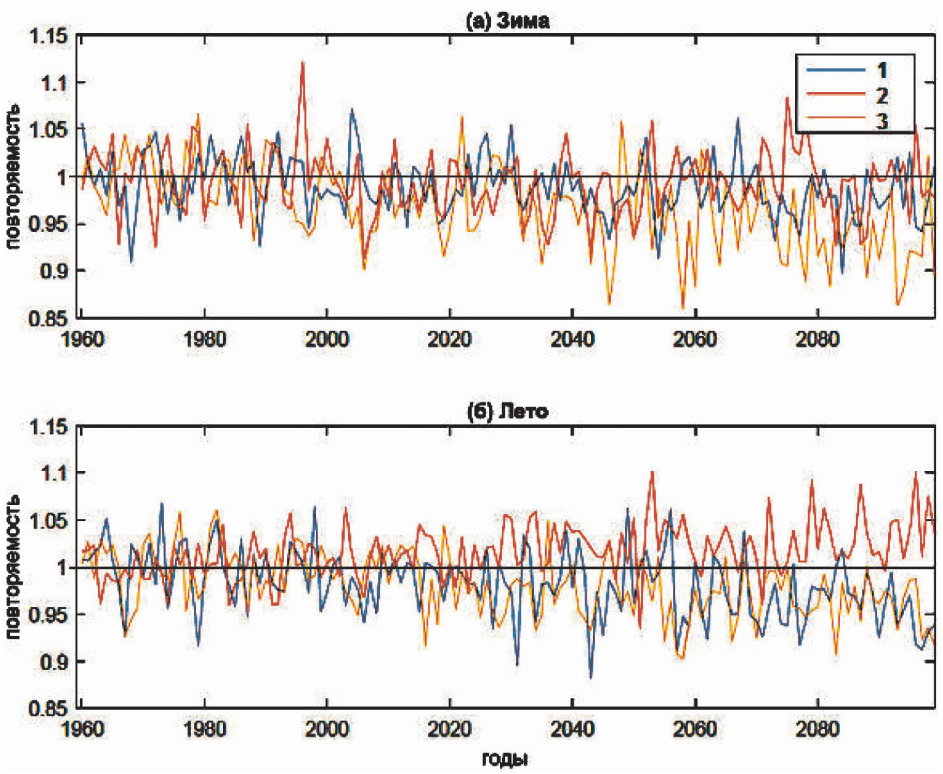


Рис. 15. Межгодовые изменения повторяемости зимних (а) и летних (б) внетропических циклонов СП (нормированной на среднее значение для периода 1961–1990 гг.) по расчетам с КМОЦ INM (1), MPI (2) и IPSL (3) при сценарии RCP 4.5 для 21 века

RCP 4.5 с умеренными антропогенными воздействиями для периода 2006–2100 гг. Для анализа циклонов и антициклонов использовались результаты расчетов с КМОЦ Института вычислительной математики РАН (INM) (*Володин и др., 2010*), института Макса Планка MPI-ESM-LR (MPI) (*Giorgetta et al., 2013*) и французской модели IPSL-CM5-LR (IPSL) для 6 часовых полей атмосферного давления на уровне моря в полосе широт 20–80º с.ш., интерполированные на сетку 2.5×2.5 градуса.

Зимой отмечается незначимое изменение повторяемости циклонов к концу 21 века по данным всех модельных расчетов. По данным модельных расчетов данные изменения варьируются от -5% (IPSL) до -1% (MPI). Летом лишь две модели (INM и IPSL) показывают уменьшение повторяемости циклонов к концу 21 века (около -4%). Повторяемость циклонов по данным модельных расчетов с MPI увеличивается на 2.5%. Данное увеличение связано с увеличением мелких циклонов по данным модельных расчетов.

Межгодовые изменения повторяемости числа антициклонов для периода 1961–2100 гг. по модельным расчетам для зимы (а) и лета (б) показаны на рис. 16. Для зимы, так и для лета модели показывают уменьшение повторяемости антициклонов к концу 21 века. При этом для зимы эти значения варьируются в пределах от -5% (MPI) до -3% (IPSL). Летом все модели показывают изменения около -4%.

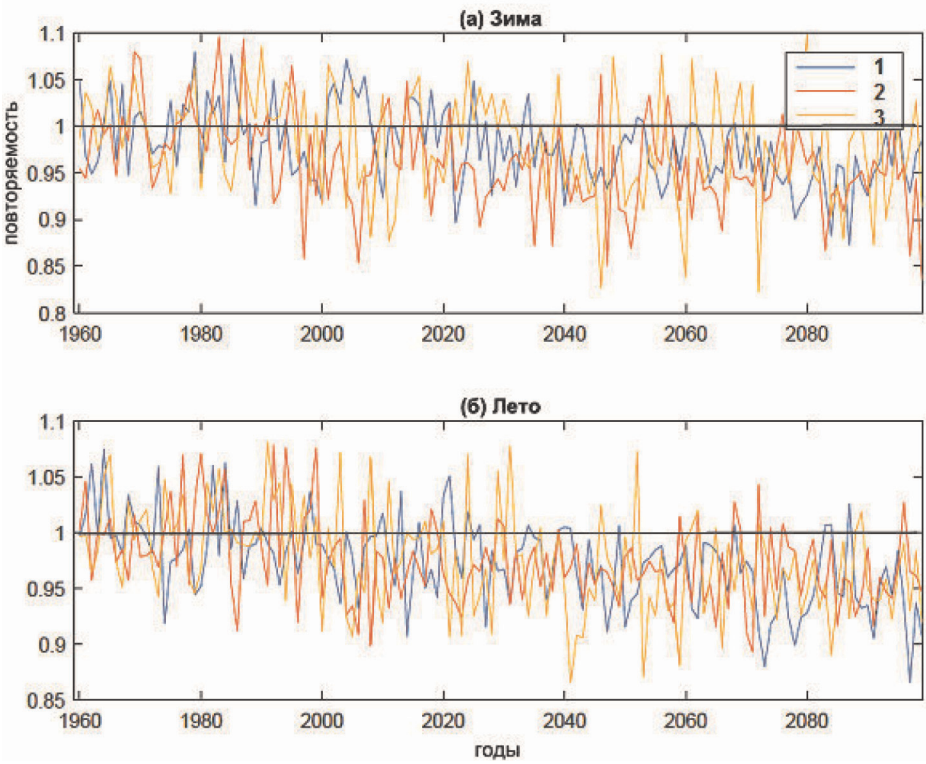


Рис. 16. Межгодовые изменения повторяемости зимних (а) и летних (б) внетропических антициклонов СП (нормированной на среднее значение для периода 1961–1990 гг.) по расчетам с КМОЦ INM (1), MPI (2) и IPSL (3) при сценарии RCP 4.5 для 21 века

По модельным расчетам рассчитаны плотности упаковки циклонов и антициклонов на полусфере (20–80 с.ш.). Циклоны занимают в среднем около 14% площади полусферы Земли (плотность упаковки вихрей), антициклоны – 22% в среднем за год. Зимой плотность упаковки циклонов на полусфере составляет около 12%, а летом – 16%. Завышение плотности упаковки циклонов летом, возможно, связана с достаточно большой повторяемостью мелких летних циклонов. Плотность упаковки антициклонов на полусфере зимой составляет 23%, а летом – 21%.

Плотность упаковки циклонов зимой несколько уменьшается к концу 21 века по модельным расчетам с КМОЦ MPI (-1%) и IPSL (-2%), а по расчетам с КМОЦ INM – статистически незначимо увеличивается (около -0.2%). Летом для всех трех КМОЦ отмечено уменьшение плотности упаковки циклонов в диапазоне от -4% (INM) до -3% (IPSL). Для антициклонов по расчетам с КМОЦ MPI и INM отмечено слабое увеличение плотности упаковки антициклонов к концу 21 века зимой и летом. При этом по расчетам с КМОЦ IPSL отмечено некоторое уменьшение плотности упаковки антициклонов к концу 21 века зимних на -2%. Летом слабое уменьшение получено по расчетам с КМОЦ MPI (менее 1%).

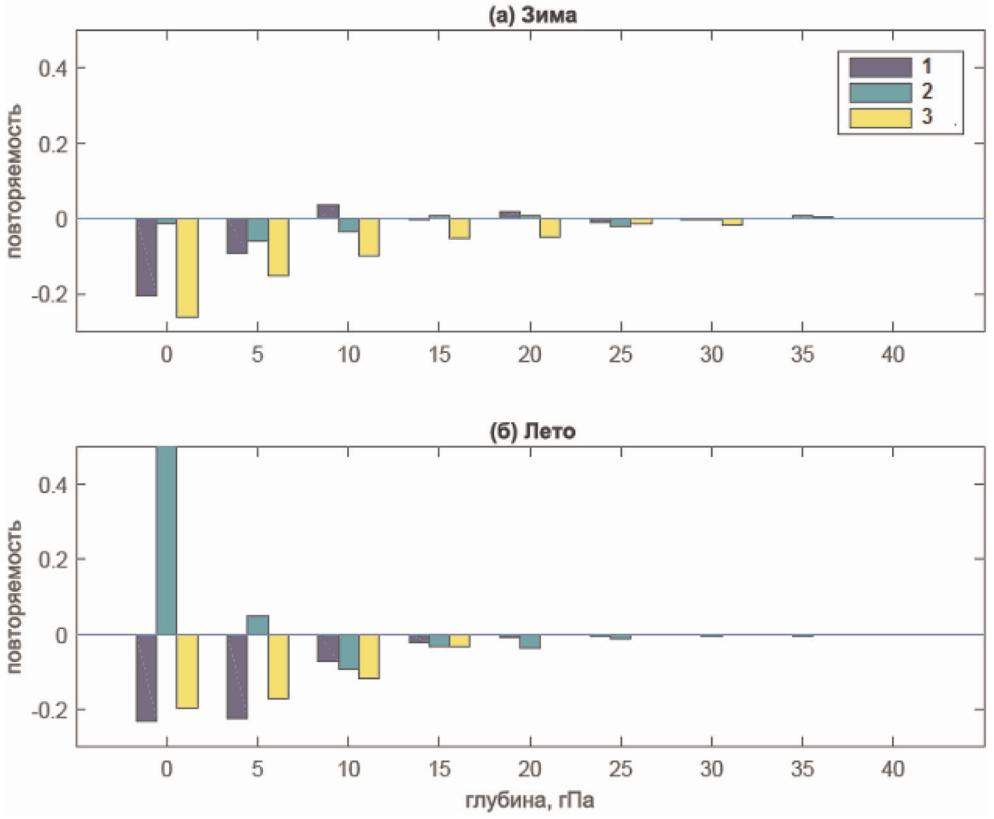


Рис. 17. Изменения повторяемости зимних (а) и летних (б) внетропических циклонов СП в зависимости от их интенсивности (глубины) для периода 2061–2100 гг. относительно периода 1961–2000 гг. при сценарии RCP 4.5 по расчетам с КМОЦ INM (1), MPI (2) и IPSL (3)

На рис. 17 и рис. 18 отмечены изменения повторяемости зимних и летних циклонов и антициклонов в зависимости от их глубины (интенсивности) в 21 веке относительно 20 века. В целом для зимних циклонов отмечается уменьшение повторяемости циклонов и антициклонов практически для всего диапазона интенсивностей (глубины) циклонов. Для летних циклонов лишь модель MPI показывает увеличение малоинтенсивных (до 5 гПа) циклонов к концу 21 века, тогда как остальные – уменьшение. Также отмечается уменьшение повторяемости летных антициклонов практически для всего диапазона изменений их глубины.

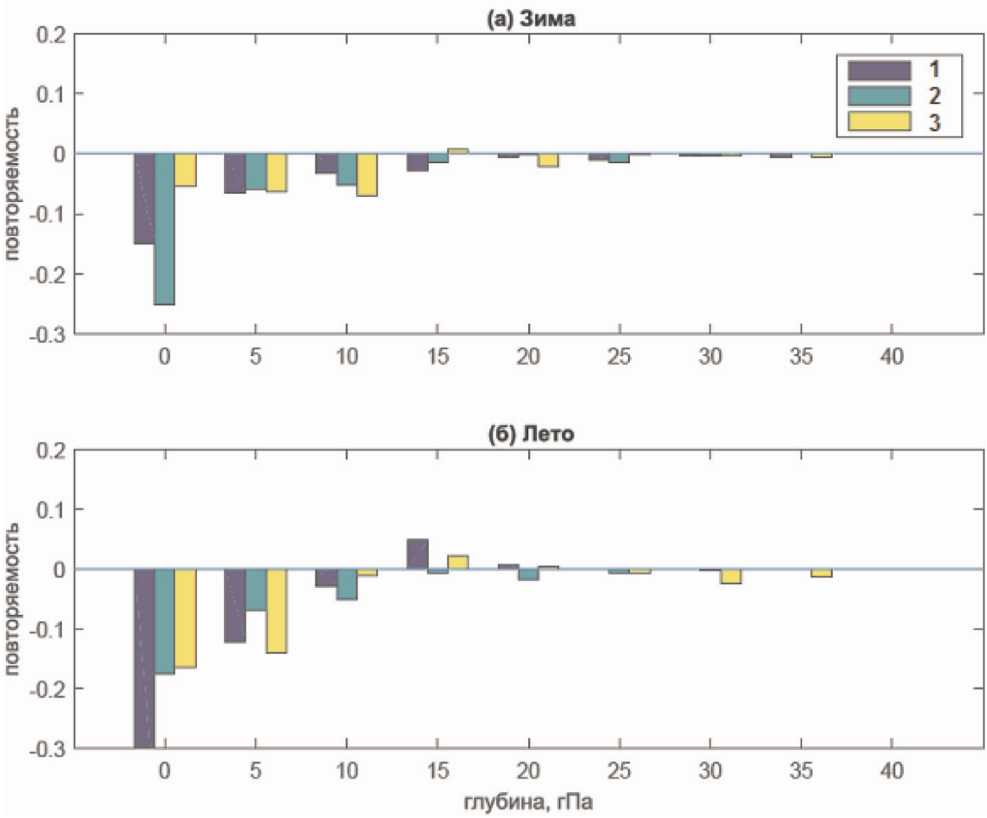


Рис. 18. Изменения повторяемости зимних (а) и летних (б) внетропических антициклонов СП в зависимости от их интенсивности (глубины) для периода 2061–2100 гг. относительно периода 1961–2000 гг. при сценарии RCP 4.5 по расчетам с КМОЦ INM (1), MPI (2) и IPSL (3)

4.4. Тропические циклоны: тенденции изменений

При глобальном потеплении с увеличением температуры поверхности океана (ТПО) в тропиках высок риск усиления активности тропических циклонов (ТЦ), с которыми связаны сильнейшие последствия (*Climate Change, 2007*, *2012*, *2013*). Согласно модельным исследованиям ожидаемые изменения активности ТЦ сильно коррелируют с соответствующими изменениями ТПО. Существенно отметить, что по данным для последних десятилетий проявляются значимые тренды увеличения количества ТЦ, трансформирующихся во внетропические циклоны (*Мохов и др., 2014а*). При этом неопределенность оценок региональных и глобальных тенденций по данным наблюдений и модельным расчетам очень большая.

В (*Climate Change, 2013*) тенденция увеличения активности интенсивных ТЦ по данным наблюдений в целом оценена низкой степенью достоверности, хотя в отдельных регионах вероятна. При этом вклад антропогенных воздействий в наблюдаемые изменения и для возможных изменений в начале 21 века (2016–2035 гг.) также оценен низкой степенью достоверности, а в конце 21 века (2081–2100 гг.) – более вероятен, чем отсутствие (больше 50%). Ранее в (*Climate Change, 2007*) вероятность влияния глобальных изменений климата, связанных с антропогенными воздействиями, на интенсивность ТЦ оценена больше 50% (более вероятно, чем отсутствие), а к концу XXI века – не менее 66% (вероятно).

Неопределенность оценок тенденций характеристик активности тропических циклонов, в том числе их частоты и интенсивности, связана с неопределенностью влияния естественной изменчивости, относительно короткими рядами данных измерений, качеством исторических данных (*Climate Change, 2013*). Следует отметить, что разные модельные оценки возможных изменений региональных режимов ТЦ существенно различаются. При этом достоверность региональных оценок ТЦ в целом меньше, чем глобальных (*Climate Change, 2012*).

Ряд модельных оценок свидетельствует об общем увеличении интенсивности мощных ТЦ при глобальном потеплении и уменьшении частоты ТЦ (см., напр., (*Climate Change, 2013*; *Knutson et al., 2010*)). При этом в связи с увеличением влагоемкости атмосферы при потеплении (с учетом соотношения Клапейрона-Клазиуса) следует ожидать увеличение интенсивности осадков из-за ТЦ. Уменьшение частоты ТЦ можно связать, в частности, с изменениями процессов глубокой конвекции в низких широтах при глобальном потеплении (*Bengtsson et al., 2007*; *Emanuel et al., 2008*; *Zhao et al., 2009*; *Held and Zhao, 2011*). В ряде модельных расчетов получено увеличение частоты интенсивных ТЦ в отдельных регионах при глобальном потеплении в XXI веке, хотя отмеченные изменения не всегда значимы. Согласно (*Climate Change, 2013*) несколько более надежны модельные оценки для тропических регионов Северного полушария (СП) – в Атлантике (САО) и на северо-западе Тихого океана (СЗТО) с более вероятным увеличением частоты интенсивных ТЦ, чем его отсутствие.

В последние годы получены оценки тенденций изменения активности ТЦ с использованием результатов ансамблевых расчетов с климатическими моделями в рамках международного проекта CMIP5 при различных сценариях возможных антропогенных воздействий для 21 века (*Villarini and Vecchi, 2012*; *Camargo, 2013*; *Emanuel, 2013*; *Tory et al., 2013*; *Rathmann et al., 2014*; *Tang and Camargo,*

2014; *Knutson et al., 2015*; *Zhang et al., 2017*). Наряду подтверждением ранее полученных оценок тенденций изменения активности ТЦ по расчетам с использованием модельных расчетов в рамках CMIP5 получены также существенные отличия. Так, например, согласно (*Dwyer et al., 2015*) по модельным расчетам в рамках CMIP5 с применением техники даунскейлинга (для повышения детализации расчетов) в большинстве регионов сезон ТЦ к концу XXI века (при сценарии сильных антропогенных воздействий RCP 8.5) увеличивается, тогда как по модельным расчетам в рамках CMIP3 (при сценарии умеренных антропогенных воздействий SRES A1B) становится немного короче.

Наибольшая активность ТЦ отмечается в СЗТО – в среднем около 25 ТЦ ежегодно (*Неушкин и др., 2012*). В среднем 10 из них ежегодно проникает во внетропические широты, в том числе в российские регионы на Дальнем Востоке (*Мохов и др., 2014а*). При этом доля ТЦ, проникающих во внетропические широты в СЗТО значимо растет в последние десятилетия – на 3% за 10 лет (*Мохов и др., 2014а*). Согласно оценкам (*Emanuel, 2013*) с использованием ансамблевых модельных расчетов в рамках CMIP5 при сценарии RCP 8.5и техники даунскейлинга наибольшее увеличение активности ТЦ ожидается в XXI веке именно для СЗТО. Стоит отметить, что в (*Dwyer et al., 2015*) для СЗТО (единственного региона, для которого согласуются оценки изменения частоты ТЦ почти для всех анализировавшихся моделей в рамках CMIP5) оценивается заметное укорочение сезона ТЦ в 21 веке.

В (*Zhang and Wang, 2017*) возможные изменения активности ТЦ в СЗТО оценены по расчетам с региональной моделью высокого разрешения с использованием расчетов глобальных климатических изменений на основе ансамбля моделей CMIP5 при сценариях антропогенных воздействий RCP 4.5 и RCP 8.5 для 21 века. Результаты не выявили значимого изменения частоты ТЦ в СЗТО к концу 21 века при сценарии RCP 4.5. Это было связано с уменьшением частоты в западной части СЗТО и увеличением ее в восточной части этого региона. При более агрессивном антропогенном сценарии RCP 8.5, несмотря на рост частоты ТЦ в восточной части СЗТО, в целом для этого региона частота ТЦ уменьшается к концу XXI века – из-за значительного уменьшения частоты в западной части СЗТО. Будущие изменения в местах генезиса ТС и скорости трансляции модулируют время жизни ТС и Согласно полученным результатам завихренность в нижнем слое тропосферы и вертикальная скорость в средней тропосфере способствуют уменьшению индекса, характеризующего потенциал формирования ТЦ в западной части СЗТО. Отмечено также, что уменьшение частоты ТЦ в западной части СЗТО связано с изменением муссонного режима.

В (*Li et al., 2010*) по модельным расчетам при сценарии умеренных антропогенных воздействий в XXI веке отмечено существенное смещение области активной генерации ТЦ в тропических широтах Тихого океана. Уменьшение количества ТЦ в СЗТО при потеплении сопровождается увеличением количества ТЦ в центральной части Тихого океана в тропиках. Выявлено, что это связано не с изменением статической устойчивости атмосферы, а с изменением динамического режима в атмосфере, в частности вертикального сдвига ветра. Отмечено, что при глобальном потеплении ослабляются пассатные ветры в тихоокеанском регионе в связи как с общим потеплением, так и с уменьшением зональных градиентов температуры поверхности океана. В западной части Тихого океана ослаб-

ление циркуляции Уокера приводит к ослаблению муссонных осадков в СЗТО. Изменение муссонного режима приводит к изменению сдвига ветра и к изменению, в результате, частоты ТЦ (*Li et al., 2010*).

В САО активность ТЦ существенно слабее, чем в СЗТО – в среднем около 11 ТЦ ежегодно (*Неушкин и др., 2012*). В среднем 5 из них ежегодно проникает во внетропические широты (*Мохов и др., 2014а*). При этом количество ТЦ в САО значимо растет в последние десятилетия – в среднем почти на 1 ТЦ за 10 лет (*Мохов и др., 2014а*). В 1970-х гг. в САО отмечалось в среднем около 8 ТЦ в год, из них около 4 ТЦ трансформировались во внетропические, а в 2003–2012 гг. – в среднем около 16 ТЦ, из которых около 7 трансформировались во внетропические. По оценкам (*Emanuel, 2013*) в САО также ожидается заметное увеличение активности ТЦ при потеплении в XXI веке, хотя и более слабое, чем в СЗТО.

В (*Emanuel, 2013*) для конца XXI века оценено значительное увеличение интенсивности и частоты ТЦ в тропических широтах по ансамблевым модельным расчетам в рамках CMIP5 при агрессивном антропогенном сценарии (RCP 8.5). Отмечены значительные различия с соответствующими оценками по ансамблевым модельным расчетам в рамках CMIP3 при умеренном антропогенном сценарии (SRESA1B) с существенно более слабым в целом увеличения интенсивности и общем уменьшении частоты ТЦ. Следует отметить, что использование техники даунскейлинга позволяет повысить детализацию результатов расчетов, но при этом учитываются не все климатические обратные связи.

4.5. Полярные мезоциклоны: тенденции изменений

При изменениях климата, наиболее сильно проявляющихся в высоких широтах, изменяются и условия формирования интенсивных полярных мезоциклонов (polar lows) – ПМЦ. ПМЦ формируются в холодный период года при натекании холодного арктического воздуха на свободную ото льда относительно теплую морскую поверхность (*Harley, 1960; Harrold and Browning, 1969; Mullen, 1979; Reed, 1979; Rasmussen, 1981; Ese, 1988; Emanuel and Rotunno, 1989; Turner et al., 1993; Луценко, 1999; Mokhov and Priputnev, 2001; Mokhov and Akperov, 2003; Rasmussen and Turner, 2003; Condron et al., 2006; Mokhov, 2006; Мохов и др., 2007; Zahn and von Storch, 2008; Луценко и Лагун, 2010; Kolstad, 2011; Голицын, 2012; Луценко и Лагун, 2013; Заболотских и др., 2015; Akperov and Mokhov, 2016; Акперов и др., 2017*). Особенности циклогенеза над относительно теплой водой отмечались еще в (*Bergeron, 1954*). Повышенные межширотные температурные контрасты в приводном атмосферном слое при существенном проникновении теплых океанических течений в высокие широты в сочетании с интенсивным тропосферным переносом создают в холодные сезоны условия для развития бароклинной неустойчивости, в частности в Арктике. При этом существенную роль при формировании ПМЦ, наряду с бароклинной неустойчивостью, играют конвективные процессы. Активность ПМЦ при климатических изменениях зависит, в частности, от изменения режима морских льдов, условий бароклинной неустойчивости и статической устойчивости в атмосфере.

Согласно результатам численных расчетов с климатическими моделями в 21 веке происходит сдвиг границ кромок льда, холодных вторжений и циклонической активности в более высокие широты с соответствующим смещением областей активности ПМЦ. В (*Zahn and von Storch, 2010*) получены оценки изменений характеристик полярных мезоциклонов с использованием расчетов с климатической моделью общей циркуляции (КМОЦ) ECHAM5/MPI-OM при различных сценариях антропогенных воздействий в 21 веке – SRES-B1, SRES-A1B, SRES-A2. В том числе сделаны оценки изменений характеристик ПМЦ для последнего 30-летия 21 века (2070–2099 гг.) относительно 30-летнего периода во второй половине 20 века (1960–1989 гг.). Для более детальных оценок с пространственным разрешением ПМЦ использовалась региональная климатическая модель с горизонтальными размерами модельных ячеек около 50 км (*Rockel et al., 2008*).

Согласно модельным оценкам (*Zahn and von Storch, 2010*) к концу 21 века следует ожидать уменьшение количества ПМЦ. При этом отмечено смещение областей активности ПМЦ в более высокие широты. Отмеченные изменения существенно связаны с изменением вертикальной температурной стратификации атмосферы и ее статической устойчивости в областях мезомасштабной циклонической активности. В областях генезиса полярных мезоциклонов, в частности в Северной Атлантике, при общем потеплении ожидается более быстрое увеличение температуры нижних слоев атмосферы, чем температуры поверхности океана. Тенденция относительно медленного нагревания океана способствует увеличению статической устойчивости атмосферы, что не является благоприятным для формирования ПМЦ.

В (*Woollings et al., 2012*) получены мультимодельные оценки изменений активности ПМЦ с использованием численных расчетов с ансамблем из 13 КМОЦ в рамках международного проекта CMIP3 при сценарии умеренных антропогенных воздействий SRES A1B для 21 века. Аналогично (*Zahn and von Storch, 2010*) в (*Woollings et al., 2012*) сделан вывод об общем уменьшении активности ПМЦ, в частности в субполярных атлантических регионах, при антропогенных изменениях. Это связано с изменениями статической устойчивости атмосферы, при этом отмечена роль ослабления меридиональной циркуляции в Атлантическом океане, вследствие чего проявляется минимум потепления в субполярных широтах Северной Атлантики. Отмечены существенные межмодельные различия изменений статической устойчивости в связи с соответствующими различиями модельных оценок изменений меридиональной циркуляции в Атлантическом океане.

В (*Romero and Emanuel, 2017*) сделаны оценки изменений активности ПМЦ в 21 веке с использованием расчетов с ансамблем из 30 КМОЦ в рамках международного проекта CMIP5 при сценарии достаточно агрессивных антропогенных воздействий RCP 8.5. Получено, что к концу 21 века (2081–2100 гг.) можно в целом ожидать уменьшение частоты ПМЦ в Северной Атлантике до 10–15%. Уменьшение числа ПМЦ отмечено для всех месяцев, когда они проявляются (с максимумом зимой и минимумом летом). При этом выявлено пространственное перераспределение областей особой активности ПМЦ с уменьшением повторяемости ПМЦ на западе Северной Атлантики и увеличением к северо-востоку Атлантики и северному побережью Европы.

4.6. Изменения смерчегенеза

Глобальные и региональные климатические изменения (*Climate Change, 2013; ВОД 2014*) сопровождаются ослаблением статической устойчивости тропосферы над сушей умеренных широт Северного полушария (*Мохов, 1983*; *Гулев и др., 1991*; *Мохов и Акперов, 2006*; *Mokhov et al., 2016*). Это может приводить к усилению конвективных процессов, в том числе к интенсификации конвективной облачности (*Sun et al., 2001*; *Chernokulsky et al., 2011*; *Эзау и Чернокульский, 2015*) и грозовых явлений (*Romps et al., 2014*), увеличению ливневых осадков (*Groisman et al., 2012*; *Ye et al., 2016*), росту общей конвективной неустойчивости атмосферы (*Riemann-Campe et al., 2009*) и росту риска смерчегенеза (*Курганский и др., 2013*; *Brooks, 2013*; *Diffenbaugh et al., 2013*; *Чернокульский и др., 2017*).

Анализ изменений индексов конвективной неустойчивости для последних десятилетий по данным реанализа ERA-Interim для периода 1979–2016 гг. выявил общий положительный тренд как средних значений индексов, так и повторяемости их критических значений. Наиболее значимые изменения выявлены в Причерноморском регионе. В (*Чернокульский и др., 2017*) получены оценки изменений риска смерчегенеза в регионах Северной Евразии в 21 веке (см. также (*Чернокульский и др., 2015*)). Оценки получены на основе анализа межгодовой изменчивости индекса 3D (средних значений и повторяемости превышения критических значений, p_{crit3D}) по результатам расчетов с глобальными климатическими моделями общей циркуляции (КМОЦ) из семейства моделей CMIP5 (*Taylor et al., 2012*) при различных сценариях антропогенных воздействий RCP в 21 веке (*Moss et al., 2010*). Для анализа использовались трехчасовые данные о приповерхностной температуре, влажности и давлении по модельным расчетам с использованием КМОЦ INM-CM4 (*Володин и др., 2010*), IPSL-CM5A-MR (*Dufresne et al., 2013*), GFDL-CM3 (*Donner et al., 2011*). Пространственное разрешение моделей составляет 1.5×2, ~1.3×2.5 и 2×2.5 градуса соответственно.

На рис. 1 приведено изменение p_{crit3D} (в процентах от общего числа летних значений 3D), в середине и в конце 21 века по сравнению с концом 20 века при различных антропогенных сценариях для трех КМОЦ. Наряду с ростом p_{crit3D} над Черным и Каспийским морями, можно ожидать рост риска смерчегенеза на юге Дальнего Востока, на севере европейской территории России и на большей части Сибири. Согласно модельным расчётам, к концу 21 века ожидается увеличение p_{crit3D} в среднем в 1.5–2 раза по сравнению с концом 20 века. В частности, на черноморском побережье и на юге Дальнего Востока p_{crit3D} в отдельные годы может достигать 40% (рис. 2), в центре европейской территории и на юге Сибири – 20%, хотя при этом проявляются различия между разными моделями, в том числе и внутрисезонные (рис. 3).

При более «агрессивном» сценарии (RCP 8.5) ожидается ещё больший рост p_{crit3D}; в частности, при этом сценарии на юге Дальнего Востока и на Черноморском побережье к концу 21 века каждый второй летний день будут характеризоваться благоприятными условиями для формирования опасных конвективных событий (рис. 2).

В целом, рост повторяемости критических значений индексов конвективной неустойчивости может способствовать более частому возникновению опасных

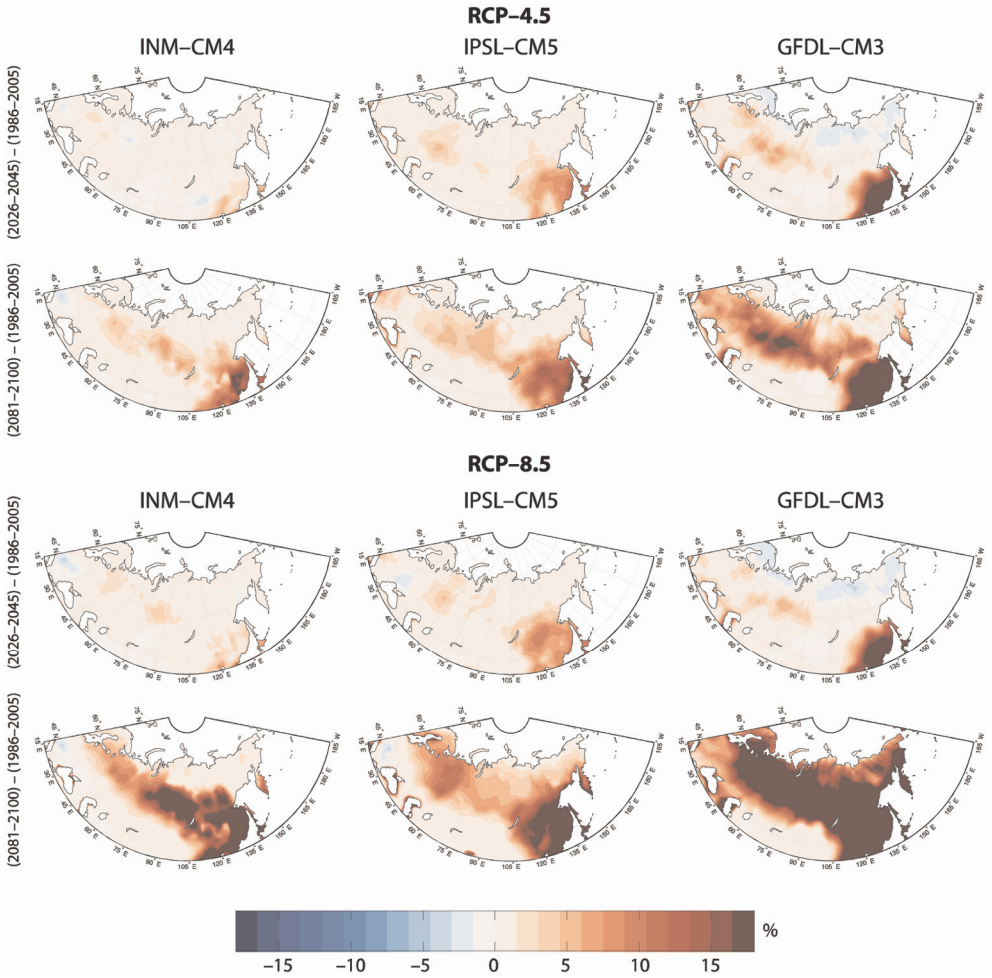


Рис. 1. Изменения повторяемости случаев со значениями индекса 3D, превышающими критическое значение 15.5°C (в процентах от общего числа летних значений 3D), в середине и в конце 21 века по сравнению с концом 20 века при различных антропогенных сценариях («умеренный» сценарий RCP-4.5 и «агрессивный» сценарий RCP-8.5) для различных климатических моделей (INM-CM4, IPSL-CM5A-MR, GFDL-CM3)

конвективных событий, в том числе воздушных смерчей, при этом сами смерчи могут становиться более интенсивными.

Наибольший рост повторяемости опасных значений 3D, превышающих 15.5°C, $P_{3D>15.5°C}$, согласно полученным оценкам следует ожидать к концу 21 века (*Чернокульский и др., 2017*). При этом более существенный рост выявлен для более агрессивного сценария RCP 8.5. Наряду с ростом индексов конвективной нейстойчивости в атмосфере и риска смерчегенеза над Черным и Каспийским морями, можно ожидать рост риска смерчегенеза на юге Дальнего Востока, на севере европейской территории России и для значительной части Сибири.

В (*Чернокульский и др., 2017*) более детально оценены возможные изменения $P_{3D>15.5°C}$ от года к году при сценарии «historical» (для 1980–2005 гг.) и при разных

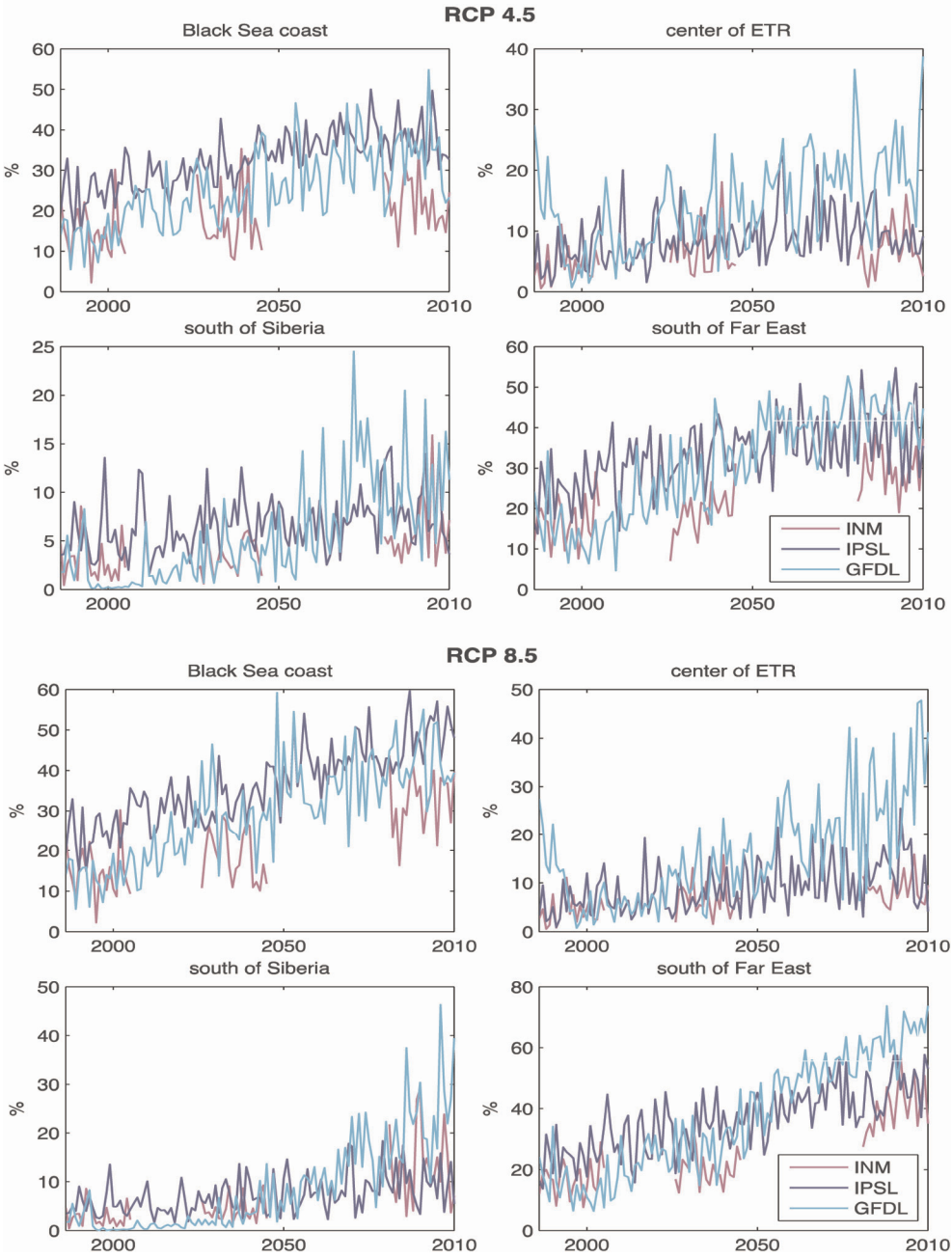


Рис. 2. Межгодовые изменения повторяемости случаев со значениями индекса 3D, превышающими критическое значение 15.5°C (в процентах от общего числа летних значений 3D) при различных антропогенных сценариях («умеренный» сценарий RCP-4.5 и «агрессивный» сценарий RCP-8.5) для различных климатических моделей (INM-CM4, IPSL-CM5A-MR, GFDL-CM3) для 4 российских регионов: для Черноморского побережья России (43.5–45° с.ш., 37–40° в.д.), ЕР (52.5–57.5° с.ш., 30–45° в.д.), юга Сибири (52.5–57.5° с.ш., 80–95° в.д.) и юга Дальнего Востока (47.5–52.5° с.ш., 125–140° в.д.)

антропогенных сценариях («умеренный» сценарий RCP-4.5 и «агрессивный» сценарий RCP-8.5) для 21 века для отдельных российских регионов: для Черноморского побережья России (43.5–45° с.ш., 37–40° в.д.), европейского региона (ЕР) в средних широтах (52.5–57.5° с.ш., 30–45° в.д.), юга Сибири (52.5–57.5° с.ш., 80–95° в.д.) и юга Дальнего Востока (47.5–52.5° с.ш., 125–140° в.д.) (рис. 4.5.2).

При умеренном сценарии (RCP 4.5) отмечен общий рост $P_{3D>15.5°C}$ до 2070-х гг. с увеличением повторяемости в среднем в 1.5–2 раза по сравнению с концом 2000-х гг.). Наибольший рост выявлен для Черноморского побережья и для юга Дальнего Востока (с 20% до примерно 40%). В ЕР рост повторяемости критических значений 3D может достигать 10–20%, на юге Сибири – 5–15% (в отдельные годы до 20%). Отмечена существенная межгодовая изменчивость $P_{3D>15.5°C}$ (порядка 10–15%). Наименьший рост риска смерчегенеза отмечен по данным модели INM-CM4. По расчетам с GFDL-CM3 в ЕР и на юге Сибири оценен наибольший рост риска.

При агрессивном антропогенном сценарии (RCP 8.5) отмечены наибольшие скорости роста $P_{3D>15.5°C}$. При этом общий рост проявляется в течение всего 21 века (рис. 2). Для черноморского побережья рост значений $P_{3D>15.5°C}$ может достигать 30% по расчетам с INM-CM4 и 50% по расчетам с IPSL. В ЕР и на юге Сибири по расчетам с IPSL-CM5A-MR и INM-CM4 отмечен относительно слабый рост (от 5% в конце 20 века до 10–15% в конце 21 века). При этом по расчетам с GFDL-CM3 рост $P_{3D>15.5°C}$ в летние месяцы может достигать 30–40%. Наибольший рост риска возникновения опасных конвективных явлений (смерчей, гроз и др.) по расчетам с GFDL-CM3 ожидается и на юге Дальнего Востока – до 60–65%, а по расчётам с INM-CM4 и IPSL-CM5A-MR – до 40–50%. В целом, согласно полученным оценкам на юге Дальнего Востока и на Черноморском побережье к концу 21 века каждый второй летний день может характеризоваться благоприятными условиями для формирования опасных конвективных явлений.

На рис. 3 представлены внутрисезонные изменения $P_{3D>15.5°C}$. Отмечены существенные различия для разных регионов и моделей. В частности, для сценария «historical», на Черноморском побережье по расчетам с INM-CM4 наибольшие значения $P_{3D>15.5°C}$ отмечены для второй половины июля и августа (это в целом соответствует максимуму возникновения водных смерчей в годовом ходе в данном регионе (*Снитковский, 1987*; *Groenemeijer and Kühne, 2014*)), а по расчетам с IPSL-CM5A-MR и GFDL-CM3 – в середине лета. В ЕР по расчетам с INM-CM4 наибольшие значения выявлены в начале лета (что в целом соответствует максимуму возникновения воздушных смерчей в данном регионе в годовом ходе (*Снитковский, 1987*; *Groenemeijer and Kühne, 2014*)), а по данным IPSL-CM5A-MR и GFDL-CM3 – в середине лета. Проявляются временные сдвиги проявления максимальных значений $P_{3D>15.5°C}$ для разных моделей при сценарии «historical» и для двух других регионов. На Черноморском побережье в отдельные периоды летом риск может достигать 50–60% (по расчетам с IPSL-CM5A-MR отмечена некоторая стабилизация значений $P_{3D>15.5°C}$ в середине июня и до середины августа). При общем наибольшем росте значений $P_{3D>15.5°C}$ к концу 21 века при сценарии RCP 8.5 на юге Дальнего Востока в отдельные дни рост может достигать 70–80% (по расчетам с GFDL-CM3 даже выше 80%. Согласно полученным оценкам подобные режимы могут длиться около месяца – во второй половине июля и в первой половине августа. Следует, однако, отметить, что для Дальнего Востока с муссонным климатом индекс 3D может завышать риск возникновения конвективных явлений.

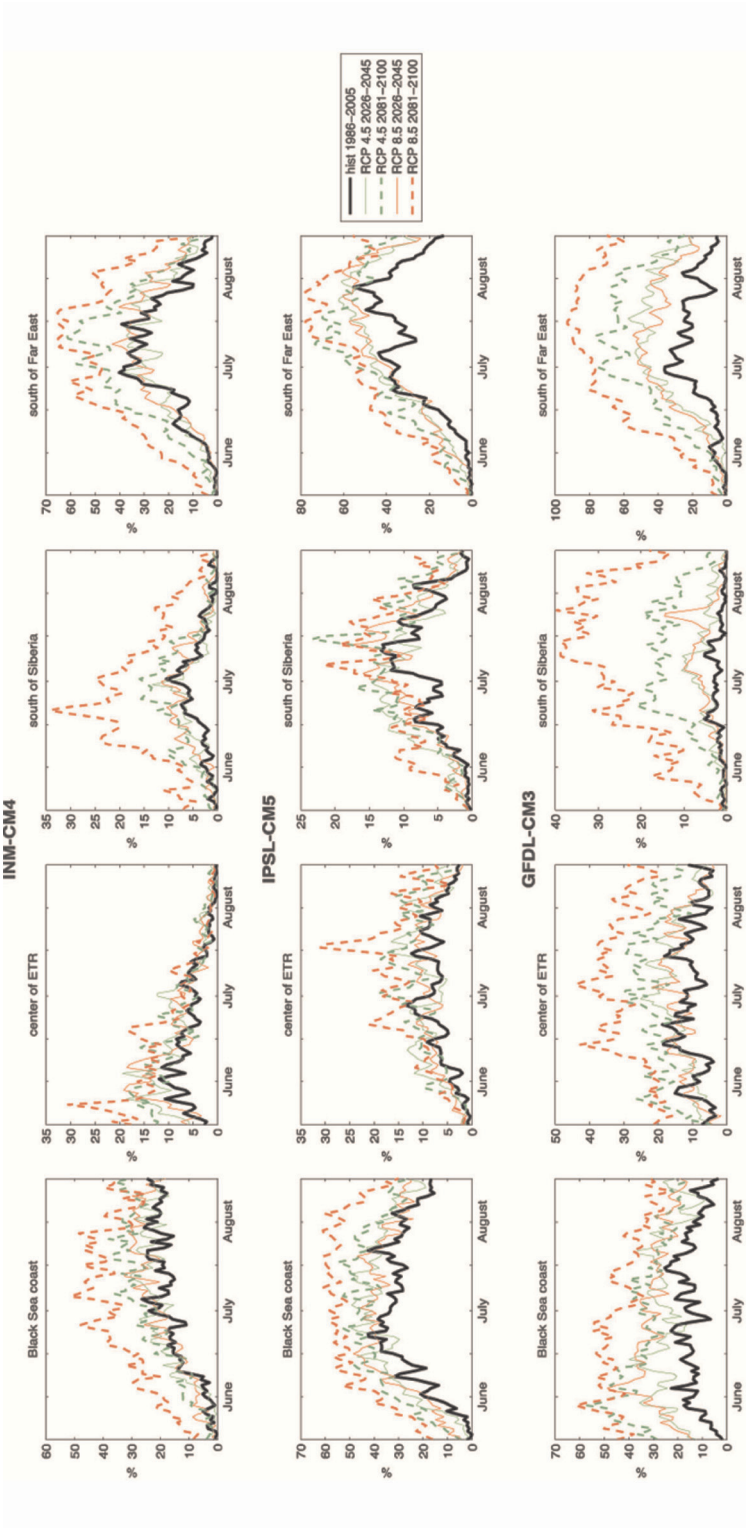


Рис. 3. Внутрисезонные вариации повторяемости случаев со значениями индекса 3D, превышающими критическое значение 15.5°C (в процентах от общего числа значений 3D в этот конкретный день за весь анализируемый период) для различных периодов и сценариев (жирная сплошная черная линия – сценарий historical (1986–2005 гг.); зеленые линии – «умеренный» сценарий RCP-4.5; красные линии – «агрессивный» сценарий RCP-8.5; тонкая сплошная линия – 2026–2045 гг., жирная штриховая линия – 2081–2100 гг.) для различных климатических моделей (INM-CM4, IPSL-CM5A-MR, GFDL-CM3) для 4 российских регионов: для Черноморского побережья России (43.5–45° с.ш., 37–40° в.д.), ЕР (52.5–57.5° с.ш., 30–45° в.д.), юга Сибири (52.5–57.5° с.ш., 80–95° в.д.) и юга Дальнего Востока (47.5–52.5° с.ш., 125–140° в.д.)

ЛИТЕРАТУРА

[*Агаян и Мохов, 1989*] Агаян Г.М., Мохов И.И. Квазистационарные осенние режимы атмосферы Северного полушария в ПГЭП // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989. Т. 25. № 11. С. 1150–1156.

[*Агаян и др., 1986*] Агаян Г.М., Курганский М.В., Писниченко И.А. Анализ блокирующих образований в атмосфере на основе данных ПГЭП с использованием адиабатических инвариантов // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1986. Т. 22. № 11. С. 1123–1130.

[*Акперов и Мохов, 2010*] Акперов М.Г., Мохов И.И. Сравнительный анализ методов идентификации внетропических циклонов // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46. № 5. С. 620–637.

[*Акперов и Мохов, 2013*] Акперов М.Г., Мохов И.И. Оценки чувствительности циклонической активности в тропосфере внетропических широт к изменению температурного режима // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49. № 2. С. 129–136.

[*Акперов и др., 2007а*] Акперов М.Г., Бардин М.Ю., Володин Е.М., Голицын Г.С., Мохов И.И. Функции распределения вероятностей циклонов и антициклонов по данным реанализа NCEP/NCAR и модели ИВМ РАН // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 6. С. 764–772.

[*Акперов и др., 2007б*] Акперов М.Г., Бардин М.Ю., Голицын Г.С., Мохов И.И. Функции распределения вероятности для циклонов и антициклонов в период 1952–2000 гг.: инструмент для определения изменений глобального климата // Доклады Академии Наук. 2007. Т. 413. № 2. С. 254–256.

[*Акперов и др., 2017*] *Акперов М.Г., Мохов И.И., Дембицкая М.А.* Арктические мезоциклоны по спутниковым данным, данным реанализа и модельным расчетам // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2017. Т. 14. № 3. С. 297–304.

[*Александров и др., 1992*] Александров Э.Л., Израэль Ю.А., Кароль И.Л., Хргиан А.Х. Озонный щит Земли и его изменения. СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. 288 с.

[*Алексеев и др., 2005*] Алексеев В.В., Киселев С.В., Лаппо С.С. Лабораторные модели физических процессов. М.: Наука, 2005. 312 с.

[*Антипов и др., 1982*] Антипов С.В., Незлин М.В., Снежкин Е.Н., Трубников А.С. Солитоны Россби в лаборатории // ЖЭТФ. 1982. Т. 82. Вып. 1. С. 145–160.

[*Аристов, 1990*] Аристов С.Н. Вихревые течения в тонких слоях жидкости: Дисс. докт. физ. мат. наук. Ин-т механики сплошных сред УО АН СССР, 1990. 303 с.

[*Бардин, 2000*] Бардин М.Ю. Основные моды изменчивости повторяемости циклонов зимой в Атлантическом секторе // Метеорология и гидрология. 2000. № 1. С. 42–52.

[*Бардин и Полонский, 2005*] Бардин М.Ю., Полонский А.Б. Северо-Атлантическое колебание и синоптическая изменчивость в Европейско-Атлантическом регионе в зимний период // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 2. С. 147–157.

[*Баталов, 2008*] Баталов В.Г. Экспериментальное исследование структуры конвективных течений во вращающихся слоях жидкости // Автореферат кандидатской диссертации. Пермь, 2008. 17 с.

[*Бекорюков, 1965*] Бекорюков В.И. О теории переноса атмосферного озона при наличии длинных волн // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1965. Т. 1. № 9. С. 897–905.

[*Бекорюков и др., 1990*] Бекорюков В.И., Захаров Г.Р., Куколева А.А., Фиолетов В.Э. О связи областей аномально низкого содержания озона с барической ситуацией // Метеорология и гидрология. 1990. № 12. С. 103–105.

[*Бекорюков и др., 1995*] Бекорюков В.И., Бугаева И.В., Захаров Г.Р. Азорский антициклон, озон и метеорологические параметры тропосферы и стратосферы // Метеорология и гидрология. 1995. № 7. С. 40–47.

[*Белан и др., 1999*] Белан Б.Д., Задде Г.О., Рассказчикова Т.М. Модели распределения аэрозоля и некоторых газов в антициклоне и циклоне // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12. № 2. С. 146–149.

[*Бенгтссон и Лайтхилл, 1985*] Бенгтссон Л., Лайтхилл Дж. Интенсивные атмосферные вихри. М.: Мир, 1985. 368 с.

[*Бережная и др., 2012*] Бережная Т.В., Вильфанд Р.М., Иванова Т.Б., Макарова М.Е., Неушкин А.И., Панкратенко Н.В., Санина А.Т., Сидоренков Н.С. Мониторинг общей циркуляции атмосферы. Северное полушарие. Справочное пособие. Обнинск: ВНИИГМИ–МЦД, 2012. 123 с.

[*Блинова, 1943*] Блинова Е.М. Гидродинамическая теория волн давления, температурных волн и центров действия атмосферы // Доклады Академии Наук. 1943. Т. 39. № 7. С. 284–287.

[*Богомолов, 1977*] Богомолов В.А. Динамика завихренности на сфере // Известия АН СССР. Механика Жидкости и Газов. 1977. № 6. С. 57–65.

[*Богомолов, 1979*] Богомолов В.А. Модель колебаний центров действия атмосферы // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1979. Т. 15. № 3. С. 243–249.

[*Бондур и др., 2008*] Бондур В.Г., Пулинец С.А., Узунов Д. Воздействие крупномасштабных атмосферных вихревых процессов на ионосферу на примере урагана Katrina // Исследование Земли из космоса. 2008. № 6. С. 3–11.

[*Борисов и др., 2007*] Борисов А.В., Килин А.А., Мамаев И.С. Новая интегрируемая задача о движении точечных вихрей на сфере // Нелинейная динамика. 2007. Т. 3. № 2. С. 211–223.

[*Братсерт, 1985*] Братсерт У.Х. Испарения в атмосферу. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 351 с.

[*Бубнов и Голицын, 1994*] Бубнов Б.М., Голицын Г.С. Термическая турбулентность и вращение. Этюды о турбулентности. М.: Наука, 1994. С. 18–31.

[*Булеев и Марчук, 1958*] Булеев Н.И., Марчук Г.И. О динамике крупномасштабных атмосферных процессов // Работы по динамической метеорологии. М.: Издательство АН СССР, 1958. (Тр. ИФА АН СССР; № 2). С. 66–104.

[*Бэтчелор, 1973*] Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 792 с.

[*Вараксин и др., 2011*] Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Копейцев В.Н. Торнадо. М.: Физматлит, 2011. 344 с.

[*Варенцов и др., 2016*] Варенцов М.И., Вереземская П.С., Заболотских Е.В., Репина И.А. Оценка качества воспроизведения полярных мезоциклонов по данным реанализов и результатам регионального климатического моделирования // Исследование Земли из космоса. 2016. № 4. С. 168–191.

[*Велихов, 1959*] Велихов Е.П. Устойчивость течения идеально проводящей жидкости между вращающимися цилиндрами в магнитном поле // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. С. 1399–1404.

[*Велихов, 2005*] Велихов Е.П. Магнитная геодинамика // Письма в ЖЭТФ. 2005. Т. 82. Вып. 11. С. 785–790.

[*Винниченко и др., 1976*] Винниченко Н.К., Пинус Н.З., Шметер С.М., Шур Г.Н. Турбулентность в свободной атмосфере. Гидрометеоиздат, 1976. 287с.

[*ВОД, 2014*] ВОД 2014: Второй оценочный доклад Росгидромета об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. М.: Росгидромет, 2014. 1008 с.

[*Володин и Дианский, 2003*] Володин Е.М., Дианский Н.А. Отклик совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана на увеличение содержания углекислого газа // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. № 2. С. 193–210.

[*Володин и др., 2010*] Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В. Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана INMCM 4.0 // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46. № 4. С. 414–431.

[*Воробьев, 1960*] Воробьев В.И. Струйные течения в высоких и умеренных широтах. Л.: Гидрометеоиздат, 1960. 234 с.

[*Вульфсон, 1997*] Вульфсон А.Н. Приложение методов теории подобия и статистики Больцмана к построению функции распределения конвективных термиков по размерам в пограничном слое атмосферы // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1997. Т. 33. № 5. С. 771–778.

[*Галин и Харитоненко, 1989*] Галин М.Б., Харитоненко В.М. Роль орографических и термических неоднородностей поверхности в формировании планетарных волн // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989. Т. 25. № 5. С. 473–484.

[*Гемфрис, 1936*] Гемфрис В. Физика воздуха. М.; Л.: ОНТИ, 1936. 516 с.

[*Гершуни и Жуховицкий, 1972*] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.

[*Гилл, 1985*] Гилл А. Спонтанный рост возмущений типа урагана в простой линейной бароклинной модели, включающей реализацию скрытой теплоты // Интенсивные атмосферные вихри / Под ред. Л. Бенгтссона и Дж. Лайтхилла. М.: Мир, 1985. 368 с.

[*Гилл, 1986*] Гилл А. Динамика атмосферы и океана. М.: Мир, 1986. Т. 2. 415 с.

[*Гледзер, 2003*] Гледзер А.Е. О медленных движениях в редуцированных уравнениях стратифицированной жидкости в поле сил Кориолиса // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. № 6. С. 735–748.

[*Гледзер, 2004*] Гледзер А.Е. Динамика конечномерных геофизических течений и влияние различных механизмов вязкости // Канд. дисс. М.: ИФА им. А.М. Обухова РАН, 2004. 105 с.

[*Гледзер, 2014*] Гледзер А.Е. Численная модель течений, генерируемых источниками и стоками в кольцевом вращающемся канале // Изв. РАН. Физика атмосфе-ры и океана. 2014. Т. 50. № 3. С. 331–343.

[*Гледзер, 2015*] Гледзер А.Е. Генерация крупномасштабных структур и систем вихрей в численных экспериментах во вращающихся системах // Вычисл. мех. сплош. сред. 2015. Т. 8. № 4. С. 408–422.

[*Гледзер и Пономарев, 1977*] Гледзер Е.Б., Пономарев В.М. О конечномерной аппроксимации движения несжимаемой жидкости внутри эллипсоида // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1977. Т. 13. № 8. С. 820–827.

[*Гледзер и Пономарев, 1977*] Гледзер Е.Б., Пономарев В.М. О вынужденном движении жидкости внутри эллипсоида // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1977. Т. 13. № 10. С. 1003–1008.

[*Гледзер и др., 1981*] Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Обухов А.М. Системы гидродинамического типа и их применение. М.: Наука, 1981. 366 с.

[*Гледзер и др., 2006*] Гледзер А.Е., Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Пономарев В.М. Режимы Хэдли и Россби в простейшей модели конвекции вращающейся жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 4. С. 435–459.

[*Гледзер и др., 2011*] Гледзер А.Е., Гледзер Е.Б., Хапаев А.А., Чхетиани О.Г. Структурные функции в квазидвумерной турбулентности в лабораторном эксперименте // ЖЭТФ. 2011. Т. 140. № 3. С. 590–605.

[*Гледзер и др., 2012*] Гледзер А.Е., Гледзер Е.Б., Хапаев А.А.,Черноусько Ю.Л. Баротропное блокирование переноса вихрей в лабораторных экспериментах с вращающимся кольцевым каналом // Докл. РАН. 2012. Т. 443. № 3. С. 309–314.

[*Гледзер и др., 2013*] Гледзер А.Е., Гледзер Е.Б., Хапаев А.А., Чхетиани О.Г. Влияние трехмерных структур на динамику турбулентности в тонких слоях жидкости в лабораторном эксперименте // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 3. С. 208–222.

[*Гледзер и др., 2013а*] Гледзер А.Е., Гледзер Е.Б., Хапаев А.А, Чхетиани О.Г. Экспериментальное обнаружение блокирования переноса вихрей и волн Россби при МГД–возбуждении квазидвумерных течений во вращающемся цилиндрическом сосуде // Письма в ЖЭТФ. 2013. Т. 97. № 6. С. 359–365.

[*Гледзер и др., 2014*] Гледзер А.Е., Гледзер Е.Б., Хапаев А.А., Черноусько Ю.Л. Зональные потоки, волны Россби и перенос вихрей в лабораторных экспериментах с вращающимся кольцевым каналом // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50. № 2. С. 143–155.

[*Голицын, 1980*] Голицын Г.С. Исследование конвекции с геофизическими приложениями. Л.: Гидрометеоиздат, 1980. 56 с.

[*Голицын, 1997*] Голицын Г.С. Статистика и энергетика тропических циклонов // Докл. Академии Наук. 1997. Т. 354. № 4. С. 535–538.

[*Голицын, 2008*] Голицын Г.С. Ураганы, полярные и тропические, их энергия и размеры, количественный критерий возникновения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2008. Т. 44. № 5. С. 579–590.

[*Голицын, 2012*] Голицын Г.С. Статистика и динамика природных процессов и явлений: методы, инструментарий, результаты // Сер. «Синергетика: от прошлого к будущему». М.: Красанд, 2012. 400 с.

[*Голицын и др., 1999*] Голицын Г.С., Демченко П.Ф., Мохов И.И., Припутнев С.Г. Тропические циклоны: статистические закономерности функций распределения в зависимости от интенсивности и времени жизни // Докл. АН. 1999. Т. 366. № 1. С. 116–120.

[*Голицын и др., 1999а*] Голицын Г.С., Писаренко В.Ф., Родкин М.В., Ярошевич М.И. Статистические характеристики параметров тропических циклонов и проблема оценки риска // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1999. Т. 35. № 6. С. 334–341.

[*Голицын и др., 2007*] Голицын Г.С., Мохов И.И., Акперов М.Г., Бардин М.Ю. Функции распределения вероятности циклонов и антициклонов в период 1952–2000 гг.: инструмент для определения изменений глобального климата // Докл. АН. 2007. Т. 413. № 2. С. 254–256.

[*Гольдштик, 1952*] Гольдштик М.А. Вихревые потоки. Новосибирск: Наука, 1981. 368 с.

[*Горчаков, 2012*] Горчаков Г.И., Свириденков М.А., Ситнов С.А. Аэрокосмический мониторинг дымового аэрозоля на европейской части России в период массовых пожаров лесов и торфяников в июле–августе 2010 г. // Оптика атмосферы и океана. 2012. Т. 25. № 12. С. 1062–1076.

[*Григорьев и Мейлихов, 1991*] Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

[*Гринспен, 1975*] Гринспен Х. Теория вращающихся жидкостей. Л.: Гидрометеоиздат, 1975. 304 с.

[*Громека, 1881*] Громека И.С. Некоторые случаи движения несжимаемой жидкости. Казань, 1881 (см. также: Собрание сочинений. Изд-во АН СССР, 1952. С. 116.)

[*Громека, 1952*] Громека И.С. О вихревом движении жидкости на сфере // Собрание трудов. М.: Изд-во АН СССР, 1952. 296 с.

[*Груза и Коровкина, 1991*] Груза Г.В., Коровкина Л.В. Сезонные особенности пространственного распределения индексов блокирования в Северном полушарии // Метеорология и гидрология. 1991. № 3. С. 108–110.

[*Гряник, 1983а*] Гряник В.М. Динамика сингулярных геострофических вихрей в двухуровенной модели атмосферы (океана) // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1983. Т. 19. № 3. С. 243–256.

[*Гряник, 1983б*] Гряник В.М. Динамика локализованных вихревых возмущений – "вихревых зарядов" в бароклинной жидкости // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1983. Т. 19. № 5. С. 467–475.

[*Гряник, 1986*] Гряник В.М. Сингулярные геострофические вихри на β-плоскости как модель синоптических вихрей // Океанология. 1986. Т. 26. № 2. С. 174–179.

[*Гряник и Тевс, 1989*] Гряник В.М., Тевс М.В. Динамика сингулярных геострофических вихрей в N-слойной модели атмосферы (океана) // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989. Т. 25. № 3. С. 243–256.

[*Гряник, 1990*] Гряник В.М. Теоретические модели динамики локализованных квазигеострофических вихрей в атмосфере и океане (Исследования вихревой динамики и энергетики атмосферы и проблема климата). Л.: Гидрометеоиздат, 1990. С. 31–60.

[*Гряник и Доронина, 1990*] Гряник В.М., Доронина Т.Н. Адвективный перенос динамически пассивных примесей бароклинными сингулярными геострофическими вихрями в атмосфере (океане) // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1990. Т. 26. № 10. С. 1011–1026.

[*Гряник и Тевс, 1991*] Гряник В.М., Тевс М.В. Динамика сингулярных геострофических вихрей вблизи критических точек течений в N-слойной модели атмосферы (океана) // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1991. Т. 27. № 7. С. 733–745.

[*Гряник и др., 1993*] Гряник В.М., Доронина Т.Н., Мохов И.И., Тевс М.В. Тенденции изменения размеров вихревых образований в атмосфере в связи с климатическими изменениями // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29. № 5. С. 596–607.

[*Гряник и др., 2003*] Гряник В.М., Соколовский М.А., Веррон Ж. Динамика бароклинных вихрей с нулевой суммарной интенсивностью (хетонов) // Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. С. 547–622.

[*Гуй–Чинь и Гущин, 1961*] Гуй–Чинь В., Гущин Г. П. Колебания общего содержания атмосферного озона в циклонах и антициклонах // Труды ГГО. 1961. Вып. 106. С. 19–36.

[*Гулев и др., 1991*] Гулев С.К., Зверяев И.И., Мохов И.И. Вертикальный температурный градиент в тропосфере в зависимости от приповерхностного температурного режима // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1991. Т. 27. № 4. С. 419–430.

[*Гурвич и др., 2008*] Гурвич И.А., Митник Л.М., Митник М.Л. Мезомасштабный циклогенез над дальневосточными морями: исследование на основе спутниковых микроволновых радиометрических и радиолокационных измерений // Исследование Земли из космоса. 2008. № 5. С. 58–73.

[*Гутман, 1957*] Гутман Л.Н. Теоретическая модель смерча // Известия АН СССР. Сер. Геофиз. 1957. № 1. С. 79–93.

[*Гутман 1969*] Гутман Л.Н. Введение в нелинейную теорию мезометеорологических процессов. Л.: Гидрометеоиздат, 1969. 295 с.

[*Гущин и Виноградова, 1983*] Гущин Г.П., Виноградова Н.Н. Суммарный озон в атмосфере. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 239 с.

[*Гущина и Петросянц, 1998*] Гущина Д.Ю., Петросянц М.А. О связи температуры поверхности экваториальной части Тихого океана с циркуляцией скорости ветра в центрах действия атмосферы // Метеорология и гидрология. 1998. № 12. С. 5–22.

[*Джеффрис и Свирлс, 1970*] Джеффрис Г., Свирлс Б. Методы математической физики. М.: Мир, 1970. Вып. 2. 352 с.

[*Дикий, 1976*] Дикий Л.А. Гидродинамическая устойчивость и динамика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 107 с.

[*Дикий и Курганский, 1971*] Дикий Л.А., Курганский М.В. Интегральный закон сохранения для возмущений зонального потока и его применение к изучению устойчивости // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1971. Т. 7. № 9. С. 939–945.

[*Довженко, 1993*] Довженко В.А. Моделирование распространения активной примеси в поле цилиндрического вихря с вертикальной осью // Отчет по проекту 2.7. ГНТП «Безопасность». 1993. С. 77–82.

[*Довженко и др., 1979*] Довженко В.А., Новиков Ю.В., Обухов А.М. Моделирование процесса генерации вихрей в аксиально-симметричном азимутальном поле магнитогидродинамическим методом // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1979. Т. 15. С. 1199–1202.

[*Довженко и др., 1981*] Довженко В.А., Обухов А.М., Пономарев В.М. О генерации вихрей в аксиально-симметричном сдвиговом течении // Механика жидкости и газа. 1981. № 4. С. 27–36.

[*Должанский, 1973*] Должанский Ф.В. О влиянии сил Кориолиса на формирование конвективного процесса внутри эллипсоида // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1973. Т. 9. № 8. С. 908–918.

[*Должанский, 1981*] Должанский Ф.В. О генерации вихревых возмущений на фоне двумерного течения со сдвигом, возбуждаемого в поле сил Кориолиса источниками и стоками массы // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1981. Т. 17. № 6. С. 563–573.

[*Должанский, 2001*] Должанский Ф.В. О механических прообразах фундаментальных гидродинамических инвариантов // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37. № 4. С. 446–458.

[*Должанский, 2011*] Должанский Ф.В. Основы геофизической гидродинамики. М.: Физматлит, 2011. 264 с.

[*Должанский и Голицын, 1977*] Должанский Ф.В., Голицын Г.С. Лабораторное моделирование глобальных геофизических течений (обзор) // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1977. Т. 13. № 8. С. 795–818.

[*Должанский и Мямлина, 1976*] Должанский Ф.В., Мямлина Л.А. О влиянии бароклинного механизма нелинейного взаимодействия на устойчивость конвективных течений в поле сил Кориолиса // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1976. Т. 12. № 1. С. 3–12.

[*Должанский и др., 1990*] Должанский Ф.В., Крымов В.А., Манин Д.Ю. Устойчивость и вихревые структуры квазидвумерных сдвиговых течений // Успехи физических наук. 1990. Т. 160. Вып. 7. С. 1–47.

[*Дорохов и др., 1996*] Дорохов В.М., Потапова Т.Е., Goutail F., Pommereau J.–P. Исследование отрицательной аномалии озона в регионе Восточно-Сибирского мак-

симума озона в течение зимы–весны 1995 // Метеорология и гидрология. 1996. № 6. С. 82–91.

[*Дразин, 2005*] Дразин Ф. Введение в теорию гидродинамической устойчивости. М.: Физматлит, 2005. 288 с.

[*Дымников, 1978*] Дымников В.П. О развитии бароклинной неустойчивости в атмосфере с переменным параметром статической устойчивости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1978. Т. 14. № 5. С. 493–500.

[*Дымников и Филатов, 1990*] Дымников В.П., Филатов А.Н. Устойчивость крупномасштабных атмосферных процессов. Л.: Гидрометеоиздат, 1990. 236 с.

[*Елкин и Зацепин, 2014*] Елкин Д.Н., Зацепин А.Г. Лабораторное исследование механизма сдвиговой неустойчивости морского вдольберегового течения // Океанология. 2014. Т. 54. № 5. С. 614–621.

[*Ефимов и др., 2007*] Ефимов В.В., Шокуров М.В., Яровая Д.А. Численное моделирование квазитропического циклона над Черным морем // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 6. С. 723–733.

[*Железнова и Гущина, 2016*] Железнова И.В., Гущина Д.Ю. Аномалии циркуляции в центрах действия атмосферы в период Восточно-Тихоокеанского и Центрально-Тихоокеанского Эль-Ниньо // Метеорология и гидрология. 2016. № 11. С. 41–55.

[*Заболотских и др., 2015*] Заболотских Е.В., Гурвич И.А., Шапрон Б. Новые районы распространения полярных циклонов в Арктике как результат сокращения площади ледяного покрова // Исследование Земли из космоса. 2015. № 2. С. 64–77.

[*Звягинцев и Крученицкий, 1996*] Звягинцев А.М., Крученицкий Г.М. О связях общего содержания озона в средних широтах Северного полушария с североатлантическим колебанием // Метеорология и гидрология. 1996. № 7. С. 65–70.

[*Зилитинкевич, 1987*] Зилитинкевич С.С. Теоретическая модель турбулентной проникающей конвекции // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 6. С. 593–610.

[*Ивангородский и Нерушев, 2014*] Ивангородский Р.В., Нерушев А.Ф. Характеристики струйных течений верхней тропосферы по данным измерений европейских геостационарных метеорологических спутников // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2014. Т. 11. № 1. С. 45–53.

[*Калашник, 1997*] Калашник М.В. Формирование фронтов и струйных течений при геострофическом приспособлении в стратифицированной вращающейся жидкости // Доклад Академии Наук. 1997. Т. 357. № 2. С. 247–251.

[*Калашник, 2000*] Калашник М.В. Критерии симметричной и несимметричной устойчивости геострофических и градиентных течений стратифицированной вращающейся жидкости // Доклады Академии Наук. 2000. Т. 371. № 3. С. 383–386.

[*Калашник, 2007*] Калашник М.В. К теории устойчивости вращающихся сдвиговых течений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 3. С. 47–60.

[*Калашник, 2011*] Калашник М.В. Эффект циклон–антициклонной асимметрии при малых числах Россби // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2011. Т. 47, № 4. С. 477–483.

[*Калашник и Калашник, 2011*] Калашник М.В., Калашник А.М. Аналитическая модель интенсификации тропического циклона // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2011. Т. 47. № 6. С. 829–844.

[*Калашник и Свиркунов, 2014*] Калашник М.В., Свиркунов П.Н. Фазовые картины диспергирующих волн от движущихся локализованных источников // Успехи Физических Наук. 2014. Т. 184. № 1. С. 89–100.

[*Калашник и Чхетиани, 2014*] Калашник М.В., Чхетиани О.Г. О нелинейном затухании вихревых течений во вращающейся жидкости // Доклады Академии Наук. 2014. Т. 456. № 6. С. 717–722.

[*Калашник и Чхетиани, 2016*] Калашник М.В., Чхетиани О.Г. Об устойчивости струйных течений во вращающемся слое мелкой воды// Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 5. С. 29–42.

[*Калашник и Шмерлин, 1990а*] Калашник М.В., Шмерлин Б.Я. Спонтанный рост возмущений типа урагана в модели влажной конвекции // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана // 1990. Т. 26. № 8. С. 787–793.

[*Калашник и Шмерлин, 1990б*] Калашник М.В., Шмерлин Б.Я. О конвективной неустойчивости влажного насыщенного слоя // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана // 1990. Т. 26. № 10. С. 1034–1044.

[*Калашник и др., 2016*] Калашник М.В., Хапаев А.А., Чхетиани О.Г. О циклон–антициклонной асимметрии в устойчивости вращающихся сдвиговых течений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 2. С. 44–55.

[*Кароль и др., 1987*] Кароль И.Л., Клягина Л.П., Фролов А.Д., Шаламянский А.М. Поле озона и температуры в границах воздушных масс // Метеорология и гидрология. 1987. № 10. С. 13–25.

[*Катцов и Семенов, 2014*] *Катцов В.М., Семенов С.М.* Второй оценочный доклад Росгидромета об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. М.: Росгидромет, 2014. 1009 с.

[*Китайгородский, 1970*] Китайгородский С.А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1970.

[*Кислов, 2011*] Кислов А.В. Климатология. М.: Издательский центр Академия, 2011. 222 с.

[*Кляцкин и Резник, 1989*] Кляцкин К.В., Резник Г.М. О точечных вихрях на вращающейся сфере // Океанология. 1989. Т. 29. № 1. С. 21–27.

[*Козлов и Гурулев, 1992*] Козлов В.Ф., Гурулев А.Ю. Об одном нелинейном механизме формирования циклон–антициклонической асимметрии в океане // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 1992. Т. 28. № 4. С. 406–415.

[*Кострыкин и др., 2011*] Кострыкин С.В., Хапаев А.А., Якушкин И.Г. Вихревые структуры в квазидвумерных течениях вязкой вращающейся жидкости // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. Вып. 2. С. 395–407.

[*Кострыкин и др., 2012*] Кострыкин С.В., Хапаев А.А., Якушкин И.Г. О законе затухания квазидвумерной турбулентности // Письма в ЖЭТФ. 2012. Т. 95. Вып. 10. С. 583–588.

[*Курганский, 1989а*] Курганский М.В. Об уравнениях крупномасштабной динамики атмосферы в координатах «потенциальный вихрь – потенциальная температура» // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989. Т. 25. № 11. С. 1123–1130.

[*Курганский, 1989б*] Курганский М.В. О связи между спиральностью и потенциальным вихрем в сжимаемой вращающейся жидкости // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989. Т. 25. № 12. С. 1236–1239.

[*Курганский, 1990*] Курганский М.В. О движении пары вихрей на бета-плоскости // Исследования вихревой динамики и энергетики атмосферы и проблема климата. Л.: Гидрометеоиздат, 1990. С. 123–130.

[*Курганский, 1991*] Курганский М.В. О вихревом заряде атмосферы // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1991. Т. 27. № 7. С. 724–732.

[*Курганский, 1993а*] Курганский М.В. Генерация спиральности во влажной атмосфере // Известия АН. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29. № 4. С. 464–469.

[*Курганский, 1993*] Курганский М.В. Введение в крупномасштабную динамику атмосферы (Адиабатические инварианты и их применение). СПб.: Гидрометеоиздат, 1993. 168 с.

[*Курганский, 1998*] Курганский М.В. Генерация завихренности во влажной атмосфере // Известия АН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. № 2. С. 175–181.

[*Курганский, 2000*] Курганский М.В. Статистическое распределение интенсивных влажно-конвективных спиральных вихрей в атмосфере // ДАН. 2000. Т. 371. № 2. С. 240–242.

[*Курганский, 2001*] Курганский М.В. Физика смерча // Природные опасности России. Т. 5. Гидрометеорологические опасности / Под ред. Г.С. Голицына и А.А. Васильева. М.: Издательская фирма «КРУК», 2001. С. 182–193.

[*Курганский 2005*] Курганский М.В. Поток спиральности в сжимаемой бароклинной атмосфере и его свойства // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 1. С. 8–13.

[*Курганский, 2013*] Курганский М.В. О спиральных вихревых движениях влажного воздуха // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49. № 5. С. 523–529.

[*Курганский, 2015*] Курганский М.В. Простая гидродинамическая модель смерчеобразных вихрей // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. № 3. С. 338–345.

[*Курганский и Приказчиков 1994*] Курганский М.В., Приказчиков Д.С. Потенциальный вихрь как индикатор сезонной изменчивости атмсосферы // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1994. Т. 30. № 6. С. 730–737.

[*Курганский и Татарская 1987*] Курганский М.В., Татарская М.С. Применение понятия потенциального вихря в метеорологии (Обзор) // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 8. С. 787–814.

[*Курганский и др., 2013*] Курганский М.В., Мохов И.И., Чернокульский А.В. Смерч под Ханты-Мансийском: пока исключение или уже симптом? // Метеорология и гидрология. 2013. № 8. С. 40–48.

[*Кушин, 1993*] Кушин В.В. Смерч. М.: Энергоатомиздат, 1993. 127 с.

[*Лагун и Язев, 1994*] Лагун В.Е., Язев А.И. Глобальное распределение и временная изменчивость параметров циклонических возмущений в атмосфере // Доклады Академии Наук. 1994. Т. 334. № 5. С. 642–645.

[*Лайтхилл, 1981*] Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981. 603 с.

[*Ларичев и Резник, 1976*] Ларичев В.Д., Резник Г.М. О двумерных уединенных волнах Россби // Доклады Академии Наук. 1976. Т. 231. № 5. С. 1077–1079.

[*Линейкин, 1955*] Линейкин П.С. Об определении толщины бароклинного слоя моря // Доклады Академии Наук. 1955. Т. 101. № 3. С. 461–464.

[*Лоренц, 1970*] Лоренц Э.Н. Природа и теория общей циркуляции атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1970. 259 с.

[*Лупо и др., 2007*] Лупо А.Р., Мохов И.И., Достоглоу С., Кунц А.Р., Буркхардт Дж.П. Оценка влияния на распад блокингов процессов планетарного масштаба с анализом фазовых траекторий и энстрофии // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 1. С. 52–60.

[*Луценко, 1999*] Луценко Э.И. Мезомасштабный циклогенез над арктическими морями по спутниковым наблюдениям // Труды ААНИИ. 1999. Т. 441. С. 202–213.

[*Луценко и Лагун, 2010*] Луценко Э.И., Лагун В.Е. Полярные мезомасштабные циклонические вихри в атмосфере Арктики. Справочное пособие. 2010. ААНИИ. 97 с.

[*Луценко и Лагун, 2013*] Луценко Э.И., Лагун В.Е. Полярные мезомасштабные циклоны в атмосфере над Баренцевым и Карским морями // Проблемы Арктики и Антарктики. 2013. № 2 (96). С. 76–89.

[*Маликова и Пермяков, 2010*] Маликова Н.П., Пермяков М.С. Влияние экмановского пограничного слоя на эволюцию вихревых образований // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 6. С. 90–93.

[*Мальбахов, 1972*] Мальбахов В.М. Исследование структуры торнадо // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1972. Т. 8. № 1. С. 17–28.

[*Манин и Черноусько, 1990*] Манин Д.Ю., Черноусько Ю.Л. Экспериментальное исследование устойчивости квазидвумерного струйного течения, создаваемого во вращающейся жидкости методом источников и стоков // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1990. Т. 26. С. 483–492.

[*Мастерс, 2015*] Мастерс Дж. Струйное течение становится фатальным // В мире науки. 2015. № 2. С. 62–68.

[*Матвеев, 1984*] Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 751 с.

[*Маховер, 1983*] Маховер З.М. Климатология тропопаузы. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 256 с.

[*Митягина и Лаврова, 2009*] Митягина М.И., Лаврова О.Ю. Спутниковые наблюдения вихревых и волновых процессов в прибрежной зоне северо-восточной части Чёрного моря // Исследования Земли из космоса. 2009. № 5. С. 72–79.

[*Моисеев и др., 1983*] Моисеев С.С., Сагдеев Р.З., Тур А.В., Хоменко Г.А., Шукуров А.М. Физический механизм усиления вихревых возмущений в атмосфере // Доклады Академии Наук. 1983. Т. 273. № 3. С. 549–553.

[*Моисеев и др., 1988*] Моисеев С.С., Руткевич П.Б., Тур АВ., Яновский В.В. Вихревое динамо в конвективной среде со спиральной турбулентностью // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 2. С. 144–153.

[*Монин, 1958*] Монин А.С. Изменения давления в бароклинной атмосфере // Известия АН СССР. Сер. Геофиз. 1958. № 4. С. 497–514.

[*Монин, 1988*] Монин А.С. Теоретические основы геофизической гидродинамики. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 424 с.

[*Монин и Шишков, 2000*] Монин А.С., Шишков Ю.А. Циркуляционные механизмы колебаний климата атмосферы // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2000. Т. 36. № 1. С. 27–34.

[*Монин и Яглом, 1967*] Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1967. 720 с.

[*Мохов, 1983*] Мохов И.И. Вертикальный температурный градиент в тропосфере и его связь с приповерхностной температурой по эмпирическим данным // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1983. Т. 19. № 9. С. 913–917.

[*Мохов, 1993*] Мохов И.И. Диагностика структуры климатической системы. СПб.: Гидрометеоиздат, 1993. 272 с.

[*Мохов, 2006*] Мохов И.И. Действие как интегральная характеристика климатических структур: Оценки для атмосферных блокингов // Доклады Академии Наук. 2006. Т. 409. № 3. С. 403–406.

[*Мохов, 2011*] Мохов И. И. Особенности формирования летней жары 2010 г. на европейской территории России в контексте общих измерений климата и его аномалий // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2011. Т. 47. № 6. С. 709–716.

[*Мохов, 2016*] Мохов И.И. Атмосферные блокинги и связанные с ними климатические аномалии // Нелинейные волны-2016. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2017. С. 111–124.

[*Мохов и Акперов, 2006*] Мохов И.И., Акперов М.Г. Вертикальный температурный градиент в тропосфере и его связь с приповерхностной температурой по данным реанализа // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 4. С. 467–475.

[*Мохов и Елисеев, 2012*] Мохов И.И., Елисеев А.В. Моделирование глобальных климатических изменении – в XX–XXIII веках при новых сценариях антропогенных воздействий RCP // ДАН. 2012. Т. 443. № 6. С. 732–736.

[*Мохов и Петухов, 1989*] Мохов И.И., Петухов В.К. Пространственно-временные климатические структуры // Ч. I, II. М.: ИФА АН СССР, 1989. 191 с.

[*Мохов и Петухов, 1997*] Мохов И.И., Петухов В.К. Блокинги и тенденции их изменения // Доклады АН. 1997. Т. 357. № 5. С. 687–689.

[*Мохов и Петухов, 2000*] Мохов И.И., Петухов В.К. Центры действия в атмосфере и тенденции их изменения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2000. Т. 36. № 3. С. 321–329.

[*Мохов и Семенов, 2016*] Мохов И.И., Семенов В.А. Погодно-климатические аномалии в российских регионах и их связь с глобальными изменениями климата // Метеорология и гидрология. 2016. № 2. С. 16–28.

[*Мохов и Ситнов, 2013*] Мохов И. И., Ситнов С.А. Содержание водяного пара над европейской частью России в период летних пожаров летом 2010 года // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49. № 4. С. 414–429.

[*Мохов и Ситнов, 2014*] Мохов И.И., Ситнов С.А. Аномалии содержания водяного пара в атмосфере над европейской территорией России в условиях блокирующего антициклона летом 2010 года // Сб. трудов Международной конф., посв. памяти академика А.М. Обухова. М.: ГЕОС, 2014. С. 483–490.

[*Мохов и Ситнов, 2015*] Мохов И.И., Ситнов С.А. Формирование озоновой "минидыры" в условиях продолжительного блокирующего антициклона в атмосфере над европейской территорией России летом 2010 года // Доклады Академии Наук. 2015. Т. 460. № 1. С. 74–78.

[*Мохов и Ситнов, 2016*] Мохов И.И., Ситнов С.А. Особенности поля общего содержания озона при атмосферном блокировании над европейской территорией России летом 2010 года (по спутниковым данным) // Метеорология и гидрология. 2016. № 1. С. 41–52.

[*Мохов и Тимажев, 2015а*] Мохов И.И., Тимажев А.В. Возможные изменения атмосферных блокирований в 21 веке при RCP-сценариях антропогенных воздействий // Доклады Академии Наук. 2015. Т. 460. № 2. С. 210–214.

[*Мохов и Тимажев, 2015б*] Мохов И.И., Тимажев А.В. Оценки предсказуемости климатических аномалий в российских регионах в связи с явлениями Эль-Ниньо // Доклады АН. 2015. Т. 464. № 6. С. 722–726.

[*Мохов и Хон, 2005*] Мохов И.И., Хон В.Ч. Межгодовая изменчивость и долгопериодные тенденции изменения центров действия атмосферы в Северном полушарии // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 6. С. 723–732.

[*Мохов и др., 1992а*] Мохов И.И., Мохов О.И., Петухов В.К., Хайруллин Р.Р. Влияние глобальных климатических изменений на вихревую активность в атмосфере // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 1992. Т. 28. № 1. С. 11–26.

[*Мохов и др., 1992б*] Мохов И.И., Мохов О.И., Петухов В.К., Хайруллин Р.Р. О влиянии облачности на вихревую активность атмосферы при изменениях климата // Метеорология и гидрология. 1992. № 1. С. 5–11.

[*Мохов и др., 1993*] Мохов И.И., Гряник В.М., Доронина Т.Н., Лагун В.Е., Мохов О.И., Наумов Э.П., Петухов В.К., Тевс М.В., Хайруллин Р.Р. Вихревая активность в атмосфере: тенденции изменения. М.: ИФА РАН, Препринт № 2, 1993. 96 с.

[*Мохов и др., 1998*] Мохов И.И., Петухов В.К., Семенов В.А. Внутрисезонные температурные режимы и их эволюция в трехмерной модели климата ИФА РАН // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. № 2. С. 145–152.

[*Мохов и др., 2000*] Мохов И.И., Елисеев А.В., Хворостьянов Д.В. Эволюция характеристик климатической изменчивости, связанной с явлениями Эль-Ниньо/Ла-Нинья // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2000. Т. 36. № 6. С. 741–751.

[*Мохов и др., 2005*] Мохов И.И., Елисеев А.В., Демченко П.Ф., Хон В.Ч., Акперов М.Г., Аржанов М.М., Карпенко А.А., Тихонов В.А., Чернокульский А.В., Сигаева Е.В. Климатические изменения и их оценки с использованием глобальной модели ИФА РАН // ДАН. 2005. Т. 402. № 2. С. 243–247.

[*Мохов и др., 2007*] Мохов И.И., Акперов М.Г., Лагун В.Е., Луценко Э.И. Интенсивные арктические мезоциклоны // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 3. С. 291–297.

[*Мохов и др., 2009*] Мохов И.И., Чернокульский А.В., Акперов М.Г., Дюфрен Ж.-Л., Ле Трет Э. Изменения характеристик циклонической активности и облачности в атмосфере внетропических широт северного полушария по модельным расчетам в сопоставлении с данными реанализа и спутниковыми данными // ДАН. 2009. Т. 424. № 3. С. 393–397.

[*Мохов и др., 2010*] Мохов И.И., Чефранов С.Г., Чефранов А.Г. Динамика δ-сингулярных вихрей на вращающейся сфере и устойчивость парных центров действия атмосферы // Доклады Академии Наук. 2010. Т. 433. № 2. С. 248–253.

[*Мохов и др., 2013*] Мохов И.И., Акперов М.Г., Прокофьева М.А., Тимажев А.В., Лупо А.Р., Ле Трет Э. Блокинги в Северном полушарии и Евро-Атлантическом регионе: оценки изменений по данным реанализа и модельным расчетам // Доклады АН. 2013. Т. 449. № 5. С. 582–586.

[*Мохов и др., 2014а*] Мохов И.И., Добрышман Е.М., Макарова М.Е. Трансформирование тропических циклонов во внетропические: тенденции изменений в 1970–2012 гг. // ДАН. 2014. Т. 454. № 2. С. 216–220.

[*Мохов и др., 2014б*] Мохов И.И., Хон В.Ч., Тимажев А.В., Чернокульский А.В., Семенов В.А. Гидрологические аномалии и тенденции изменения в бассейне р. Амур в связи с климатическими изменениями // Экстремальные паводки в бассейне р. Амур: причины, прогнозы, рекомендации. М.: Москва, 2014. С. 81–120.

[*Мохов и др., 2015*] Мохов И.И., Акперов М.Г., Прокофьева М.А. Циклон–антициклонная ассиметрия в атмосфере внетропических широт Северного полушария // ДАН. 2015. V. 462. № 6. С. 711–715.

[*Наливкин, 1984*] Наливкин Д.В. Смерчи. М.: Наука, 1984. 112 с.

[*Найфэ, 1976*] Найфэ А. Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 456 с.

[*Незлин и Снежкин, 1990*] Незлин М.В., Снежкин Е.Н. Вихри Россби и спиральные структуры. М.: Наука, 1990. 238 с.

[*Нерушев, 2003*] Нерушев А.Ф. Воздействие интенсивных атмосферных вихрей на озоновый слой Земли. СПб.: Гидрометеоиздат, 2003. 224 с.

[*Нерушев и Тереб, 2001*] Нерушев А.Ф., Тереб Н.В. Особенности возмущений озонового слоя тропическими циклонами по данным спектрометра TOMS // Исследование Земли из космоса. 2001. № 3. С. 3–9.

[*Нетреба, 1988*] Нетреба С.Н. Пространственные структуры вихревых образований, возникающих от локальных источников // Известия СО АН СССР, сер. Технические науки. 1988. Вып. 6. № 21. С. 104–110.

[*Неушкин и др., 2012*] Неушкин А.И., Сидоренков Н.С., Санина А.Т., Иванова Т.Б., Бережная Т.В., Панкратенко Н.В., Макарова М.Е. Мониторинг общей циркуляции атмосферы. Северное полушарие. (Справочная монография.) Обнинск: ВНИИГМИ–МЦД, 2012. 123 с.

[*Новицкий и др., 2015*] Новицкий М.А., Петриченко С.А., Шмерлин Б.Я. Использование индексов конвективной неустойчивости и метеорологических величин для

анализа смерчеопасной ситуации в Обнинске 23 мая 2013 г. // Метеорология и гидрология. 2015. № 1. С. 13–20.

[*Оболенский, 1938*] Оболенский В.Н. Метеорология. М.; Л.: Гидрометеоиздат, 1938. Часть 1. 640 с.

[*Обухов, 1949*] Обухов А.М. К вопросу о геострофическом ветре // Известия АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1949. Т. 13. № 4. С. 281–306.

[*Обухов, 1964*] Обухов А.М. Адиабатические инварианты атмосферных процессов // Метеорология и гидрология. 1964. № 2. С. 3–9.

[*Обухов, 1983*] Обухов А.М. Течение Колмогорова и его лабораторное моделирование // Успехи математических наук. 1983. Т. 38. Вып. 4 (232). С. 101–111.

[*Обухов и др., 1984*] Обухов А.М., Курганский М.В., Татарская М.С. Динамические условия возникновения засух и других крупномасштабных погодных аномалий // Метеорология и гидрология. 1984. № 10. С. 5–13.

[*Обухов и др., 1988*] Обухов А.М., Курганский М.В., Татарская М.С. Изэнтропический анализ глобальных атмосферных процессов с привлечением поля потенциального вихря (по данным ПГЭП) // Метеорология и гидрология. 1988. № 8. С. 111–120.

[*Опарин, 1924*] Опарин А.И. Происхождение жизни. М.: Московский рабочий, 1924. (см. Бернал Дж. Возникновение жизни. М.: Мир, 1969. 391 с.)

[*Ооояма, 1985*] Ооояма К.В. Об основных проблемах теории и моделирования тропических циклонов // Интенсивные атмосферные вихри / Под ред. Л. Бенгтссона, Дж. Лайтхилла. М.: Мир, 1985. 368 с.

[*Педлоски, 1984*] Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. М.: Мир, 1984. Т. 1. 398 с.

[*Пейзуллаев, 2003*] Пейзулаев Ш.А. Разработка программно-аппаратного комплекса для измерения характеристик поля скорости в турбулентном течении при помощи PIV-технологий. М.: МИФИ, 2003. С. 32.

[*Пальмен и Ньютон, 1973*] Пальмен Е., Ньютон К.Ч. Циркуляционные системы атмосферы. М.: Мир, 1973. 640 с.

[*Педлоски, 1984*] Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. Т. 1. М.: Мир, 1984. 400 с.

[*Переведенцев и др., 1994*] Переведенцев Ю.П., Исмагилов И.В., Шанталинский К.М. Центры действия атмосферы и их взаимосвязь с макроциркуляционными процессами северного полушария // Метеорология и гидрология. 1994. № 3. С. 43–50.

[*Перов и Хргиан, 1983*] Перов С.П., Хргиан А.Х. Современные проблемы атмосферного озона. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 288 с.

[*Петвиашвили, 1980*] Петвиашвили В.И. Красное пятно Юпитера и дрейфовый солитон в плазме // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. № 11. С. 632–635.

[*Петвиашвили и Похотелов, 1989*] Петвиашвили В.И., Похотелов О.А. Уединенные волны в плазме и атмосфере. М.: Энергоатомиздат, 1989. 200 с.

[*Писниченко, 1980*] Писниченко И.А. К динамике ультрадлинных волн в двумерной бароклинной модели атмосферы // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1980. Т. 16. № 9. С. 883–892.

[*Писниченко, 1993*] Писниченко И.А. Роль фазовых переходов влаги в процессе образования смерчей // Известия АН. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29. № 6. С. 793–798.

[*Пономарев и Чхетиани, 2009*] Пономарев В.М., Чхетиани О.Г. Полуэмпирическая модель пограничного слоя атмосферы с параметризацией влияния турбулентной спиральности // Известия РАН, Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 5. С. 418–432.

[*Пономарев и др., 2009*] Пономарев В.М., Хапаев А.А., Якушкин И.Г. Нелинейное экмановское трение и асимметрия циклонических и антициклонических когерентных структур в геофизических течениях // Доклады Академии наук. 2009. Т. 425, № 6. С. 821–826.

[*Романова и Цейтлин, 1984*] Романова Н.Н., Цейтлин В.Ю. О квазигеострофических движениях в баротропной и бароклинной жидкости // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1984. Т. 20. № 2. С. 115–124.

[*Резник, 1986*] Резник Г.М. Point vortices on β-plane and solitary Rossby waves // Океанология. 1986. Т. 26. № 2. С. 165–173.

[*Рудева, 2008*] Рудева И.А. О связи количества внетропических циклонов с их размерами // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2008. Т. 44. № 3. С. 244–300.

[*Сазонов и Черноусько, 1998*] Сазонов И.А., Черноусько Ю.Л. Вихревые режимы при обтекании горы зональным потоком в β-канале // Известия АН. Физика атмосферы и океана. 1998. Т.34. С. 25–32.

[*Ситнов, 2011а*] Ситнов С.А. Спутниковый мониторинг содержаний газовых примесей атмосферы и оптических характеристик атмосферного аэрозоля над европейской территорией России в апреле–сентябре 2010 года // Доклады Академии Наук. 2011. Т. 437. № 1. С. 102–107.

[*Ситнов, 2011б*] Ситнов С.А. Оптическая толща аэрозоля и общее содержание оксида углерода над европейской территорией России в период массовых пожаров лета 2010 г.: взаимосвязь изменчивости загрязнений и метеорологических величин // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2011. Т. 47. № 6. С. 774–789.

[*Ситнов и Мохов, 2013*] Ситнов С.А., Мохов И.И. Содержание водяного пара над европейской частью России в период летних пожаров летом 2010 года // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49. № 4. С. 414–429.

[*Ситнов и Мохов, 2014*] Ситнов С.А., Мохов И.И. Аномалии содержания водяного пара в атмосфере над европейской территорией России в условиях блокирующего антициклона летом 2010 года // Турбулентность, динамика атмосферы и климата / Под ред. Г.С. Голицына, И.И. Мохова, С.Н. Куличкова, М.В. Курганского, О.Г. Чхетиани. М.: ГЕОС, 2014. С. 483–490.

[*Ситнов и Мохов, 2015*] Ситнов С.А., Мохов И.И. Формирование озоновой “минидыры” в условиях продолжительного блокирующего антициклона в атмосфере над европейской территорией России летом 2010 года // Доклады АН. 2015. Т. 460. № 1. С. 74–78.

[*Ситнов и Мохов, 2016*] Ситнов С.А., Мохов И.И. Особенности поля общего содержания озона при атмосферном блокировании над европейской территорией России летом 2010 г. (по спутниковым данным) // Метеорология и гидрология. 2016. № 1. С. 41–51.

[*Ситнов и Мохов, 2017*] Ситнов С.А., Мохов И.И. Аномальный трансграничный перенос продуктов горения от североамериканских лесных пожаров в Северную Евразию // Доклады АН. 2017. Т. 475. № 3. С. 320–324.

[*Ситнов и др., 2012*] Ситнов С.А., Горчаков Г.И., Свириденков М.А. и др. Аэрокосмический мониторинг дымового аэрозоля на европейской части России в период массовых пожаров лесов и торфяников в июле–августе 2010 г. // Оптика атмосферы и океана. 2012. Т. 25. № 12. С. 1062–1076.

[*Ситнов и др., 2017а*] Ситнов С.А., Мохов И.И., Горчаков Г.И. Связь задымления атмосферы европейской территории России летом 2016 года с лесными пожарами в Сибири и аномалиями атмосферной циркуляции // Доклады АН. 2017. Т. 472. № 4. С. 456–461.

[*Ситнов и др., 2017б*] Ситнов С.А., Мохов И.И., Джола А.В. Общее содержание оксида углерода в атмосфере над российскими регионами по данным спутникового прибора MOPITT (2000–2014 гг.) // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53. № 1. С. 38–55.

[*Ситнов и др., 2017в*] Ситнов С.А., Мохов И.И., Безверхний В.А., Связь аномалий общего содержания водяного пара и озона над европейской территорией России с Североатлантическим колебанием: особенности летнего периода 2010 г. // Исследование Земли из космоса. 2017. № 1. С. 3–12.

[*Скорер, 1980*] Скорер Р. Аэродинамика окружающей среды. М.: Мир, 1980. 550 с.

[*Смирнова и др., 2016*] Смирнова Ю.Е., Заболотских Е.В., Бобылев Л.П., Шапрон Б. Статистические характеристики полярных циклонов в морях Северо-Европейского бассейна по данным спутниковых микроволновых радиометров // Исследование Земли из космоса. 2016. № 3. С. 27–36.

[*Снитковский, 1987*] Снитковский А.И. Смерчи на территории СССР // Метеорология и гидрология. 1987. № 9. С. 12–25.

[*Соколовский и Веррон, 2011*] Соколовский М.А., Веррон Ж. Динамика вихревых структур в стратифицированной вращающейся жидкости. М.; Ижевск: ИИКИ, 2011. 371 с.

[*Сэффмэн, 2000*] Сэффмэн Ф.Дж. Динамика вихрей. М.: Научный мир, 2000. 376 с.

[*Татарская, 1978*] Татарская М.С. О распределении адиабатических инвариантов в атмосфере северного полушария // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1978. Т. 14. № 1. С. 94–99.

[*Фридман и Хоперсков, 2011*] Фридман А.М., Хоперсков А.В. Физика галактических дисков. М.: Физматлит, 2011. 640 с.

[*Хаин, 1989*] Хаин А.П. Математическое моделирование тропических циклонов. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 246 с.

[*Хакен, 1980*] Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. 404 с.

[*Харчилава, 1966*] Харчилава Д.Ф. Характер отклонения отклонения общего содержаения озона в высоких циклонах и антициклонах // Геофиз. бюлл. Комитета МГГ. 1966. № 17. С. 63–68.

[*Хон и Мохов, 2006*] Хон В.Ч., Мохов И.И. Модельные оценки чувствительности центров действия атмосферы к глобальным климатическим изменениям // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 6. С. 749–756.

[*Хргиан, 1973*] Хргиан А.Х. Физика атмосферного озона. Л.: Гидрометеоиздат, 1973. 292 с.

[*Хргиан и Ламжавын, 1971*] Хргиан А.Х., Ламжавын Б. Изменения атмосферного озона в высотных барических образованиях // Метеорология и гидрология. 1971. № 9. С. 24–29.

[*Хромов и Петросянц, 1994*] Хромов С.П., Петросянц М.А. Метеорология и климатология. М.: Изд-во Московского Университета, 1994. 519 с.

[*Цветкова и др., 2007*] Цветкова Н.Д., Юшков В.А., Лукьянов А.Н., Дорохов В.М., Накане Х. Рекордное химическое разрушение озона в Арктике зимой 2004/2005 года // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 5. С. 643–650.

[*Чагелишвили и Чхетиани, 1995*] Чагелишвили Г.Г., Чхетиани О.Г. Трансформация волн Россби в сдвиговых течениях // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62. № 4. С. 41–48.

[*Чернокульский и др., 2015*] Чернокульский А.В., Курганский М.В., Захарченко Д.И., Мохов И.И. Условия формирования и характеристики сильного смерча на Южном Урале 29 августа 2014 г. // Метеорология и гидрология. 2015. № 12. С. 29–37.

[*Чернокульский и др., 2017*] Чернокульский А.В., Курганский М.В., Мохов И.И. Анализ изменений условий смерчегенеза в Северной Евразии с использованием про-

стого индекса конвективной неустойчивости атмосферы // ДАН. 2017. Т. 477. № 6. С. 722–727.

[*Черноусько, 1979*] Черноусько Ю.Л. Лабораторные эксперименты по моделированию баротропных волн Россби // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1979. Т. 15. С. 1084–1087.

[*Черноусько, 1980*] Черноусько Ю.Л. Экспериментальные исследования двумерных течений с горизонтальным сдвигом во вращающейся системе // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1980. Т. 16. С. 423–427.

[*Чефранов, 1985*] Чефранов С.Г. Моделирование глобального распространения примесей в атмосфере // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1985. Т. 21. № 10. С. 1026–1035.

[*Чефранов, 2001*] Чефранов С.Г. Диссипативно-центробежная неустойчивость и циклон–антициклонная асимметрия вихрей Россби // Письма в ЖЭТФ. 2001. Т. 73. № 6. С. 312–316.

[*Чефранов, 2016*] Чефранов С.Г. Механизм возникновения циклон–антициклонной вихревой асимметрии и линейное экмановское трение // ЖЭТФ. 2016. Т. 149. Вып. 4. С. 876–887.

[*Чефранов и Чефранов, 2017*] Чефранов С.Г., Чефранов А.Г. Диссипативные солитонные вихри и тропические циклоны // ЖЭТФ. 2017. Т. 152. Вып. 4. С. 840–844.

[*Чижелски, 1999*] Чижелски Р. Параметризация турбулентности в потоках со спиральностью // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 1999. Т. 35. № 2. С. 174–188.

[*Чхетиани, 2001*] Чхетиани О.Г. О спиральной структуре экмановского пограничного слоя // Известия РАН, Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37. № 5. С. 614–620.

[*Цветкова и др., 2007*] Цветкова Н.Д., Дорохов В.М., Лукьянов А.Н., Накане Х., Юшков В.А. Рекордное химическое разрушение озона в Арктике зимой 2004/2005 года // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 5. С. 643–650.

[*Шакина, 1985*] Шакина Н.П. Динамика атмосферных фронтов и циклонов. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 263 с.

[*Шакина и др., 2011*] Шакина Н.П., Иванова А.Р., Бирман Б.А., Скриптунова Е.Н. Блокирование: условия лета 2010 года в контексте современных знаний // Анализ условий аномальной погоды на территории России летом 2010 года. М.: Триада ЛТД, 2011. 72 с.

[*Шарков, 1997*] Шарков Е.А. Аэрокосмические исследования тропических циклонов // Исследование Земли из космоса. 1997. № 6. С. 87–111.

[*Шмерлин и Калашник, 1989а*] Шмерлин Б.Я., Калашник М.В. Структура растущих локализованных мод в модели влажной конвекции // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989. Т. 25. № 4. С. 4221–4228.

[*Шмерлин и Калашник, 1989б*] Шмерлин Б.Я., Калашник М.В. Структура растущих периодических мод в модели влажной конвекции // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1989. Т. 25. № 8. С. 810–818.

[*Шмерлин и Калашник, 2013*] Шмерлин Б.Я., Калашник М.В. Конвективная неустойчивость Релея в присутствии фазовых переходов влаги. Формирование крупномасштабных вихрей и облачных структур // Успехи физических наук. 2013. Т. 183. № 5. С. 497–510.

[*Шметер, 1962*] Шметер С.М. Особенности поля ветра в окрестностях кучево–дождевых облаков // Метеорология и гидрология. 1962. № 11. С. 20–27.

[*Шметер, 1966*] Шметер С.М. Взаимодействие кучево-дождевых облаков с полем ветра // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1966. Т. 2. С. 1026–1032.

[*Шметер, 1971*] Шметер С.М. Физика конвективных облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1971. 230 с.

[*Шметер, 1987*] Шметер С.М. Термодинамика и физика конвективных облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 287 с.

[*Шрамков и др., 2010*] Шрамков Я.Н. и др. База данных тропического циклогенеза и глобального поля водяного пара с использованием объектно-реляционных технологий // Исследование Земли из космоса. 2010. № 6. С. 52–58.

[*Юшков и др., 2011*] Юшков В., Варгин П., Цветкова Н. Озоновая "дыра" теперь и над Арктикой // Наука и жизнь. 2011. № 5. С. 8–9.

[*Эзау и Чернокульский, 2015*] Эзау И.Н., Чернокульский А.В. Поля конвективной облачности в Атлантическом секторе Арктики: спутниковые и наземные наблюдения // Исследования Земли из космоса. 2015. № 2. С. 49–63.

[*Ярошевич, 2007*] Ярошевич М.И. Динамика сезонных значений суммарных интенсивностей тропических циклонов // Доклады Академии Наук. 2007. Т. 413. № 4. С. 549–552.

[*Acker and Leptoukh, 2007*] Acker J.C., Leptoukh G. Online analysis enhances use of NASA Earth science data // Eos Trans. AGU. 2007. V. 88. P. 14–17.

[*Afanasyev and Wells, 2005*] Afanasyev Ya.D., Wells O. Quasi–two-dimensional turbulence on the polar beta-plane: laboratory experiments // Geophys. and Astrophys. Fluid Dyn. 2005. V. 99. P. 1–17.

[*Akperov and Mokhov, 2016*] *Akperov M.G., Mokhov I.I.* Polar lows over Nordic seas from satellite observations and reanalysis data // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling / E. Astakhova (ed.). 2016. WCRP Rep. No.15/2016. S. 2. P. 5–6.

[*Akperov et al., 2015*] Akperov M.G., Lupo A.R., Mokhov I.I. Cyclones and theirpossible changes in the Arctic by the end of the twenty first century from regional climate model Simulations // Theoretical and Applied Climatology. October 2015. V. 122. 1. P. 85–96.

[*Alaart et al., 1994*] Alaart M.A.F., Heiboer L.C., Kelder H. On the transport of trace gases by extra-tropical cyclones // Proc. Quadr. Ozone Symp. 1992 / Ed. R.D. Hudson. NASA. Goddard Space Flight Center. Ozone in the troposphere and stratosphere. Part 1. 1994. P. 82–84.

[*Ambaum, 2010*] Ambaum M.H.P. Thermal Physics of the Atmosphere // Advancing Weather and Climate Science. Chichester: Wiley–Blackwell, 2010. 240 p.

[*Anderson et al., 2007*] Anderson C., Wikle C., Zhou Q., Royle J. Population Influences on Tornado Reports in the United States // Wea. Forecasting. 2007. V. 22. P. 571–579.

[*Anderson et al., 2012*] Anderson J.G. et al. UV dosage levels in summer: Increased risk of ozone loss from convectively injected water vapor // Science. 2012. V. 337. № 6093. P. 835–839.

[*Asai and Nakasui, 1977*] Asai T., Nakasui I. On the preferred mode of cumulus convection in a conditionally unstable atmosphere // J. Met. Soc. Jap. 1977. V. 55. № 2. P. 151–167.

[*Asai and Nakasui, 1992*] Asai T., Nakasui I. A further study of a preferred mode of cumulus convection in a conditionally unstable atmosphere // J. Met. Soc. Jap. 1992. V. 60. № 1. P. 425–431.

[*Balme and Greeley, 2006*] Balme M., Greeley R. Dust devils on Earth and Mars // Reviews of Geophysics. 2006. V. 44. № 3. RG3003 46 p.

[*Barcilon, 1967*] Barcilon A. Vortex decay above a stationary boundary // J. Fluid Mech. 1967. V. 27. P. 155–175.

[*Bardin et al., 2005*] Bardin M.Yu., Gruza G.V., Lupo A.R., Mokhov I.I., Tikhonov V.A. Quasi–stationary anticyclones in the Northern hemisphere:an analysis of interannual and interdecadal variability and long–term trends at 1000 hPa and 500 hPa using a geomet-

ric defintion // Proceedings of the 16th Symposium on Global Change and Climate Variation. 2005. https://ams.confex.com/ams/pdfpapers/83154.pdf

[*Bardóczi et al., 2012*] Bardóczi L., Berta M., Bencze A. Inverse energy cascade and turbulent transport in a quasi–two–dimensional magnetized electrolyte system: An experimental study // Phys. Rev. E. 2012. V. 85. № 5. P. 056315.

[*Barnes et al., 2012*] Barnes E.A., Slingo J., Woollings T. A methodology for the comparison of blocking climatologies across indices, models and climate scenarios // Climate dynamics. 2012. V. 38 (11–12). P. 2467–2481.

[*Barnes et al., 2014*] Barnes E.A., Dunn–Sigouin E., Masato G., Woollings T. Exploring recent trends in Northern Hemisphere blocking // Geophys. Res. Lett. 2014. V. 41. № 2. P. 638–644.

[*Baroud et al., 2003*] Baroud C.N., Plapp B.B., Swinney H.L. Scaling in three–dimensional and quasi–two-dimensional rotating turbulent flows // Phys. Fluids. 2003. V. 15 (8). P. 2091–2104.

[*Barrett, 1958*] Barrett E.W. Eccentric circumpolar vortices in a barotropic atmosphere // Tellus. 1958. V. 10. № 3. P. 395–400.

[*Barriopedro et al., 2006*] Barriopedro D., García-Herrera R., Lupo A.R., Hernández E. A climatology of Northern Hemisphere blocking // J. Climate. 2006. V. 19. P. 1042–1063.

[*Barriopedro et al., 2010*] Barriopedro D., Antón M., García G.A. Atmospheric blocking signatures in total ozone and ozone miniholes // J. Climate. 2010. V. 23. P. 3967–3983.

[*Batchelor, 1967*] Batchelor G.K. An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1967.

[*Ben–Amots, 2016*] Ben-Amots N. Dynamics and thermodynamics of a tornado: Rotation effects // Atmos. Res. 2016. 178–179. 320–328.

[*Benestad and Chen, 2006*] Benestad R.E., Chen D. The use of a calculus-based cyclone identification method for generating storm statistics // Tellus. 2006. V. 58A. P. 473–486.

[*Bengtsson et al., 2006*] Bengtsson L., Hodges K.I., Roeckner E. Storm tracks and climate change // J. Climate. 2006. V. 19. № 15. P. 3518–3543.

[*Bengtsson et al., 2007*] Bengtsson L., Hodges K., Esch M., Keenlyside N., Kornblueh L., Luo J.–J., Yamagata T. How may tropical cyclones change in a warmer climate? // Tellus. 2007. V. 59A. P. 539–561.

[*Bergeron, 1954*] Bergeron T. Reviews of tropical hurricanes // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1954. V. 80. P. 131–164.

[*Berggren et al., 1949*] Berggren R., Bolin B., Rossby C.–G. An Aerological Study of Zonal Motion, its Perturbations and Break–down // Tellus. 1949. V. 1. P. 14–37.

[*Berloff et al., 2011*] Berloff P., Karabasov S., Farrar J.T., Kamenkovich I. On latency of multiple zonal jets in the oceans // J. Fluid Mech. 2011. V. 686. P. 534–567.

[*Blender and Schubert, 2000*] Blender R., Schubert M. Cyclone tracking in different spatial and temporal resolutions // Monthly Weather Review. 2000. V. 124. № 2. P. 377.

[*Blender et al., 1997*] Blender R., Fraedrich K., Lunkeit F. Identification of cyclone track regimes in the North Atlantic // Q. J. R. Meteorol. Soc. 1997. V. 123. № 539. P. 727–741.

[*Bluestein, 1996*] Bluestein H.B. Tornadoes // Encyclopedia of Climate and Weather / Schneider S.H. (Ed. in chief). New York, Oxford: Oxford University Press, 1996. V. 2. P. 764–768.

[*Bluestein et al., 2004*] Bluestein H.B., Weiss C.C., Pazmany A.L. Doppler radar observations of dust devils in Texas // Mon. Wea. Rev. 2004. V. 132. P. 209–224.

[*Blumen and Wu, 1995*] Blumen W., Wu R. Geostrophic adjustment: Frontogenesis and energy conversion // J. Phys. Oceanogr. 1995. V. 25. № 3. P. 428–438.

[*Bohren and Albrecht, 1998*] Bohren C.F., Albrecht B.A. Atmospheric Thermodynamics. New York, Oxford: Oxford University Press, 1998. 416 p.

[*Boubnov and Golitsyn, 1995*] Boubnov B.M., Golitsyn G.S. Convection in Rotating Fluids // Kluwer. 1995.

[*Boyd, 1980*] Boyd J.P. Equatorial solitary waves. Part I: Rossby solitons // J. Phys. Oceanogr. 1980. V. 10. P. 1699–1717.

[*Bratseth, 1985*] Bratseth A.M. A note on CISK in polar air masses // Tellus. 1985. V. 37A. P. 403–406.

[*Bratseth, 2004*] Bratseth A.M. In Memoriam // Tellus. 2004. V. 50A. P. 271–272.

[*Brezowsky et al., 1951*] Brezowsky H., Flohn H., Hess P. Some remarks on the climatology of blocking action // Tellus. 1951. V. 3. P. 191–194.

[*Bromwich et al., 2009*] Bromwich D.H., Hines K.M., Bai L.-S. Development and testing of Polar WRF: 2. Arctic Ocean // J. Geophys. Res.: Atmos. 2009. V. 114. P. D08122.

[*Bromwich et al., 2010*] Bromwich D., Kuo Y.–H., Serreze M., Walsh J., Bai L.S., Barlage M., Hines K., Slater A. Arctic System Reanalysis: Call for community involvement // EOS Trans. AGU. 2010. V. 91. P. 13–14.

[*Brooks, 2013*] Brooks H.E. Severe thunder storms and climate change // Atmos. Res. 2013. V. 123. P. 129–138.

[*Brooks et al., 2003*] Brooks H.E., Lee J.W., Craven J.P. The spatial distribution of-severe thunderstorm and tornado environments from global reanalysis data // Atmos. Res. 2003. V. 67–68. P. 73–94.

[*Browning, 1964*] Browning K.A. Air flow and precipitation trajectories within severe local storms which travel to the right of the winds // J. Atmos. Sci. 1964. V. 21. № 6.

[*Browning, 1965*] Browning K.A. The evolution of tornadic storms // J. Atmos. Sci. 1965. V. 22. P. 664–668.

[*Browning and Ludlam, 1962*] Browning K.A., Ludlam F.H. Airflow in convective storms// Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 1962. V. 88. P. 117–135.

[*Brutsaert, 1975*] Brutsaert W. On a derivable formula for long-wave radiation from clear skies // Water Resources Res. 1975. V. 11. № 5. P. 742–744.

[*Burgers, 1948*] Burgers J.M. A mathematical model illustrating the theory of turbulence // Advances in Applied Mechanics. New York: Academic Press, 1948. V. 1. P. 171–199.

[*Burger, 1958*] Burger A.P. Scale considerations of planetary motions of the atmosphere // Tellus. 1958. V. 10. P. 195–205.

[*Businger, 1985*] Businger S. The synoptic climatology of polar low outbreaks // Tellus A. 1985. V. 37. P. 419–432.

[*Businger and Reed, 1989*] Businger S., Reed R.J. Cyclogenesis in cold air masses // Weather and Forecasting. 1989. V. 4. P. 133–156.

[*Byers and Braham, 1949*] Byers H.R., Braham R.R. The Thunderstorm. Washington D.C.: Gov. Printing Office, 1949. 287 p.

[*Camargo, 2013*] Camargo S.J. Global and regional aspects of tropical cyclone activity in the CMIP5 models // J. Climate. 2013. V. 26. P. 9880–9902.

[*Carleton, 1995*] Carleton A.M. On the interpretation and classification of mesoscale cyclones from satellite infrared imagery // International Journal of Remote Sensing. 1995. V. 16. № 13. P. 2457–2485.

[*Carnell and Senior, 1998*] Carnell R.E., Senior C.A. Changes in mid-latitude variability due to increasing greenhouse gases and sulphate aerosols // Clim. Dyn. 1998. V. 14. P. 369–383.

[*Carrera et al., 2004*] Carrera M.L., Higgins R.W., Kousky V.E. Downstream weather impacts associated with atmospheric blocking over the northeast Pacific // J. Climate. 2004. V. 17. P. 4823–4839.

[*Chagelishvili et al., 1996*] Chagelishvili G.D., Rogava A.D., Tsiklauri D.G. Effect of coupling and linear transformation of waves in shear flows // Physical Review E. 1996. T. 53. № 6. C. 6028.

[*Chagelishvili et al., 1997*] Chagelishvili G.D., Tevzadze A.G., Bodo G., Moiseev S.S. Linear mechanism of wave emergence from vortices in smooth shear flows // Physical review letters. 1997. V. 79. № 17. P. 3178.

[*Chandrasekhar, 1960*] Chandrasekhar S. The stability of non–dissipative Couette flow in hydromagnetics // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 1960. V. 46. P. 253–257.

[*Charney, 1948*] Charney J.G. On the scale of atmospheric motions // Geofys. Publ. 1948. V. 17. № 2. 17 p.

[*Charney, 1962*] Charney J.G. Integration of the primitive and balance equations // Proc. Internat. Symp. Numerical Weather Prediction. Meteor. Soc. Japan. Tokyo, 1962. P. 131–152.

[*Charney, 1963*] Charney J.G. A note of large–scale motions in the tropics // J. Atmos. Sci. 1963. V. 20. P. 607–609.

[*Charney, 1973*] Charney J.G. Planetary fluid dynamics // Dynamic Meteotology / Ed. by P. Morel. Reidel. 1973. P. 97–351.

[*Charney and DeVore, 1979*] Charney J.G., DeVore J.G. Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking // J. Atmospheric Sci. 1979. V. 36. № 7. P. 1205–1216.

[*Charney and Eliassen, 1964*] Charney J.G., Eliassen A. On the growth of the hurricane depression // J. Atmos. Sci. 1964. V. 21. P. 68–75.

[*Charney et al., 1950*] Charney J.G., Fjortoft R., von Neumann J. Numerical prediction of the barotropic vorticity equation // Tellus. 1950. V. 2. P. 237–254.

[*Charney et al., 1981*] Charney J.G., Shukla J., Mo K.C. Comparison of a barotropic blocking theory with observations // J. Atmospheric Sci. 1981. V. 38. № 4. P. 762–779.

[*Chen et al., 2012*] Chen F., Geyer B., Zahn M., von Storch H. Toward a multi-decadal climatology of North Pacific polar lows employing dynamical downscaling // Terr. Atmos. Ocean. Sci. 2012. V. 23. № 3. P. 291–301.

[*Chernokulsky et al., 2011*] Chernokulsky A.V., Bulygina O.N., Mokhov I.I. Recent variations of cloudiness over Russia from surface daytime observations // Environ. Res. Lett. 2011. V. 6. № 3. P. 035202.

[*Chernokulsky et al., 2013*] Chernokulsky A.V., Mokhov I.I., Nikitina N.G. Winter cloudiness variability over Northern Eurasia related to the Siberian High during 1966□2010 // Environ. Res. Lett. 2013. V. 8. № 4. P. 045012.

[*Climate Change, 2007*] Climate Change 2007: The physical science basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / S. Solomon et al. (Eds.) Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007. 996 p.

[*Climate Change, 2013*] Climate Change 2013: The physical science basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / T.F. Stocker, D. Qin, G.–K. Plattner et al. (eds.). NewYork, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2013. 1535 p.

[*Cohen and Entekhabi, 1999*] Cohen J., Entekhabi D. Eurasian snow cover variability and Northern Hemisphere climate predictability // Geophys. Res. Lett. 1999. V. 26. P. 345–8.

[*Cohen et al., 2001*] *Cohen J., Saito K., Entekhabi D.* The role of the Siberian high in Northern Hemisphere climate variability // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28. P. 299–302.

[*Compo et al., 2011*] Compo G.P., Whitaker J.S., Sardeshmukh P.D., Matsui N., Allan R.J., Yin X., Gleason B.E., Vose R.S., Rutledge G., Bessemoulin P., Brönnimann S. The twentieth century reanalysis project. // Quarterly J. Royal Meteorol. Soc. 2011. V. 137 (654). P. 1–28.

[*Condron et al., 2006*] *Condron A., Bigg G.R., Renfrew I.A.* Polar mesoscale cyclones in the northeast Atlantic: Comparing climatologies from ERA-40 and satellite imagery // Mon. Wea. Rev. 2006. V. 134. № 5. P. 1518–1533.

[*Constantinou et al., 2014*] Constantinou N.C., Ioannou P.J., Farrell B.F. Emergence and equilibration of jets in beta–plane turbulence: applications of Stochastic Structural Stability Theory // J. Atmos. Sci. 2014. V. 71. № 5. P. 1818–1842.

[*Courant et al., 1928*] Courant R., Friedrichs K., Lewy H. Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik // Mathematische Annalen. 1928. Bd. 100 (1). S. 32–74.

[*Courtier et al., 1998*] Courtier P., Andersson E., Heckley W., Pailleux J., Vasiljevic D., Hamrud M., Hollingsworth A., Rabier F., Fisher M. The ECMWF implementation of three dimensional variational assimilation 3D-Var. Part I: Formulation // Q. J. R. Meteorol. Soc. 1998. V. 124. № 550. P. 1783–1808.

[*Craig, 1945*] Craig R.A. A solution of the nonlinear vorticity equation for atmospheric motion // J. Meteorol. 1945. V. 2. № 3. P. 175–178.

[*Croci-Maspoli et al., 2007*] Croci-Maspoli M., Schwierz C., Davies H.C. A multifaceted climatology of atmospheric blocking and its recent linear trend // J. Climate. 2007. V. 20. P. 633–649.

[*Cushman-Roisin and Beckers, 2009*] Cushman-Roisin D., Beckers J.M. Introduction to geophysical fluid dynamics. Physical and numerical aspects. Academic Press, 2009. 770 p.

[*D'Andrea et al., 1998*] D'Andrea F., Tibaldi S., Blackburn M., Boer G., Deque M., dix M.R., Dugas B., Ferrantu L., Iwasaki T., Kitoh A., Pope V., Randall D., Roeckner E., Straus D., Stern W., Van den Dool H., Williamson D. Northern Hemisphere atmospheric blocking as simulated by 15 atmospheric general circulation models in the period 1979–1988 // Climate Dynamics. 1998. V. 14. P. 385–407.

[*D'Arrigo et al., 2005*] D'Arrigo R., Jacoby G., Wilson R., Panagiotopoulos F. A reconstructed Siberian High index since A D 1599 from Eurasian and North American tree rings // Geophys. Res. Lett. 2005. V. 32. L05705.

[*Da Silva and Lindzen, 1993*] Da Silva A.M., Lindzen R.S. On the establishment of stationary waves in the northern hemisphere winter // J. Atm. Sci. 1993. V. 50. P. 43–61.

[*Das et al., 2016*] Das S.S., Ratnam M.V., Uma K.N. Influence of tropical cyclones on tropospheric ozone: possible implications // Atmos. Chem. Phys. 2016. V. 16. P. 4837–4847.

[*Davies-Jones, 1973*] Davies-Jones R. The dependence of core radius on swirl ratio in a tornado simulator // J. Atmos. Sci. 1973. V. 30. P. 1427–1430.

[*Davies-Jones, 1976*] Davies-Jones R.P. Laboratory simulations of tornadoes. Symposium on Tornadoes. Texas Tech. University Lubbock, 1976. P. 151–174.

[*Davies-Jones, 1985*] Davies-Jones R.P. Tornado dynamics // Thunderstorm morphology and dynamics / Ed. E.Kessler. Norman. OK.: University of Oklahoma Press, 1985. P. 197–236.

[*Deardorff, 1980*] Deardorff J.W. Cloud Top Entrainment Instability // J. Atm. Sc. 1980. V. 37. P. 131–147.

[*Dee et al., 2011*] Dee D.P., Uppalaa S.M., Simmonsa A.J., Berrisforda P., Polia P., Kobayashib S., Andraec U., Balmasedaa M.A., Balsamoa G., Bauera P., Bechtolda P., Beljaarsa A.C.M., van de Bergd L., Bidlota J., Bormanna N., Delsola C., Dragania R., Fuentesa M., Geera A.J., Haimbergere L., Healya S.B., Hersbacha H., Holm E.V., Isaksena L., Kallberg P., Kohler M., Matricardia M., McNallya A.P., Monge-Sanzf B.M., Morcrettea J.-J., Parkg B.-K., Peubey C., de Rosnaya P., Tavolatoe C., Thepaut J.-N., Vitarta F. The ERA–Interim reanalysis: configuration and performance of the data assimilation system // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2011. V. 137. P. 553–597.

[*Delden, 1985*] Delden A. On the preferred mode of cumulus convection // Beitr. Phys. Atmos. 1985. V. 58. № 2. P. 202–219.

[*Della-Marta and Pinto, 2009*] Della-Marta P.M., Pinto J.G. Statistical uncertainty of changes in winter storms over the North Atlantic and Europe in an ensemble of transient climate simulations // Geophys. Res. Lett. 2009. V. 36. P. L14703.

[*Dessens, 1972*] Dessens J. Influence of ground roughness on tornadoes: A laboratory simulation // J. Appl. Meteorol. 1972. V. 11. P. 72–75.

[*Dethloff et al., 1996*] Dethloff K., Rinke A., Lehmann R., Christensen J.H., Botzet M., Machenhauer B. Regional climate model of the Arctic atmosphere // J. Geophys. Res. 1996. V. 101D. № 18. P. 23401–23422.

[*Diao et al., 2006*] Diao Y., Li J., Luo D. A new blocking index and its application: Blocking action in the Northern Hemisphere // J. Climate. 2006. V. 19. P. 4819–4839.

[*DiBattista and Polvani, 1998*] DiBattista M., Polvani L.M. Barotropic vortex pairs on a rotating sphere // J. Fluid Mech. 1998. V. 358. P. 107–133.

[*Diffenbaugh et al., 2013*] Diffenbaugh N.S., Scherer M., Trapp R.J. Robust increases in severe thunderstorm environments in response to green house forcing // Proc. Nat. Acad. Sci. 2013. V. 110. P. 16361–16366.

[*Ding and Krishnamurti, 1987*] Ding Y., Krishnamurti T.N. Heat budget of the Siberian High and winter monsoon // Mon. Weather Rev. 1987. V. 115. P. 2428–2449.

[*Dobson et al., 1929*] Dobson G.M.B., Harrison D.N., Lawrence J. Measurements of the amount of ozone in the Earth's atmosphere and its relation to other geophysical conditions // Proc. R. Soc. 1929. V. A122. P. 456–486.

[*Dole and Gordon, 1983*] Dole R.M., Gordon N.D. Persistent anomalies of the extratropical Northern Hemisphere wintertime circulation: Geographical distribution and regional persistence characteristics // Mon. Wea. Rev. 1983. V. 111. P. 1567–1586.

[*Dolzhansky, 2013*] Dolzhansky F.V. Fundamentals of Geophysical Hydrodynamics. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2013. 272 p.

[*Donner et al., 2013*] Donner L.J., Wyman B.L., Hemler R.S. et al. The dynamical core, physical parameterizations, and basic simulation characteristics of the atmospheric component AM3 of the GFDL global coupled model CM3 // J. Climate. 2011. V. 24. P. 3484–3519.

[*Doswell and Schultz, 2006*] Doswell C.A. III, Schultz D.M. On the use of indices and parameters in forecasting severe storms. Electronic // J. Severe Storms Meteor. 2006. V. 1. № 3. P. 1–22.

[*Doswell III et al., 2009*] Doswell C.A. III, Brooks H.E., Dotzek N. On the implementation of the enhanced Fujita scale in the USA // Atmospheric Res. 2009. V. 93. P. 554–563.

[*Dotzek et al., 2005*] Dotzek N., Kurgansky M.V., Grieser J., Feuerstein B., Névir P. Observational evidence for exponential tornado intensity distributions over specific kinetic energy // Geophys. Res. Lett. 2005. V. 32. L24813.

[*Dotzek et al., 2009*] Dotzek N., Groenemeijer P., Feuerstein B., Holzer A.M. Overview of ESSL's severe convective storms research using the European Severe Weather Database ESWD // Atmos. Res. 2009. V. 93. P. 575–586.

[*Dritschel and Boatto, 2015*] Dritschel D.G., Boatto S. The motion of point vortices on closed surfaces // Proc. R. Soc. A. 2015. V. 471. 20140890. http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2014.0890

[*Droegemeier et al., 1993*] Droegemeier K.K., Lazarus S.M., Davies-Jones R. The influence of helicity on numerically simulated convective storms // Mon. Wea. Rev. 1993. V. 121. P. 2005–2029.

[*Dufresne et al., 2013*] Dufresne J.L., Foujols M.A., Denvil S., Caubel A., Marti O., Aumont O., Balkanski Y., Bekki S., Bellenger H., Benshila R., Bony S. Climate change

projections using the IPSL–CM5 Earth system model: from CMIP3 to CMIP5 // Clim. Dyn. 2013. V. 40. P. 2123–2165.

[*Dunn-Sigouin and Son, 2013*] Dunn-Sigouin E., Son S.W. Northern Hemisphere blocking frequency and duration in the CMIP5 models // J. Geophys. Res. 2013. V. 118. P. 1179–88.

[*Dütsch and Favarger, 1969*] Dütsch H.U., Favarger D. Meridional ozone transport by transient eddies over Boulder // Colorado. Annales Geophysicae. 1969. V. 25. № 1. P. 279–281.

[*Dvortsov and Solomon, 2001*] Dvortsov I., Solomon S. Response of the stratospheric temperatures and ozone to past and future increases in stratospheric humidity // J. Geophys. Res. 2001. V. 106. P. 7505–7514.

[*Dwyer et al., 2015*] Dwyer J.G., Camargo S.J., Sobel A.H., Biasutti M., Emanuel K.A., Vecchi G.A., Zhao M., Tippett M.K. Projected twenty-first-century changes in the length of the tropical cyclone season // J. Climate. 2015. V. 28. P. 6181–6192.

[*Eady, 1949*] Eady E.T. Long waves and cyclone waves // Tellus. 1949. V. 1. № 3. P. 33–52.

[*Eckart, 1960*] Eckart C. Hydrodynamics of Oceans and Atmospheres. London: Pergamon Press, 1960. 290 p.

[*Eldevik and Dysthe, 2002*] Eldevik T., Dysthe K. Spiral eddies // J. Phys. Oceanogr. 2002. V. 32. № 3. P. 851–869.

[*Eliassen, 1951*] Eliassen A. Slow thermally or frictionally controlled meridional circulation in a circular vortex // Astrophys. Norv. 1951. V. 5. № 2. P. 19–60.

[*Eliassen, 1962*] Eliassen A. On the vertical circulation in frontal zones // Geofys. Publ. 1962. V. 24. P. 147–160.

[*Elliott and Smith, 1949*] Elliott R.D., Smith T.B. A study of the effects of large blocking highs on the general circulation in the Northern Hemisphere westerlies // J. Meteor. 1949. V. 6. P. 67–85.

[*Emanuel, 1981*] Emanuel K.A. A similarity theory for unsaturated downdrafts within clouds // J. Atmos. Sci. 1981. V. 38. P. 1541–1557.

[*Emanuel, 1986*] Emanuel K. An air–sea interaction theory for tropical cyclones. Part I: steady–state maintenance // J. Atmos. Sci. 1986. V. 3. № 6. P. 585–604.

[*Emanuel, 1991*] Emanuel K.A. The theory of hurricanes // Ann. Rev. Fluid Mech. 1991. V. 23. P. 179–196.

[*Emanuel, 2003*] Emanuel K.A. Tropical cyclones // Ann. Rev. Earth Planet. Sci. 2003. V. 31. P. 75–104.

[*Emanuel, 2013*] Emanuel K.A. Downscaling CMIP5 climate models shows increased tropical cyclone activity over the 21st century // PNAS. 2013. V. 110. № 30. P. 12219–12224.

[*Emanuel and Rotunno, 1989*] Emanuel K., Rotunno R. Polar lows as Arctic hurricanes // Tellus. 1989. V. 41A. P. 1–17.

[*Emanuel et al., 2008*] Emanuel K., Sundararajan R., Williams J. Hurricanes and global warming: Results from downscaling IPCC AR4 simulations // Bull. Am. Met. Soc. 2008. V. 89. P. 347–367.

[*Ertel, 1941*] Ertel H. Über neue atmosphärische Bewengungsgleichungen und eine Differentialgleichung des Luftdruckfeldes (On a new equation of atmospheric motion and a differential equation of the air pressure field) // Meteorol. Z. 1941. Bd. 58. H. 3. P. 77–78 [See also: Theoretical Meteorology. Weather Prediction, Cosmology and General Applications / Eds. W. Schroder, H.-J. Treder. Bremen–Rönnebeck, 1995. 156 p.]

[*Ertel, 1942*] Ertel H. Ein neuer hydrodynamischer Wirnelsatz (A new hydrodynamic vorticity equation) // Meteorol. Z. 1942. Bd. 59. H. 9. P. 277–281 // See also: Geophysical Hydrodynamics and Ertel's potential vorticity (Selected papers of Hans Ertel) / Ed. W. Schroder. Bremen–Rönnebeck, 1991. 218 p.

[*Ese et al., 1988*] Ese T., Kanestrom I., Pedersen K. Climatology of polar lows over the Norwegian and Barents Seas // Tellus. 1988. V. 40A. P. 248–255.

[*Espa et al., 2012*] Espa S., Bordi I., Frisius Th., Fraedrichs K., Cenedese A.,Sutera A. Zonal jets and cyclone/anticyclone asymmetry in decaying rotating turbulence: laboratory experiments and numerical simulations // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 2012. V. 106. № 6. P. 557–573.

[*Espa et al., 2014*] *Espa St., Lacorata G., Nitto G.D.* Anisotropic Lagrangian dispersion in rotating flows with a β effect // J. Phys. Oceanogr. 2014. V. 44. № 2. P. 632–643.

[*Etling, 1985*] Etling D. Some aspects of helicity in atmosphere // Beitr. Phys. Atmosph. 1985. V. 58. № 1. P. 88–100.

[*Fairall et al., 2003*] Fairall C.W., Bradley E.F., Hare J.H., Grachev A.A., Edson J.B. Bulk parametrizations of air–sea fluxes: Updates and verification for the COARE algorithm // J. Climate. 2003. V. 16. № 4. P. 572–591.

[*Farrell, 1987*] Farrell B. Developing disturbances in shear // J. Atmospheric Sci. 1987. V. 44. № 16. P. 2191–2199.

[*Farrell and Ioannou, 2009*] Farrell B.F., Ioannou P.J. Emergence of Jets from Turbulence in the Shallow–Water Equations on an Equatorial β–Plane // J. Atmos. Sci. 2009. V. 66. P. 3197–3207.

[*Fedorovich E. et al., 2004*] Fedorovich E., Conzemins R., Mironov D. Convective entrainment into a shear–free linearly stratified atmosphere bulk models reevaluated through large eddy simulation // J. Atmos. Sci. 2004. V. 61. P. 281–295.

[*Ferrel, 1889*] Ferrel W. A popular treatise on the winds // Wiley. 1889. 505 p.

[*Fiedler and Rotunno, 1986*] Fiedler B.H., Rotunno R. A theory for the maximum windspeeds in tornado–like vortices // J. Atmos. Sci. 1986. V. 43. P. 2328–2340.

[*Fiedler, 1995*] Fiedler B. On modelling tornadoes in insolation from the parent storm // Atmosphere–Ocean. 1995. V. 33 № 3. P. 501–512.

[*Fieg, 1996*] Fieg K. Der Ozean als Teil des gekoppelten Klimasystems: Versuch der Rekonstruktion der glazialen Zirkulation mit verschieden komplexen Atmospherenkomponenten // Ber. Polarforsch. 206 (1996).

[*Flierl, 1987*] Flierl G.R. Isolated eddy models in geophysics // Ann. Rev. Fluid. Mech. 1987. V. 19. P. 493–530.

[*Flor, 2010*] Flor J.–B. (ed.). Fronts, waves and vortices in geophysical flows. Lecture notes in physics // Springer. 2010. V. 805. 192 p.

[*Forbes and Lottes, 1985*] Forbes G.S., Lottes W.D. Classification of mesoscale vortices in polar airstreams and the influence of the large-scale environment on their evolutions // Tellus A. 1985. V. 37. P. 132–155.

[*Friedmann and Hesselberg, 1914*] Friedmann A.A., Hesselberg T. Die Grössenordnung der Meteorologishen Elemente und ihrer raumlichen und zeitichen Abteilungen // Veröffentlichungen des geoph. Instituts der Universität Leipzig. 1914. Serie 2. H. 10.

[*Fujita, 1963*] Fujita T. Analitical mesometeorology: a Review // Met. Mon. 1963. V. 5. № 27.

[*Fujita, 1981*] Fujita T. Tornadoes and downbursts in the context of generalized planetary scales // J. Atmos. Sci. 1981. V. 38. P. 1511–1534.

[*Fujita and Grandoso 1968*] Fujita T., Grandoso H. Split of a thunderstorm into Anticyclonic and Cyclonic storms and their motion as determined from numerical modal experiments // J. Atmos. Sci. 1968. V. 25. P. 416–439.

[*Fultz et al.,*] Fultz D., Kaiser J., Fain M., Kaylor R., Weil J. Experimental investigations of the spectrum of thermal convective motions in rotating annulus // Article 2B. Final Report. Contract AF 19, No 604. P. 8361. Dept. of Geophysical Sciences. Univ. of Chicago.

[*Galperin et al., 2006*] Galperin B., Sukoriansky S., Dikovskaya N., Read P., Yamazaki Y., Wordsworth R. Anisotropic turbulence and zonal jets in rotating flows with a β–effect // Nonlinear Process Geophys. 2006. V. 13. P. 83–98.

[*Garriott, 1904*] Garriott E.B. Long–range weather forecasts // USDA. Weather Bureau Bulletin. DC 1904. № 35. Government Printing Office. Washington. P. 68.

[*Giorgetta et al., 2013*] Giorgetta M.A., Jungclaus J., Reick C.H., Legutke S., Bader J., Böttinger M., Brovkin V., Crueger T., Esch M., Fieg K., Glushak K. Climate and carbon cycle changes from 1850 to 2100 in MPI-ESM simulations for the coupled model intercomparison project phase 5 // J. Adv. Model. Earth Syst. 2013. V. 5. P. 572–597.

[*Goliger and Milford, 1998*] Goliger A.M., Milford R.V. A review of worldwide occurrence of tornadoes // J. wind engineering and industr. aerodynam. 1998. V. 74. P. 111–121.

[*Golitsyn, 2009*] Golitsyn G.S. Tropical cyclons and polar lows: velocity, size, and energy scales, and relation to the 26 ºC cyclone origin criteria // Adv. Atm. Sc. 2009. V. 26. № 3. P. 585–598.

[*Gong and Ho, 2002*] Gong D.Y., Ho C.-H. The Siberian High and climate change over middle to high latitude Asia // Theor. Appl. Climatol. 2002. V. 72. P. 1–9.

[*Gray, 1968*] Gray W.M. Global view of the origin of tropical disturbances and storms // Mon. Wea. Rev. 1968. V. 96. P. 669–700.

[*Gray, 1979*] Gray W.H. Hurricanes: their formation, structure and likely role in the tropical circulation // Meteorology over the tropical oceans / Show D.B. (ed.). Roy. Met. Soc. 1979. P. 151–218.

[*Grigoriev et al., 2000*] Grigoriev S., Gulev S., Zolina O. Innovative software facilitates cyclone tracking and analysis // Eos, Transactions. AGU. 2000. V. 81(16). P. 170–171.

[*Groenemeijer and Kühne, 2014*] Groenemeijer P., Kühne T. A climatology of tornadoes in Europe: Results from the European Severe Weather Database // Monthly Weather Review. 2014. V. 142. P. 4775–4790.

[*Groisman et al., 2012*] Groisman P.Ya., Blyakharchuk T.A., Chernokulsky A.V. Climate Changes in Siberia // Regional Environmental Changes in Siberia and Their Global Consequences, P.Ya. Groismanand G. Gutmaneds). Dordrecht: Springer, 2012. P. 57–109.

[*Grooss and Russell, 2005*] Grooss J.-U., Russell III J.M. A stratospheric climatology for O_3, H_2O, CH_4, NOX, HCl and HF derived from HALOE measurements // Atmos. Chem. Phys. 2005. V. 5. P. 2797–2807.

[*GTECCA, 1994*] Global Tropical/Extratropical Cyclone Climatic Atlas. Version 1.0. National Climatic Data Center. 1994.

[*Gulev et al., 2001*] Gulev S.K., Zolina O., Grigoriev S. Extratropical cyclone variability in the Northern Hemisphere winter from the NCEP/NCAR reanalysis data // Clim. Dyn. 2001. V. 17. № 10. P. 795–809.

[*Hakim, 2000*] Hakim G. Role of nonmodal growths and nonlinearity in cyclogenesis initial value problems // J. Atmos. Sci. 2000. V. 57. P. 2951–2967.

[*Hameed et al., 1992*] Hameed S., Shi W., Santer B. Investigation of the centers of action in the Northern Atlantic and North Pacific in the ECHAM AMIP simulation // Proceedings of the First International AMIP Scientific Conference. WCRP–92. WMP/TD. 1992. № 732. P. 221–226.

[*Hammel et al., 2005*] Hammel H.B., Pater I. De, Gibbard S. et al. Uranus in 2003: Zonal winds, banded structure, and discrete features // Icarus. 2005. V. 175. N 2. P. 534–545.

[*Haney, 1971*] Haney R.L. Surface Thermal Boundary Condition for Ocean Circulation Models // J. Atmos. Sci. 1971. V. 1. P. 241–248.

[*Hansen and Sutera, 1993*] Hansen A.R., Sutera A. A comparison between planetary–wave flow regimes and blocking // Tellus A. 1993. V. 45A. P. 281–288.

[*Hanson et al., 2004*] Hanson C.E., Palutikof J.P., Davies T.D. Objective cyclone climatologies of the North Atlantic – a comparison between the ECMWF and NCEP reanalyses // Clim. Dyn. 2004. V. 22. № 6–7. P. 757–769.

[*Haque, 1958*] Haque S.M. The initiation of cyclonic circulation in a vertically unstable air mass // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1958. V. 78. P. 394–406.

[*Harley, 1960*] *Harley D.G.* Frontal contour analysis of a "polar" low // Met. Mag. 1960. V. 89. P. 146–147.

[*Harrold and Browning, 1969*] Harrold T.W., Browning K.A. The polar low as a baroclinic disturbance // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1969. V. 95. P. 710–723.

[*Harvey et al., 2012*] Harvey B.J., Shaffrey L.C., Woollings T.J., Zappa G., Hodges K.I. How large are projected 21st century storm track changes? // Geophys. Res. Lett. 2012. V. 39. P. L18707.

[*Hasegawa, 1978*] Hasegawa A., Mima K. Pseudo–three–dimensional turbulence in magnetized nonuniform plasma // Physics of Fluids. 1978. V. 21. № 1. P. 87–92.

[*Haurwitz, 1940*] The motion of atmospheric disturbances on the spherical Earth // J. Mar. Res. 1940. V. 3. P. 254–267.

[*Haynes and McIntyre, 1990*] Haynes P.H., McIntyre M.E. On the conservation and impermeability theorems for potential vorticity // J. Atmos. Sci. 1990. V. 47. P. 2021–2031.

[*Heifetz, 1999*] Heifetz E., Bishop C.H., Alpert P. Counter–propagating Rossby waves in the barotropic Rayleigh model of the shear instability // Quart. Journ. Roy. Met. Soc. 1999. V. 125. P. 2835–2853.

[*Heifetz and Farrel, 2003*] Heifetz E., Farrel B.F. Generalized stability of nongeostrophic baroclinic shear flow. Part 1: Large Richardson number regime // J. Atm. Sci. 2003. V. 60. P. 2083–2100.

[*Heifetz and Farrel, 2007*] Heifetz E., Farrel B.F. Generalized stability of nongeostrophic baroclinic shear flow. Part 2: Intermediate Richardson number regime // J. Atm. Sci. 2007. V. 64. P. 4366–4382.

[*Heifetz and Farrel, 2008*] Heifetz E., Farrel B.F. Non-normal growths in symmetric shear flow // Quart. J. Roy. Met. Soc. 2008. V. 134. P. 1627–1633.

[*Heifetz and Methven, 2005*] Heifetz E., Methven J. Relating optimal growth to counter–propagating Rossby waves in shear instability // Phys. Fluid. 2005. V. 17. P. 064107.

[*Held and Hou 1980*] Held I.M., Hou A.Y. Nonlinear axially symmetric circulations in a nearly inviscid atmosphere // J. Atmos. Sci. 1980. V. 37. P. 515–533.

[*Held and Zhao, 2011*] Held I.M., Zhao M. The response of tropical cyclone statistics to an increase in CO_2 with FixedSea Surface Temperatures // J. Climate. 2011. V. 24. P. 5353–5364.

[*Henderson-Sellers 1984*] Henderson-Sellers B. A new formula for the latent heat of evaporation as a function of temperature // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1984. V. 110. P. 1186–1190.

[*Hendricks et al., 2004*] Hendricks E.A., Montgomery M.T., Davis C.A. The role of "vortical" hot towers in the formation of tropical cyclone Diana (1984) // J. Atmos. Sci. 2004. V. 61. № 11. P. 1209–1232.

[*Hide, 1968*] Hide R. On source–sink flows in a rotating fluid // J. Fluid Mech. 1968. V. 32. Part 4. P. 737–764.

[*Hide, 1989*] Hide R. Superhelicity, helicity and potential vorticity // Geophys. Astrophys. Fluid. Dyn. 1989. V. 48. P. 69–79.

[*Hide and James, 1983*] Hide R., James I.N. Differential rotation produced by large–scale potential vorticity mixing in a rapidly–rotating fluid // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1983. V. 74. P. 301–312.

[*Hide and Mason, 1975*] Hide R., Mason P.Y. Sloping convection in a rotating fluid // Adv. Phys. 1975. V. 21. № 1. P. 47–100.

[*Hide and Titman, 1967*] Hide R., Titman C.W. Detached shear layers in a rotating fluid // J. Fluid Mech. 1967. V. 29. P. 39–60.

[*Holton, 1971*] Holton J.R. An experimental study of forced barotropic Rossby waves // Geophys. Fluid Dyn. 1971. V. 2. P. 323–341.

[*Holton, 1992*] Holton J.R. An Introduction to Dynamic Meteorology. San Diego: Calif. Academic Press, 1992. 507 p.

[*Horton and Hasegawa, 1994*] Horton W., Hasegawa A. Quasi–two–dimensional dynamics of plasmas and fluids // Chaos. 1994. V. 4. № 2. P. 227–251.

[*Hoskins, 1974*] Hoskins B.J. The role of potential vorticity in symmetric stability and instability flows // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1974. V. 100. P. 480–482.

[*Hoskins, 1991*] Hoskins B.J. Towards a PV–θ view of the general circulation // Tellus. 1991. V. 43A–B. P. 27–35.

[*Hoskins and Bretherton, 1972*] Hoskins B.J., Bretherton F.P. Atmospheric frontogenesis models: mathematical formulations and solutions // J. Atmos. Sci. 1972. V. 29. P. 11–37.

[*Hoskins and Bretherton, 1972*] Hoskins B.J., Valdes P.J. On the existence of storm-tracks // J. Atmos. Sci. 1990. V. 47. P. 1854–1864.

[*Howells et al., 1988*] Howells P.A.C., Rotunno R., Smith R.K. A comparative study of atmospheric and laboratory – analogue numerical tornado – vortex models // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1988. V. 114. P. 801–822.

[*Hunt, 1966*] Hunt B.G. Photochemistry of ozone in a moist atmosphere // J. Geophys. Res. 1966. V. 71. № 5. P. 1385–1398.

[*Inatsu, 2009*] Inatsu M. The neighbor enclosed area tracking algorithm for extratropical wintertime cyclones // Atmos. Sci. Lett. 2009. V. 10. № 4. P. 267–272.

[*Inoue et al., 2012*] Inoue J., Masatake E.H., Koutarou T. The role of Barents sea ice in the wintertime cyclone track and emergence of a warm–arctic cold–Siberian anomaly // J. Clim. 2012. V. 25. P. 2561–2568.

[*IPCC 2012*] IPCC, 2012: Managing the Risks of Extreme Events and Disasters to Advance Climate Change Adaptation. A Special Report of Working Groups I and II of the Intergovernmental Panel on Climate Change / Field C.B., Barros V., Stocker T.F. et al. (eds.). Cambridge; New York: Cambridge University Press, 2012. 582 p.

[*Ito and Niino, 2014*] Ito J., Niino H. Particle image velocimetry of a dust devils observed in a desert // SOLA. 2014. V. 10. P. 108–111.

[*Jaiser et al., 2012*] Jaiser R., Dethloff K., Handorf D., Rinke A., Cohen J. Impact of sea ice cover changes on the Northern Hemisphere atmospheric winter circulation // Tellus. 2012. V. 64. P. 11595.

[*James, 1998*] James P.M. A climatology of ozone mini–holes over the Northern Hemisphere // Int. J. Climatol. 1998. V. 18. P. 1287–1303.

[*James and McWilliams, 2011*] James C. McWilliams Fundamentals of geophysical fluid dynamics. Cambridge: Univ. Press, 2011. 500 p.

[*Johns et al., 1993*] Johns R.H., Davies J.M., Leftwich P.W. Some wind and instability parameters associated with strong and violent tornadoes 2. Variations in the combinations of wind and instability parameters. The Tornado: Its Structure, Dynamics, Prediction, and Hazards // Geophysical Monograph Series. 1993. V. 79. P. 583–590.

[*Johnson, 1963*] Johnson J.A. The stability of shearing motion in a rotating fluid // J. Fluid Mech. 1963. V. 17. № 3. P. 337–352.

[*Jones, 1987*] Jones P.D. The early twentieth century Arctic High – fact or fiction? // Clim. Dyn. 1987. V. 1. P. 63–75.

[*Jordan, 1958*] Jordan C.L. Mean soundings for the West Indies area // J. Meteorol. 1958. V. 15. P. 91–97.

[*Kaladze et al., 2008*] Kaladze T.D., Pokhotelov O.A., Stenflo L., Rogava J., Tsamalashvili L.V., Tsiklauri M. Zonal flow interaction with Rossby waves in the Earth's atmosphere: A numerical simulation // Physics Letters A. 2008. V. 372. № 31. P. 5177–5180.

[*Kalashnick, 2004*] Kalashnick M.V. Geostrophic adjustment and frontogenesis in the continuously stratified fluid // Dynamics of Atmospheres and Oceans. 2004. V. 38. № 1. P. 1–37.

[*Kalnay et al., 1996*] Kalnay E., Kanamitsu M., Kistler R., Collins W., Deaven D., Gandin L., Iredell M., Saha S., White G., Woollen J., Zhu Y. The NCEP/NCAR 40-Year Reanalysis Project // Bull. Am. Meteorol. Soc. 1996. V. 77. № 3. P. 437–471.

[*Kew et al., 2010*] Kew S.F., Sprenger M., Davies H.C. Potential vorticity anomalies of the lowermost stratosphere: A 10-yr winter climatology // Mon. Wea. Rev. 2010. V. 138. P. 1234–1249.

[*Kieu and Zhang, 2009*] Kieu C.Q., Zhang D.–L. An analytical model for the rapid intensification of tropical cyclones // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 2009. V. 135. P. 1336–1349.

[*Kirk–Davidoff and Lindzen,* 2000] Kirk–Davidoff D.B., Lindzen R.S. An energy balance model based on potential vorticity homogenization // J. Climate. 2000. V. 13. P. 431–448.

[*Kistler et al., 2001*] Kistler R., Kalnay E., Collins W. The NCEP/NCAR 50-year reanalysis: monthly means CD–ROM and documentation // Bull. Amer. Met. Soc. 2001. V. 82. P. 247–266.

[*Kleinschmidt, 1951*] Kleinschmidt E. Grundlagen einer Theory des tropischen Zyklonen // Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol. 1951. B. 4A. P. 53–71.

[*Knippetz et al., 2000*] Knippetz P., Ulbrich U., Speth P. Changing cyclones and surface wind speeds over the North Atlantic and Europe in a transient GHG experiment // Climate Res. 2000. V. 15. P. 109–122.

[*Knutson et al., 2010*] Knutson T., McBride L., Chan C., Emanuel K., Holland G., Landsea C., Held I., Kossin J., Srivastava A., Sugi M. Tropical cyclones and climate change // Nat. Geosci. 2010. V. 3. P. 157–163.

[*Knutson et al., 2015*] Knutson T.R., Sirutis J.J., Zhao M., Tuleya R.E., Bender M., Vecchi G.A., Villarini G., Chavas D. Global projections of intense tropical cyclone activity for the late twenty–first century from dynamical downscaling of CMIP5/RCP4.5 scenarios // J. Climate. 2015. V. 28 (18). P. 7203–7224.

[*Kolstad, 2011*] *Kolstad E.W.* A global climatology of favourable conditions for polar lows // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 2011. V. 137. P. 1749–1761.

[König et al., 1993] König W., Sausen R., Sielmann F. Objective identification of cyclones in GCM simulations // J. Climate. 1993. V. 6. P. 2217–2231.

[*Kostrykin et al., 2014*] Kostrykin S.V., Khapaev A.A., Yakushkin I.G. The influence of nonlinear bottom friction ondecay properties of cyclonic and anticyclonic vortical structures in the shallow rotated fluid // J. Fluid. Mech. 2014. V. 753. P. 217–241.

[*Kraus and Businger, 1994*] Kraus E.B., Businger J.A. Atmosphere–Ocean Interaction. 2-nd ed. Oxford Univ. Press, 1994.

[*Kuo, 1961*] Kuo H.L. Convection in a conditionally unstable atmosphere // Tellus. 1961. V. 13. P. 441–459.

[*Kuo, 1966*] Kuo H.L. On the dynamics of convective atmospheric vortices // J. Atmos. Sci. 1966. V. 23. P. 25–42.

[*Kuo, 1967*] Kuo H.L. Note on the similarity solutions of the vortex equations in an unstably stratified atmosphere // J. Atmos. Sci. 1967. V. 24. P. 95–97.

[*Kurganov and Tadmor, 2000*] Kurganov A., Tadmor E. New high–resolution semi–discrete central schemes for Hamilton–Jacobi equations // J. Computational Physics. 2000. V. 160. № 2. P. 720–742.

[*Kurganov and Petrova, 2005*] Kurganov A., Petrova G. Central–upwind schemes on triangular grids for hyperbolic systems of conservation laws // Numerical Methods in Partial Differential Equations. 2005. V. 21. № 3. P. 536–552.

[*Kurganov and Petrova, 2009*] Kurganov A., Petrova G. Central–upwind schemes for two–layer shallow water equations // SIAM J.Sci.Comput. 2009. V. 31. № 3. P. 1742–1773.

[*Kurgansky, 1999*] Kurgansky M.V. Vorticity genesis in the moist atmosphere // Phys. Chem. Earth (B). 1999. V. 24 (8). P. 959–961.

[*Kurgansky, 2002*] Kurgansky M.V. Adiabatic Invariants in large–scale atmospheric dynamics. Taylor & Francis, 2002. 222 p.

[*Kurgansky, 2005*] Kurgansky M.V. A simple model of dry convective helical vortices (with applications to the atmospheric dust devil) // Dynamics of Atmospheres and Oceans. 2005. V. 40. P. 151–162.

[*Kurgansky, 2006*] Kurgansky M.V. Steady–state properties and statistical distribution of atmospheric dust devils // Geophys. Res. Lett. 2006. V. 33. L19S06.

[*Kurgansky, 2013*] Kurgansky M.V. Simple models of helical baroclinic vortices // Procedia IUTAM. 2013. V. 7. P. 193–202.

[*Kurgansky and Pisnichenko, 2000*] Kurgansky M.V., Pisnichenko I.A. Modified Ertel's potential vorticity as a climate variable // J. Atmos. Sci. 2000. V. 57. P. 822–835.

[*La Seur, 1954*] La Seur N.E. On the asymmetry of the middle–latitude circumpolar current // J. Meteorol. 1954. V. 11. P. 43–57.

[*Laffineur et al., 2014*] Laffineur T., Claud C., Chaboureau J.-P., Noer G. Polar lowsover the Nordic Seas: improved representation in ERA-Interim compared to ERA-40 and the impact on downscaled simulations // Mon. Wea. Rev. 2014. V. 142. P. 2271–2289.

[*Lait, 1994*] Lait L.R. An alternative form for potential vorticity // J. Atmos. Sci. 1994. V. 51. P. 1754–1759.

[*Lambert, 1995*] Lambert S.J. The effect of enhanced greenhouse warming on winter cyclone frequencies and strengths // J. Climate. 1995. V. 8. № 5. P. 1447–1452.

[*Leckebusch and Ulbrich, 2004*] Leckebusch G., Ulbrich U. On the relationship between cyclones and extreme windstorm events over Europe under climate change // Glob. Planet. Change. 2004. V. 44. P. 181–193.

[*Leckebusch et al., 2006*] Leckebusch G.C., Koffi B., Ulbrich U., Pinto J.G., Spangehl T., Zacharias S. Analysis of frequency and intensity of winter storm events in Europe on synoptic and regional scales from a multimodel perspective // Climate Res., 2006. V. 31. P. 59–74.

[*Lejenas and Okland, 1983*] Lejenas H., Okland H. Characteristics of Northern Hemisphere blocking as determined from a longtime series of observational data // Tellus A. 1983. V. 35. P. 350–362.

[*Le Treut and Kalnay, 1990*] Le Treut H., Kalnay E. Comparison of observed and simulated cyclone frequency distribution as determined by an objective method // Atmosfera. 1990. V. 3. № 1. P. 57–71.

[*Leverson et al., 1977*] Leverson V.H., Sinclair P.C., Golden J.H. Waterspout wind, temperature and pressure structure deduced from aircraft measurements // Mon. Wea. Rev. 1977. V. 105. P. 725–733.

[*Levich and Tzvetkov, 1985*] Levich E., Tzvetkov E. Helical inverse cascade in three–dimensional turbulence as a fundamental dominant mechanism in mesoscale atmospheric phenomena // Physics Reports (Review Section of Physical Letters). 1985. V. 128. P. 1–37.

[*Lewellen and Lewellen, 2007*] Lewellen D.C., Lewellen W.S. Near–surface intensification of tornado vortices // J. Atmos. Sci. 2007. V. 64. P. 2179–2194.

[*Lewellen et al., 2000*] Lewellen D.C., Lewellen W.S., Xia J. The influence of a local swirl ratio on tornado intensification near the surface // J. Atmos. Sci. 2000. V. 57. P. 527–544.

[*Lewellen et al., 2008*] Lewellen D.C., Gong B., Lewellen W.S. Effects of finescale debris on near–surface tornado dynamics // J. Atmos. Sci. 2008. V. 65. P. 3247–3262.

[*Lesieur, 1988*] Lesieur M. Turbulence in Fluids. Dordchrecht: Kluwer Academic Publishers, 1987. 286 p.

[*Li et al., 2010*] Li T., Kwon M.H., Zhao M., Kug J.-S., Luo J.-J., Yu W. Global warming shifts Pacific tropical cyclone location // Geophys. Res. Lett. 2010. V. 37. L21804.

[*Lilly, 1960*] Lilly D.K. On the theory of disturbances in a conditionally unstable atmosphere // Mon. Wea. Rev. 1960. V. 88. P. 1–17.

[*Lilly, 1986*] Lilly D. The structure, energetics and propagation of rotating convective storms. Part II: Helicity and storm stabilization // J. Atmos. Sci. 1986. V. 43. P. 126–140.

[*Lin, 2010*] Lin Y.-L. Mesoscale Dynamics. Cambridge: University Press, 2010. 630 p.

[*Lindzen, 1990*] Lindzen R.S. Dynamics in atmospheric physics. Cambridge: University Press, 1990. 309 p.

[*Liu, 1954*] Liu Q. On the definition and persistence of blocking // Tellus. 1954. V.46. P. 286–298.

[*Livingston, 1983*] Livingston R. The subsynoptic pre-tornado environment. A dissertation at the University of Missouri. Columbia, 1983. 250 p.

[*Loeptien et al., 2008*] Loeptien U., Zolina O., Gulev S., Latif M., Soloviov V. Cyclone life cycle characteristics over the northern hemisphere in coupled GCMs // Clim Dyn. 2008. V. 31. № 5. P. 507–532.

[*Lorenz, 1955*] Lorenz E.N. Available potential energy and the maintenance of the general circulation // Tellus. 1955. V. 7. P. 157–167.

[*Lorenz, 1962*] Lorenz E.N. Simplified dynamical equations applied to the rotating–basin experiments // J. Atmos. Sci. 1962. V. 19. P. 39–51.

[*Lorenz, 1963a*] Lorenz E.N. The mechanics of vacillation // J. Atmos. Sci. 1963. V. 20. P. 448–464.

[*Lorenz, 1963b*] Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow // J. Atmos. Sci. 1963. V. 20. P. 130–141.

[*Lorenz, 1967*] Lorenz E.N. The Nature and Theory of the General Circulation of the Atmosphere. Geneva: World Meteorological Organization, 1967. 161 p.

[*Lu et al., 2007*] Lu J., Vecchi G.A., Reichler Y. Expansion of the Hadley cell under global warming // Geophys. Res. Lett. 2007. V. 34. P. L06805.

[*Lubchenko and Karl, 2012*] Lubchenko J., Karl T.R. Predicting and managing extreme weather events // Phys. Today. 2012. V. 65. P. 31–37.

[*Ludlam, 1963*] Ludlam F.H. Severe local storms: a review // Met. Mon. 1963. V. 5. № 27. P. 1–32.

[*Lupo and Smith, 1995*] Lupo A.R., Smith P.J. Climatological features of blocking anticyclones in the Northern Hemisphere // Tellus. 1995. V. 47A. P. 439–456.

[*Lupo et al., 1997*] Lupo A.R., Oglesby R.J., Mokhov I.I. Climatological features of blocking anticyclones: a study of Northern Hemisphere CCM1 model blocking events in present-day and double CO_2 concentration atmospheres // Climate Dynamics. 1997. V. 13. P. 181–195.

[*Lupo et al., 2012*] Lupo A.R., Mokhov I.I., Akperov M.G., Chernokulsky A.V., Athar H. A dynamic analysis of the role of the planetary- and synoptic-scale in the summer of

2010 blocking episodes over the European part of Russia // Adv. Meteorol. 2012. V. 2012. Article ID 584257. 11 p.

[*Lupo et al., 2014*] Lupo A.R., Mokhov I.I., Chendev Y.G., Lebedeva M.G., Akperov M., Hobbart J.A. Studying summer season drought in Western Russia // Adv. Meteorol. 2014. V. 2014. Art. ID 942027. 9 p.

[*MacGorman and Nielsen, 1991*] MacGorman D.R., Nielsen K.E. Cloud–to–ground lightning in a tornadic storm on 8 May 1986 // Mon. Wea. Rev. 1991. V. 119(7). P. 1557–1573.

[*Mak, 1977*] Mak M. On the nongeostrophic baroclinic instability problem // J. Atm. Sci. 1977. V. 34. P. 991–1002.

[*Mak, 1982*] Mak M. On moist quasi–geostrophic baroclinic instability // J. Atmos. Sci. 1982. V. 39. № 9. P. 2028–2037.

[*Mak, 1994*] Mak M. Cyclogenesis in a conditionally unstable moist baroclinic atmosphere // Tellus. 1994. V. 46A. № 1. P. 14–33.

[*Mak, 2011*] Mak M. Atmospheric dynamics. Cambridge: Univ. Press, 2011. 500 p.

[*Mallet et al., 2017*] Mallet P.-E., Claud C., Vicomte M. North Atlantic polar lows and weather regimes: do current links persist in a warmer climate? // Atmos. Sci. Lett. 2017. V. 18. P. 349–355.

[*Manney et al., 2011*] Manney G.L., Michelle L., Santee M.L. Unprecedented Arctic ozone loss in 2011 // Nature. 2011. V. 478. P. 469–475.

[*Markowski et al., 1998*] Markowski P.M., Straka J.M., Rasmussen E.N., Blanchard D.O. Variability of Storm–Relative Helicity during VORTEX // Mon. Wea. Rev. 1998. V. 126. P. 2959–2971.

[*Markowski and Richardson, 2009*] Markowski P.M., Richardson Y.P. Tornadogenesis: Our current understanding, forcasting considerations and questions to guide future research // Atmos. Res. 2009. V. 93. P. 3–10.

[*Marshall and Schott, 1999*] Marshall J., Schott F. Open–ocean convection: observations, theory and models // Rev. Geophys. 1999. V. 37. № 1. P. 1–64.

[*Marti et al., 2005*] Marti O., Braconnot P., Bellier Y. The new IPSL climate system model: IPSL-CM4. 2005. IPSL. No. 26. 84 p.

[*Matsueda, 2011*] Matsueda M. Predictability of Euro–Russian blocking in summer of 2010 // Geophys. Res. Lett. 2011. V. 38. P. L06801.

[*Maximenko et al., 2005*] Maximenko N.A., Bang B., Sasaki H. Observational evidence of alternating zonal jets in the world ocean // Geophys. Res. Lett. 2005. V. 32. No. 12. P. L12607.

[*Maxworthy and Narimosa, 1994*] Maxworthy T., Narimosa S. Unsteady turbulent convection into a homogeneous rotating fluid with oceanographic applications // J. Phys. Oceanogr. 1994. V. 24. P. 865–887.

[*McBride, 1981*] McBride J.L. Observational analysis of tropical cyclone formation. Part 1: Basic description of data sets // J. Atmos. Sci. 1981. V. 38. P. 1117–1131.

[*McCabe et al., 2001*] McCabe G.J., Clark M.P., Serreze M.C. Trends in Northern Hemisphere surface cyclone frequency and intensity // J. Climate. 2001. V. 14. № 12. P. 2763–2768.

[*McEwan et al., 1980*] McEwan A.D., Angus D.D., Thompson R.O., Plumb R.A. Mean flows driven by weak eddies in rotating systems // J. Fluid Mech. 1980. V. 99. P. 655–672.

[*McMurdie and Katsaros, 1985*] McMurdie L.A., Katsaros K.B. Atmospheric water distribution in a midlatitude cyclone observed by the Seasat Scanning Multichannel Microwave Radiometer // Mon. Wea. Rev. 1985. V. 113. P. 584–598.

[*McWilliams, 2011*] McWilliams J.C. Fundamentals of geophysical fluid dynamics. Cambridge: Univ. Press, 2011. 500 p.

[*Meeker and Mayewski, 2002*] Meeker L.D., Mayewski P.A. A 1400-year high-resolution record of atmospheric circulation over the North Atlantic and Asia // Holocene. V. 12 (3). P. 257–266.

[*Meissner, 1999*] Meissner K.J. Langfristige variabilite der thermohalinen Zirkulation in einem gekoppelten Ozean-, Meeres-, Atmospherenmodell // Dissertation zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften. 1999.

[*Meredith et al., 2015*] Meredith E.P., Semenov V.A., Douglas M., Park W., Chernokulsky A.V. Crucial role of Black Sea warming in amplifying the 2012 Krymsk precipitation extreme // Nature Geosciences. 2015. V. 8. P. 615–619.

[*Mikhailenko et al., 2000*] Mikhailenko V.S., Mikhailenko V.V., Stepanov K.N. Temporal evolution of linear drift waves in a collisional plasma with homogeneous shear flow // Physics of Plasmas. 2000. V. 7. № 1. P. 94–100.

[*Mitsudera, 1994*] Mitsudera H. Eady solitary waves: A theory of type B cyclogenesis // J. Atm. Sci. 1994. V. 51. P. 3137–3154.

[*Moffatt, 1969*] Moffatt H.K. The degree of knottendness of tangled vortex lines // J. Fluid Mech. 1969. V. 35. № 1. P. 117–129.

[*Mokhov, 2000*] Mokhov I.I. Frequency distributions of atmospheric vortices and their variations // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling / Ed. by H. Ritchie. WMO TD-No.987. 2000. P. 2.18–2.19.

[*Mokhov, 2006*] Mokhov I.I. Polar lows as a cyclogeostrophic vortices // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling / Ed. J. Cote. Geneva: WCRP. WMO TD-N 1347. 2006. Section 2. P. 29–30.

[*Mokhov and Akperov, 2003*] Mokhov I.I., Akperov M.G. Intense Arctic and Antarctic mesocyclones (polar lows) and their variability // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling / Ed. J. Cote. WMO/TD-No.1161. 2003. P. 02.09–02.10.

[*Mokhov and Nikitina, 2012*] Mokhov I.I., Nikitina N.G. Dynamics of atmospheric centers of action // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling / Ed. A. Zadra. Geneva: World Climate Research Programme, 2012. Rep. 42. S. 2. P. 11–12.

[*Mokhov and Priputnev, 1999*] Mokhov I.I., Priputnev S.G. Tropical cyclones: Statistical and model relations between intensity and duration // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modeling / Ed. H. Ritchie. 1999. WMO/TD - No. 942. P. 2.22–2.23.

[*Mokhov and Priputnev, 2001*] Mokhov I.I., Priputnev S.G. Distribution functions of polar lows depending on size // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling / Ed. H. Ritchie. WMO/TD - No. 1064. 2001. P. 2.22–2.23.

[*Mokhov and Tikhonova, 2000*] Mokhov I.I., Tikhonova E.A. Atmospheric blocking characteristics in the Northern Hemisphere: Diagnostics of changes // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modeling / Ed. H. Ritchie. WMO TD – No. 987. 2000. P. 2.20–2.21.

[*Mokhov and Timazhev, 2016*] Mokhov I.I., Timazhev A.V. Changes of atmospheric blockings in the 21st century from CMIP5 ensemble simulations with RCP scenarios // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling / E. Astakhova (ed.). 2016. WCRP Rep. No.15/2016. S. 2. P. 6–7.

[*Mokhov et al., 1994*] Mokhov I.I., Doronina T.N., Gryanik V.M., Khairullin R.R., Korovkina L.V., Lagun V.E., Mokhov O.I., Naumov E.P., Petukhov V.K., Senatorsky A.O., Tevs M.V. Extratropical cyclones and anticyclones: Tendencies of change // The Life of Extratropical Cyclones. Vol. II / S. Gronas, M.A. Shapiro (eds.). Bergen: Geophysical Institute, University of Bergen, 1994. P. 56–60.

[*Mokhov et al., 1995*] Mokhov I.I., Petukhov V.K., Senatorsky A.O. Sensitivity of storm track activity and blockings to global climatic changes: Diagnostics and modelling // Publ. Acad. Finland. Painatuskaskus. 1995. 6/95. P. 438–441.

[*Mokhov et al.,* 2001] Mokhov I.I., Tikhonova E.A., Lupo A.R., Wiedenmann J.M. Atmospheric blocking characteristics in the Northern Hemisphere: Comparison of two climatologies // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling / Ed. H. Ritchie. WMO/TD – No. 1064. 2001. P. 2.20–2.21.

[*Mokhov et al., 2004*] Mokhov I.I., Khvorostyanov D.V., Eliseev A.V. Decadal and longer–term changes in ENSO characteristics // Intern. J. Climatol. 2004. V. 24. P. 401–414.

[*Mokhov et al., 2013*] Mokhov I.I., Chefranov S.G., Chefranov A.G. Interaction of global–scale atmospheric vortices: Modeling based on Hamiltonian dynamic system of antipodal point vortices on rotating sphere // Procedia IUTAM. 2013. V. 8. P. 176–185.

[*Mokhov et al., 2014*] Mokhov I.I., Timazhev A.V., Lupo A.R. Changes in atmospheric blocking characteristics within Euro-Atlantic region and Northern Hemisphere as a whole in the 21st century from model simulations using RCP anthropogenic scenarios // Glob. Planet. Change. 2014. V. 122. P. 265–270.

[*Mokhov et al., 2016*] Mokhov I.I., Akperov M.G., Dembitskaya M.A. Lapse-rate feedback assessment from reanalysis data // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling / E. Astakhova (ed.). 2016. WCRP Rep. No.15/2016. S. 2. P. 7–8.

[*Montgomery et al., 2006*] Montgomery M.T., Nicholls M.E., Cram T.A., Saunders A.B. A vortical hot tower route to tropical cyclogenesis // J. Atmos. Sci. 2006. V. 63. P. 355–386.

[*Moss et al., 2010*] Moss R.H., Edmonds J.A., Hibbard K.A., Manning M.R., Rose S.K., Van Vuuren D.P., Carter T.R., Emori S., Kainuma M., Kram T., Meehl G.A. The next generation of scenarios for climate change research and assessment // Nature. 2010. V. 463. No. 7282. P. 747–756.

[*Mullen, 1979*] Mullen S.L. An investigation of small synoptic-scale cyclones in polar air streams // Mon. Wea. Rev. 1979. V. 107. P. 1636–1647.

[*Müller et al., 2015*] *Müller A., Névir P., Schielicke L., Hirt M., Pueltz J., Sonntag I.* Applications of point vortex equilibria: blocking events and the stability of the polar vortex // Tellus A. 2015. V. 67. P. 29184.

[*Munk et al., 2000*] Munk W., Armi L., Fisher K., Zachariassen F. Spirals on the sea // Proc. Roy. Soc. London. A. 2000. V. 456. P. 1217–1280.

[*Murray and Simmonds, 1991*] Murray R.J., Simmonds I. A numerical scheme for tracking cyclone centres from digital data. Part I: Development and operation of the scheme // Australian Meteorological Magazine. 1991. V. 39. P. 155–166.

[*Nastrom et al., 1984*] Nastrom G.D., Jasperson W.H., Gage K.S. Kinetic energy spectrum of large- and mesoscale atmospheric processes // Nature. 1984. V. 310. P. 36–38.

[*Nastrom and Gage, 1985*] Nastrom G.D., Gage K.S. A climatology of atmospheric wavenumber spectra of wind and temperature observed by commersial aircraft // J. Atmos. Sci. 1985. V. 42. № 9. P. 950–960.

[*Neakrase and Greeley, 2010*] Neakrase L.D.V., Greeley R. Dust devils in the laboratory: Effect of surface roughness on vortex dynamics // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. E05003.

[*Neamtan, 1946*] Neamtan S.M. The motion of harmonic waves in the atmosphere // J. Meteorol. 1946. V. 3. № 2. P. 53–56.

[*Needler, 1967*] Needler G.T. A model of thermohaline circulation in an ocean of finite depth // J. Mar. Res. 1967. V. 25. P. 329–342.

[*Neu et al., 2013*] Neu U., Akperov M.G., Bellenbaum N., Benestad R., Blender R., Caballero R., Cocozza A., Dacre H.F., Feng Y., Fraedrich K., Grieger J., Gulev S., Hanley J., Hewson T., Inatsu M., Keay K., Kew S.F., Kindem I., Leckebusch G.C., Liberato M.L.R., Lionello P., Mokhov I.I., Pinto J.G., Raible C.C., Reale M., Rudeva I., Schuster M., Sim-

monds I., Sinclair M., Sprenger M., Tilinina N.D., Trigo I.F., Ulbrich S., Ulbrich U., Wang X.L., Wernli H. IMILAST – A community effort to intercompare extratropical cyclone detection and tracking algorithms // Bull. Am. Met. Soc. 2013. V. 94. P. 529–547.

[*Newman et al., 1988*] Newman P.A., Lait L.R., Schoeberl M.R. The morphology and meteorology of Southern Hemisphere spring total ozone miniholes // Geophys. Res. Lett. 1988. V. 15. P. 923–926.

[*Nezlin and Sutyrin, 1994*] Nezlin M.V., Sutyrin G.G. Problems of simulation of large long–lived vortices in the atmospheres of the giant planets (Jupiter, Saturn, Neptune) // Surv. Geophys. 1994. V. 15. P. 63–99.

[*Niino and Misawa, 1984*] Niino H., Misawa N. An experimental and theoretical study of barotropic instability // J. Atmos. Sci. 1984. V. 41. P. 1992–2011.

[*Noer et al., 2011*] Noer G., Saetra O., Lien T., Gusdal Y. A climatological study of polar lows in the Nordic Seas // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2011. V. 137. P. 1762–1772.

[*Nolan, 2007*] Nolan D.S. What is the trigger for tropical cyclogenesis? // Aust. Met. Mag. 2007. V. 56. P. 241–266.

[*Ogura and Phillips, 1962*] Ogura Y., Phillips N.A. Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere // J. Atmos. Sci. 1962. V. 19. P. 173–179.

[*Ooyama, 1964*] Ooyama K. A dynamical model for the study of tropical cyclone development // Geofisica Internacional. V. 4. Mexico D.F. 1964. P. 187–198.

[*Orlanski, 1975*] Orlanski I. A rational subdivision of scales for atmospheric processes // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 1975. 56. P. 527–530.

[*Orsolini and Nikulin, 2006*] Orsolini Y., Nikulin G. A low–ozone episode during the European heatwave of August 2003 // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2006. V. 132. P. 667–680.

[*Ou, 1984*] Ou H.W. Geostrophic adjustment: A mechanism for frontogenesis // J. Phys. Oceanogr. 1984. V. 14. № 6. P. 994–1000.

[*Palmen, 1948*] Palmen E. On the formation and structure of tropical cyclones // Geophysics. 1948. V. 3. № 1. P. 26–38.

[*Panagiotopoulos et al., 2005*] Panagiotopoulos F., Shahgedanova M., Hannachi A.B.A., Stephenson D.B. Observed trends and teleconnections of the Siberian high: A recently declining center of action // J. Climate. 2005. V. 18 (9). P. 1411–1422.

[*Parrish and Derber, 1992*] Parrish D.F., Derber J.D. The National Meteorological Center spectral statistical interpolation analysis system // Mon. Wea. Rev. 1992. V. 120. P. 1747–1760.

[*Pedlosky, 1987*] Pedlosky J. Geophysical Fluid Dynamics. Berlin; New York: Springer–Verlag, 1987. 710 p.

[*Pelly and Hoskins, 2003*] Pelly J.L., Hoskins B.J. A new perspective on blocking // J. Atm. Sci. 2003. V. 60. P. 743–755.

[*Petoukhov et al., 2013*] Petoukhov V., Rahmstorf S., Petri S., Schellnhuber H.J. Quasiresonant amplification of planetary waves and recent Northern Hemisphere weather extremes // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2013. V. 110. № 14. P. 5336–5341.

[*Petterssen and Smebye, 1971*] Petterssen S., Smebye S.I. On the development of extratropical cyclones // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1971. V. 97. P. 457–482.

[*Phillips, 1954*] Phillips N.A. Energy transformations and meridional circulations associated with simple baroclinic waves in a two–level queasigeostrophic systems // Tellus. 1954. V. 6. № 3. P. 273–286.

[*Phillips, 1963*] Phillips N.A. Geostrophic motion // Rev. Geophys. 1963. V. 1. № 2. P. 123–176.

[*Pinto et al., 2007*] Pinto J.G., Ulbrich U., Leckebusch G.C., Spangehl T., Reyers M., Zacharias S. Changes in storm track and cyclone activity in three SRES ensemble experiments with the ECHAM5/MPI-OM1 GCM // Clim. Dyn. 2007. V. 29. № 2–3. P. 195–210.

[*Pinto et al., 2009*] Pinto J.G., Zacharias S., Fink A.H., Leckebusch G.C., Ulbrich U. Factors contributing to the development of extreme North Atlantic cyclones and their relation with the NAO // Clim. Dyn. 2009. V. 32. P. 711–737.

[*Pisnichenko, 2004*] Pisnichenko I.A. Nonlinear instability of baroclinic atmosphere with reference to planetary scale disturbances // Nonl. Proc. Geophys. 2004. V. 11. P. 363–370.

[*Porco et al., 2005*] Porco C.C., Baker E., Barbara J. et al. Cassini imaging science: Initial results on Saturn's rings and small satellites // Science. 2005. V. 307. No. 5713. P. 1226–1236.

[*Poti et al., 2016*] Poli P., Hersbach H., Dee D.P., Berrisford P., Simmons A.J., Vitart F., Laloyaux P., Tan D.G., Peubey C., Thépaut J.N., Trémolet Y. ERA–20C: An atmospheric reanalysis of the twentieth century // J. Climate. 2016. V. 29. P. 4083–4097

[*Potter, 2007*] Potter S. Fine–tuning Fujita // Weatherwise. 2007. V. 60(2). P. 64–71.

[*Prigogine, 1947*] Prigogine I. Etude thermodynamique des phenomenes irreversible // Paris. 1947.

[*Priputnev et al., 1998*] Priputnev S.G., Mokhov I.I., Golitsyn G.S. Statistical relations for tropical cyclones / Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modeling / Staniforth S. (ed.). 1998. WMO/TD – No. 865. P. 2.29–2.30.

[*Raible et al., 2008*] Raible C.C., Della-Marta P., Schwierz C., Wernli H., Blender R. Northern Hemisphere extratropical cyclones: A comparison of detection and tracking methods and different reanalyses // Mon. Wea. Rev. 2008. V. 136. № 3. P. 880–897.

[*Raible et al., 2010*] Raible C.C., Ziv B., Saaroni H., Wild M. Winter synoptic-scale variability over the Mediterranean Basin under future climate conditions as simulated by the ECHAM5 // Clim. Dyn. 2010. V. 35. P. 473–488.

[*Randall, 1980*] Randall D.A. Conditional Instability of the First Kind Upside–Down // J. Atm. Sc. 1980. V. 37. P. 125–130.

[*Rasmussen, 1979*] Rasmussen E. The polar low as an extratropical CISK disturbance // Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 1979. V. 105. P. 541–549.

[*Rasmussen, 1981*] Rasmussen E. An investigation of a polar low with a spiral cloud structure // J. Atmos. Sci. 1981. V. 38. P. 1785–1792.

[*Rasmussen and Turner, 2003*] Rasmussen E.A., Turner J. Polar Lows: Mesoscale Weather Systems in the Polar Regions. Cambridge: Univ. Press, 2003. 612 p.

[*Rathmann et al., 2014*] Rathmann N.M., Yang S., Kaas E. Tropical cyclones in enhanced resolution CMIP5 experiments // Clim. Dyn. 2014. V. 42. No. 3–4. P. 665–681.

[*Rayleigh, 1880*] Rayleigh L. On the stability or instability of certain fluid motions // Proc. London Math. Soc. 1880. V. 9. P. 57–70.

[*Read and Hide, 1983*] Read P.L., Hide R. Long–lived eddies in the laboratory and in the atmospheres of Jupiter and Satur n// Nature. 1983. V. 302. P. 126–129.

[*Redekopp, 1977*] Redekopp L.G. On the theory of solitary Rossby waves // J. Fluid. Mech. 1977. V. 82. P. 725–745.

[*Reed, 1979*] Reed R.J. Cyclogenesis in polar air streams // Mon. Wea. Rev. 1979. V. 107. P. 38–52.

[*Rennó and Bluestein, 2001*] Rennó N.O., Bluestein H.B. A simple theory for waterspouts // J. Atmos. Sci. 2001. V. 58. P. 927–932.

[*Rennó et al., 1998*] Rennó N.O., Burkett M.L., Larkin M.P. A simple thermodynamical theory for dust devils // J. Atmos. Sci. 1998. V. 55. P. 3244–3252.

[*Rex, 1950a*] Rex D.F. Blocking action in the middle troposphere and its effect upon regional climate. I. An aerological study of blocking action // Tellus. 1950. V. 2. P. 196–211.

[*Rex, 1950b*] Rex D.F. Blocking action in the middle troposphere and its effect upon regional climate II // Tellus. 1950. V. 2. № 4. P. 275–301.

[*Rex 1951*] Rex D.F. The Effect of Atlantic Blocking Action upon European Climate // Tellus. 1951. V. 3. P. 100–112.

[*Reznik et al., 2001*] Reznik G.M., Zeitlin V., Ben Jelloul M. Nonlinear theory of geostrophic adjustment. Part I: Rotating shallow water model // J. Fluid Mech. 2001. V. 445. P. 93–120.

[*Reznik et al., 2003*] Reznik G.M., Zeitlin V., Ben Jelloul M. Nonlinear theory of geostrophic adjustment. Part II: Two–layer and continuosly stratified primitive equations // J. Fluid Mech. 2003. V. 491. P. 207–228.

[*Rhine, 2007*] Rhines P.B. Jets and Orography: idealized experiments with tip jets and Lighthill blocking // J. Phys. Oceanography. 2007. V. 64. № 10. P. 3627–3639.

[*Richardson, 1922*] Richardson L.F. Weather Prediction by Numerical Process. Cambridge: Univ. Press, 1922 (reprinted by Dover Publ., New York, 1965, with a new introduction by Sydney Chapman) [See: Lynch P. A century of numerical weather prediction: the view from Limerick // Weather. 2004. V. 59. № 12. P. 331.

[*Riehl, 1950*] Riehl H. A model for hurricane formation // J. Appl. Phys. 1950. V. 21. P. 917–925.

[*Riehl, 1954*] Riehl H. Tropical Meteorology. Academic Press, 1954 / Пер. Риль Х. Тропическая метеорология. М.: Иностранная Литература, 1960.

[*Riemann-Campe et al., 2009*] Riemann-Campe K., Fraedrich K., Lunkeit F. Global climatology of convective available potential energy (CAPE) and convective inhibition (CIN) in ERA–40 reanalysis // Atmos. Res. 2009. V. 93. P. 534–545.

[*Rienecker et al., 2011*] Rienecker M.M., Suarez M.J., Gelaro R., Todling R., Bacmeister J., Liu E., Bosilovich M., Schubert S., Takacs L., Kim G.-K., Bloom S., Chen J., Collins D., Conaty A., da Silva A., Gu W., Joiner J., Koster R., Lucchesi R., Molod A., Owens T., Pawson S., Pegion P., Redder C., Reichle R., Robertson F., Ruddick A., Sienkiewicz M., Woollen J. MERRA: NASA's Modern-Era Retrospective Analysis for Research and Applications // J. Climate. 2011. V. 24. P. 3624–3648.

[*Rinke et al., 2010*] Rinke A., Matthes H., Dethloff K. Regional characteristics of Arctic temperature variability: Comparison of regional climate simulations with observations // Clim. Res. 2010. V. 41. P. 177–192.

[*Rockel et al., 2008*] Rockel B., Will A., Hense A. The regional climate model COSMO-CLM (CCLM) // Meteorol. Z. 2008. V. 17. P. 347–348.

[*Roeckner et al., 2003*] Roeckner E., Bauml G., Bonaventura L. et al. The atmospheric general circulation model ECHAM5. part I: Model description // Max Planck Institute for Meteorology. 2003. Report 349. 127 p.

[*Rojo et al., 2015*] Rojo M., Claud C., Mallet P.-E., Noer G., Carleton A.M., Vicomte M. Polar low tracks over the Nordic Seas: a 14-winter climatic analysis // Tellus A. 2015. V. 67. 24660.

[*Romero and Emanuel, 2017*] Romero R., Emanuel K. Climate change and hurricane-like extratropical cyclones: Projections for North Atlantic Polar Lows and Medicanes based on CMIP5 models // J. Climate. 2017. V. 30. P. 279–298.

[*Romps et al., 2014*] Romps D.M., Seeley J.T., Vollaro D., Molinari J. Projected increase in lightning strikes in the United States due to global warming // Science. 2014. V. 346. P. 851–854.

[*Rossby, 1939*] Rossby C.G. Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semipermanent centres of action // J. Marine Res. 1939. V. II. № 1. P. 38–55.

[*Rossby, 1947*] Rossby C.G. On the distribution of angular velocity in gaseous envelopes under the influence of large–scale horizontal mixing processes // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 1947. V. 28. P. 53–58.

[*Rossby, 1948*] Rossby C.G. On displacements and intensity changes of atmospheric vortices // J. Mar. Res. 1948. V. 7. P. 175–187.

[*Rossby, 1949*] Rossby C.G. On a mechanism for the release of potential energy in the atmosphere // J. Mar. Res. 1949. V. 6. P. 163–180.

[*Rossby, 1950*] Rossby C.G. On the dynamics of certain types of blocking waves // J. Chinese Geophys. Soc. 1950. V. 2. P. 1–13.

[*Rott 1958*] Rott N. On the viscous core of a line vortex // Z. Angew. Math. Physik. 1958. V. 96. P. 543–553.

[*Rotunno, 2013*] Rotunno R. The fluid dynamics of tornadoes // Annu. Rev. Fluid Mech. 2013. V. 45. P. 59–84.

[*Rotunno and Fantini, 1989*] Rotunno R., Fantini M. Petterssens type B cyclogenesis in terms of discrete neutral Eady modes // J. Atm. Sci. 1989. V. 46. P. 3599–3604.

[*Rudeva et al., 2007*] Rudeva I., Gulev S.K. Climatology of cyclone size characteristics and their changes during the cyclone life cycle // Mon. Wea. Rev. 2007. V. 135. № 7. P. 2568–2587.

[*Saavedra et al., 2002*] Saavedra N., Müller E., Foppiano A. Monthly–mean rainfall frequency model for Central Chile: some climatic inferences // Int. J. Climatol. 2002. V. 22. P. 1495–1509.

[*Saha et al., 2010*] Saha S., Moorthi S., Pan H.-L., Wu X., Wang J, Nadiga S., Tripp P., Kistler R., Woollen J., Behringer D., Liu H., Stokes D., Grumbine R., Gayno G., Wang J., Hou Y.-T., Chuang H., Juang H.-M.H., Sela J., Iredell M., Treadon R., Kleist D., Van Delst P., Keyser D., Derber J., Ek M., Meng J., Wei H., Yang R., Lord S., van den Dool H., Kumar A., Wang W., Long C., Chelliah M., Xue Y., Huang B., Schemm J.-K., Ebisuzaki W., Lin R., Xie P., Chen M., Zhou S., Higgins W., Zou Ch.-Zh., Liu Q., Chen Y., Han Y., Cucurull L., Reynolds R.W., Rutledge G., Goldberg M. The NCEP Climate Forecast System Reanalysis // Bull. Am. Meteorol. Soc. 2010. V. 91. P. 1015–1057.

[*Sahsamanoglou et al., 1991*] Sahsamanoglou H.S., Makrogiannis T.J., Kallimopoulos P.P. Some aspects of the basic characteristics of the Siberian Anticyclone // Intern. J. Climatol. 1991. V. 11. P. 827–839.

[*Salmon, 1998*] Salmon R. Lectures on Geophysical Fluid Dynamics. Oxford: Univ. Press, 1998. 378 p.

[*Sanson,* 2001] Sanson Z.L. The asymmetric Ekman decay of cyclonic and anticyclonic vortices // Eur. J. Mech. B-Fluids. 2001. V. 20. P. 541–556.

[*Sanson and van Heijst, 2000*] Sanson Z.L., van Heijst G.J. Nonlinear Ekman effects in rotating barotropic flows // J. Fluid. Mech. 2000. V. 412. P. 75–91.

[*Sanson et al., 2000*] Sanson Z.L., van Heijst G.J., Backx N.A. Ekman decay of a dipolar vortex in a rotating fluid // Phys. Fluids. 2001. V. 13. № 2. P. 440–451.

[*Savelieva et al., 2000*] Savelieva N.I., Semiletov I.P., Vasilevskaya L.N., Pugach S.P. A climate shift in seasonal values of meteorological and hydrological parameters for Northeastern Asia // Progress in Oceanography. 2000. V. 47. P. 279–297.

[*Sawyer, 1947*] Sawyer J.S. Notes on the theory of tropical cyclones // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1947. V. 73. Issue 315–316. P. 101–126.

[*Scaife et al., 2010*] Scaife A., Woollings T., Knight J., Martin G., Hinton T. Atmospheric blocking and mean biases in climate models // J. Climate. 2010. V. 23. P. 6143–6152.

[*Shafer et al., 2009*] Shafer C.M., Mercer A.E., Doswell III C.A., Richman M.B., Leslie L.M. Evaluation of WRF forecasts of tornadic and nontornadic outbreaks when initialized with synoptic-scale input // Mon. Wea. Rev. 2009. V. 137. P. 1250–1271.

[*Scherer et al., 2006*] Scherer S.C., Croci-Maspoli M., Schwierz C., Appenzeller C. Two–dimensional indices of atmospheric blocking and their statistical relationship with winter climate patterns in the Euro-Atlantic region / S.C. Scherer, M. // Intern. J. Climatol. 2006. V. 26. P. 233–249.

[*Schlüter and Temesváry, 1958*] Schlüter A., Temesváry S. The internal constitution of sunspots // Proceedings from IAU Symposium Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics / Bo Lehnert (ed.) International Astronomical Union. Cambridge: Cambridge University Press, 1958. V. 6. P. 263–274.

[*Schmid and Henningson, 2001*] Schmid P.J., Henningson D.S. Stability and transition in shear flows. Springer, 2001. 556 p.

[*Schneidereit et al., 2010*] Schneidereit A., Blender R., Fraedrich K. A radius-depth model for midlatitude cyclones in reanalysis data and simulations // Q. J. R. Met. Soc. 2010. V. 136. № 646. P. 50–60.

[*Schoeberl and Hartmann, 1991*] Schoeberl M.R., Hartmann D.L. The dynamics of the polar vortex // Science. 1991. V. 251. P. 46–52.

[*Schubert et al., 1998*] Schubert M., Perlwitz Ja., Blender R., Fraedrich K., Lunkeit F. North Atlantic cyclones in CO_2-induced warm climate simulations: Frequency, intensity, and tracks // Clim. Dyn. 1998. V. 14. P. 827–837.

[*Serreze, 1995*] Serreze M.C. Climatological aspects of cyclone development and decay in the Arctic // Atmos.–Ocean. 1995. V. 33. № 1. P. 1–23.

[*Serreze et al., 1997*] Serreze M.C., Carse F., Barry R.G., Rogers J.C. Icelandic Low cyclone activity: Climatological features, linkages with the NAO and relationships with recent changes in the Northern Hemisphere circulation // J. Climate. 1997. V. 10. № 3. P. 453–464.

[*Shafer et al., 2009*] Shafer C.M., Mercer A.E., Doswell III C.A. Evaluation of WRF Forecasts of Tornadic and Nontornadic Outbreaks When Initialized with Synoptic-ScaleInput // Mon. Wea. Rev. 2009. V. 137. P. 1250–1271.

[*Shapiro and Willoughby, 1982*] Shapiro L.J., Willoughby H.E. The response of balanced hurricanes to local sources of heat and momentum // J. Atmos. Sci. 1982. V. 39. P. 378–394.

[*Shubert and Hack, 1983*] Shubert W.H., Hack J.J. Transformed Eliassen balanced vortex model // J. Atmos. Sci. 1983. V. 40. P. 1571–1583.

[*Sienz et al., 2010*] Sienz F., Schneidereit A., Blender R., Fraedrich K., Lunkeit F. Extreme value statistics for North Atlantic cyclones // Tellus. 2010. V. 62A. P. 347–360.

[*Simmonds et al., 2008*] Simmonds I., Burke C., Keay K. Arctic climate change as manifest in cyclone behavior // J. Climate. 2008. V. 21. P. 5777–5796.

[*Sinclair, 1973*] Sinclair P.C. The lower structure of dust devils // J. Atmos. Sci. 1973. V. 30. P. 1599–1619.

[*Sinclair, 1994*] Sinclair M.R. An objective cyclone climatology for the Southern Hemisphere // Mon. Wea. Rev. 1994. V. 122. № 10. P. 2239–2256.

[*Sinclair and Watterson, 1999*] Sinclair M.R., Watterson I.G. Objective assessment of extratropical weather systems in simulated climate // J. Climate. 1999. V. 12. № 12. P. 3467–3485.

[*Singh et al., 2011*] Singh J., Altinakar M.S., Ding Y. Two–dimensional numerical modeling of dam–break flows over natural terrain using a central explicit scheme // Advances in Water Resources. 2011. V. 34. № 10. P. 1366–1375.

[*Sitnov and Mokhov, 2016*] Sitnov S.A., Mokhov I.I. Atmospheric CH_2O and NO_2 contents during severe heat waves and wildfires in European Russia in 2010 and Siberia in 2012 // Proc. SPIE. 2016. V. 10035. 100356R-1.

[*Sitnov and Mokhov, 2017*] Sitnov S.A., Mokhov I.I. Formaldehyde and nitrogen dioxide in the atmosphere during summer weather extremes and wildfires in European Russia in 2010 and Western Siberia in 2012 // Intern. J. Remote Sensing. 2017. V. 38. No. 14. P. 4086–4106.

[*Sitnov et al., 2014*] Sitnov S.A., Mokhov I.I., Lupo A.R. Evolution of water vapor plume over Eastern Europe during summer 2010 atmospheric blocking // Adv. Meteorol. 2014. V. 2014. Article ID 253953. 11 pages.

[*Sitnov et al., 2017a*] Sitnov S.A., Mokhov I.I., Bezverkhny V.A. Connections of precipitable water vapor and total ozone anomalies over European Russia with the North Atlantic Oscillation: specific features of summer 2010 // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2017a. V. 53. No. 9. P. 885–893.

[*Sitnov et al., 2017б*] Sitnov S.A., Mokhov I.I., Lupo A.R. Ozone, water vapor, and temperature anomalies associated with atmospheric blocking events over Eastern Europe in spring–summer 2010 // Atmos. Environ. 2017б. V. 164. P. 180–194.

[*Smagorinsky, 1953*] Smagorinsky J. The dynamical influence of large–scale heat sources and sinks on the quasi–stationary mean motions of the atmosphere // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1953. V. 79. P. 342–366.

[*Smith and Speer, 2014*] Smith C.A., Speer K.G. Multiple zonal jets in a differentially heated rotating annulus // Journal of Phys.Oceanography. 2014. V. 44. P. 2273–2291.

[*Solomon, 1999*] Solomon S. Stratospheric ozone depletion: A review of concepts and history // Reviews of Geophysics. 1999. V. 37. № 3. P. 275–316.

[*Sommeria et al., 1988*] Sommeria J., Meyers S.D., Swinney H.L. Laboratory simulation of Jupiter's Great Red Spot // Nature. 1988. V. 331. P. 689–693.

[*Sommeria et al., 1989*] Sommeria J., Meyers S.D., Swinney H.L. Laboratory model of a planetary eastward jet // Nature. 1989. V. 337. P. 58–61.

[*Sromovsky et al., 1993*] Sromovsky L.A., Limaye S.S., Fry P.M. Dynamics of Neptune's major cloud features // Icarus. 1993. V. 105. No. 1. P. 110–141.

[*Stan, 2005*] Stan C. The mean meridional circulation: A new potential–vorticity, potential–temperature perspective. Doctor of Philosophy Dissertation. Fort Collins, Colorado: Colorado State University, 2005. 203 p.

[*Starr, 1968*] Starr V.P. Physics of negative viscosity phenomena. N.Y.: McGraw Hill, 1968. (Русс. пер.: Физика явлений с отрицательной вязкостью. М.: Мир, 1971. 260 с.)

[*Stick et al., 2006*] Stick C., Kruger K., Schade N.H. Episode of unusual high solar ultraviolet radiation over central Europe due to dynamical reduced total ozone in May 2005 // Atmos. Chem. Phys. 2006. V. 6. P. 1771–1776.

[*Stocker et al., 2013*] Stocker T.F. et al. Climate Change: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Cambridge; New York: Cambridge University Press, 2013. 1535 p.

[*Stone, 1966*] Stone P.H. On non–geostrophic baroclinic instability // J. Atmos. Sci. 1966. V. 23. P. 390–400.

[*Stone, 1970*] Stone P.H. On non–geostrophic baroclinic instability. Part II // J. Atmos. Sci. 1970. V. 27. № 5. P. 721–726.

[*Stone, 1971*] Stone P.H. Baroclinic stability under non–hydrostatic conditions // J. Fluid Mech. 1971. V. 45. № 4. P. 659–671.

[*Stroeve et al., 2011*] Stroeve J.C., Serreze M.C., Holland M.M., Kay J.E., Malanik J., Barrett A.P. The Arctic's rapidly shrinking sea ice cover: a research synthesis // Climate Change. 2011. V. 110. P. 1005–1027.

[*Sullivan, 1959*] Sullivan R.D. A two-cell vortex solution of the Navier-Stokes equations // J. AerosP. Sci. 1959. V. 26 (11). P. 767–768.

[*Sumner, 1954*] Sumner E.J. A study of blocking in the Atlantic–European of the northern hemisphere // Q.J.R. Meteorol. Soc. 1954. V. 80. P. 402–416.

[*Sun and Lindzen, 1994*] Sun D.Z., Lindzen R.S. A PV view of the zonal mean distribution of temperature and wind in the extratropical troposphere // J. Atmos. Sci. 1994. V. 51. P. 757–772.

[*Sun et al., 2001*] Sun B., Groisman P.Ya., Mokhov I.I. Recent changes in cloud type frequency and inferred increases in convection over the United States and the Former USRR // J. Climate. 2001. V. 14. P. 1864–1880.

[*Swaters, 2000*] Swaters G.E. Introduction to Hamiltonian fluid dynamics and stability theory. Chapman & Hall/CRC, 2000. 274 p.

[*Tang and Camargo, 2014*] Tang B., Camargo S.J. Environmental control of tropical cyclones in CMIP5: A ventilation perspective // J. Adv. Model. EarthSyst. 2014. V. 6. P. 115–128.

[*Taylor et al., 2012*] Taylor K.E., Stouffer R.J., Meehl G.A. An Overview of CMIP5 and the Experiment Design // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 2012. V. 93. P. 485–498.

[*Tian et al., 2001*] Tian Y., Weeks E.R., Ide K., Urbach J.S., Baroud C.N., Ghill M., Swinney H.L. Experimental and numerical studies of an eastward jet over topography // J. Fluid Mech. 2001. V. 438. P. 129–157.

[*Tibaldi and Molteni, 1990*] Tibaldi S., Molteni F. On the operational predictability of blocking // Tellus. 1990. V. 42A. P. 343–365.

[*Tory et al., 2013*] Tory K.J., Chand S.S., McBride J.L., Ye H., Dare R.A. Projected changes in late–twenty–first–century tropical cyclone frequency in 13 coupled climate models from Phase 5 of the Coupled Model Intercomparison Project // J. Climate. 2013. V. 26. P. 9946–9959.

[*Trapp and Brooks, 2013*] Trapp R.J., Brooks H.E. Regional characterization of tornado activity // J. Appl. Meteor. Climatol. 2013. V. 52. P. 654–659.

[*Trapp and Davies-Jones, 1997*] Trapp R.J., Davies-Jones R. Tornadogenesis with and without a dynamic pipe effect // Journ. Atmos. Sci. 1997. V. 54. P. 113–133.

[*Trefethen et al., 1993*] Trefethen L.N., Trefethen A.E., Reddy S.C., Driscoll T.A. Hydrodynamic stability without eigenvalues // Science. 1993. V. 261. P. 578–584.

[*Treidl et al., 1981*] Treidl R.A., Birch E.C., Sajecki P. Blocking action in the Northern Hemisphere: A climatological study // Atmos.–Ocean. 1981. V. 19. P. 1–23.

[*Trenberth et al., 1998*] Trenberth K.E., Branstator G.W., Karoly D. Progress during TOGA in understanding and modeling global teleconnections associated with tropical sea surface temperatures // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. N 7. P. 14291–14324.

[*Trenberth et al., 2007*] Trenberth K.E., Jones P.D., Ambenje P., Bojariu R., Easterling D., Klein Tank A., Parker D., Rahimzadeh F., Renwick J.A., Rusticucci M., Soden B., Zhai P. Observations: Surface and Atmospheric Climate Change // Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / Solomon S., Qin D., Manning M., Chen Z., Marquis M., Averyt K.B., Tignor M. and Miller H.L. (eds.). Cambridge; N.Y.: Cambridge University Press, 2007.

[*Trigo, 2006*] Trigo I.F. Climatology and interannual variability of storm tracks in the Euro-Atlantic sector: A comparison between ERA-40 and NCEP/NCAR reanalyses // Clim. Dyn. 2006. V. 26. № 2–3. P. 127–143.

[*Tsukernik et al., 2007*] Tsukernik M., Kindig D.N., Serreze M.C. Characteristics of winter cyclone activity in the Northern North Atlantic: Insights from observations and regional modeling // J. Geophys. Res. 2007. V. 112. № D3. P. D03101.

[*Tung et al., 1986*] Tung K.K., Ko M.K.W., Rodriguez J.M., Sze N.D. Are Antarctic ozone variations a manifestation of dynamics or chemistry? // Nature. 1986. V. 333. P. 811–814.

[*Turner et al., 1993*] Turner J., Lachlan-Cope T.A., Thomas J.P. A comparison of Arctic and Antarctic mesoscale vortices // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. № D7. P. 13019–13034.

[*Tyrlis and Hoskins, 2008*] Tyrlis E., Hoskins B.J. The morphology of the Northern Hemisphere blocking // J. Atmos. Sci. 2008. V. 65. P. 1653–1665.

[*Ulbrich et al., 2008*] Ulbrich U., Pinto J.G., Kupfer H., Leckebusch G.C., Spangehl T., Reyers M. Changing Northern Hemisphere Storm Tracks in an Ensemble of IPCC Climate Change Simulations // J. Climate. 2008. V. 21. № 8. P. 1669–1679.

[*Ulbrich et al., 2009*] Ulbrich U., Leckebusch G.C., Pinto J.G. Extra-tropical cyclones in the present and future climate: A review // Theor. Appl. Climatol. 2009. V. 96. P. 117–131.

[*Ulbrich et al., 2013*] Ulbrich U., Leckebusch G.C., Grieger J., Schuster M., Akperov M., Bardin M.Yu., Feng Y., Gulev S., Inatsu M., Keay K., Kew S.F., Liberato M.L.R., Lionello P., Mokhov I.I., Neu U., Pinto J.G., Raible C.C., Reale M., Rudeva I., Simmonds I., Tilinina N.D., Trigo I.F., Ulbrich S., Wang X.L., Wernli H., and the IMILAST team. Are Greenhouse Gas signals of Northern Hemisphere winter extra-tropical cyclone activity dependent on the identification and tracking methodology? // Meteorol. Z. 2013. V. 22. P. 61–68.

[*Uppala et al., 2005*] Uppala S.M., Kallberg P.W., Simmons A.J., Andrae U., Bechtold V.D., Fiorino M., Gibson J.K., Haseler J., Hernandez A., Kelly G.A., Li X. The ERA-40 reanalysis // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2005. V. 131. № 612. P. 2961–3012.

[*Valcke and Verron, 1996*] Valcke S., Verron J. Cyclone–anticyclone asymmetry in the merging process // Dyn. Atmos. Oc. 1996. V. 24. P. 227–236.

[*Vallis, 2006*] Vallis G.K. Atmospheric and Oceanic fluid dynamics. Cambridge: Univ. Press, 2006. 745 p.

[*Vecchi, 2012*] Vecchi G.A. Twenty–first century projections of North Atlantic tropical storms from CMIP5 models // Nat. Clim. Change. 2012. V. 2. P. 604–607.

[*Verkley, 1984*] Verkley W.T.M. The construction of barotropic modons on a sphere // J. Atm. Sci. 1984. V. 41. № 16. P. 2492–2504.

[*Villarini and Vecchi, 2012*] Villarini G., Vecchi G.A. Twenty–first–century projections of North Atlantic tropical storms from CMIP5 models // Nat. Clim. Change. 2012. V. 2(8). P. 604–607.

[*Virk et al., 1994*] Virk D., Melander M.V., Hussain F. Dynamics of a polarized vortex ring // J. Fluid Mech. 1994. V. 260. P. 23–55.

[*Voemel et al., 1995*] Voemel H., Oltmans S.J., Hofmann D.J., Deshler T., Rosen J.M. The evolution of the dehydration in the Antarctic stratospheric vortex // J. Geophys. Res. 1995. V. 100. Issue D7. P. 13919–13926.

[*Von Storch et al., 2000*] Von Storch H., Langenberg H., Feser F. A spectral nudging technique for dynamical downscaling purposes // Mon. Wea. Rev. 2000. V. 128. P. 3664–3673.

[*Wallace, 1988*] Wallace J.M. The climatological mean stationary waves: observational evidence // Large–scale dynamical processes in the atmosphere / B. Hoskins and R. Pearce (eds). London: Academic Press, 1988. P. 27–53.

[*Wang et al., 2006*] Wang X.L., Swail V.R., Zwiers F.W. Climatology and changes of extratropical cyclone activity: Comparison of ERA-40 with NCEP-NCAR reanalysis for 1958–2001 // J. Climate. 2006. V. 19. № 13. P. 3145–3166.

[*Wang et al., 2013*] Wang X., Feng Y., Compo G., Swail V., Zwiers F., Allan R., Sardeshmukh P. Trends and low frequency variability of extra-tropical cyclone activity in the ensemble of twentieth century reanalysis // Clim. Dyn. 2013. V. 40. P. 2775–2800.

[*Waugh et al., 1994*] Waugh D.W., Plumb R.A., Atkinson R.J., Schoeberl M.R., Lait L.R., Newman P.A., Loewenstein M., Toohey D.W., Avallone L.M., Webster C.R., May R.D. Transport out of the lower statosphere Arctic vortex by Rossby wave breaking // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 1071–1088.

[*Weeks et al., 1997*] Weeks E.R., Tian Y., Urbach J.S., Ide K., Swinney H.L., Ghil M. Transitions between blocked and zonal flows in a rotating annulus with topography // Science. 1997. V. 278 (5343). P. 1598–1601.

[*Wiedenmann et al., 2002*] Wiedenmann J.M., Lupo A.R., Mokhov I.I., Tikhonova E.A. The climatology of blocking anticyclones for the Northern and Southern Hemispheres: Block intensity as a diagnostic // J. Climate. 2002. V. 15. P. 3459–3473.

[*Wei-Hong and Shuai-Qi, 2010*] Wei-Hong Q., Shuai-Qi T. Identifying global monsoon troughs and global atmospheric centers of action on a pentad scale // Atmos. Oceanic Sci. Lett. 2010. V. 3. P. 1–6.

[*Welander, 1971*] Welander P. Some exact solutions to the equations describing the ideal fluid thermocline // J. Mar. Res. 1971. V. 29. P. 60–68.

[*Wilhelmsen, 1985*] Wilhelmsen K. Climatological study of polar lows near Norway, Part I, The period 1978□82. Oslo: Norwegian Meteor. Institute, 1985.

[*Williams, 1948*] Williams N.R. Developememt of dust whirls and similar small-scale vortices // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 1948. V. 29. P. 106–117.

[*Williams, 1985*] Williams G.P. Geostrophic regimes on a sphere and a beta plane // J. Atmos. Sci. 1985. V. 42. № 12. P. 1237–1243.

[*Williams, 1996*] Williams G.P. Jovian dynamics. Part I: Vortex stability, structure and genesis // J. Atmos. Sci. 1996. V. 53. № 18. P. 2685–2734.

[*Williams, 2002*] Williams G.P. Jovian dynamics. Part II: The genesis and equilibration of vortex sets // J. Atmos. Sci. 2002. V. 59. P. 1356–1370.

[*Willoughby 1979*] Willoughby H.E. Forced secondary circulations in hurricanes // J. Geophys. Res. 1979. V. 84. № 6. P. 3173–3183.

[*Willoughby 1990*] Willoughby H.E. Temporal changes of the primary circulation in tropical cyclones // J. Atmos. Sci. 1990. V. 47. P. 242–264.

[*Woollings et al., 2012*] Woollings T., Harvey B., Zahn M., Shaffrey L. On the role of the ocean in projected atmospheric stability changes in the Atlantic polar low region // Geophys. Res. Lett. 2012. V. 39. L24802.

[*Wordsworth et al., 2008*] Wordsworth R.D., Read P.L., Yamazaki Y.H. Turbulence, waves and jets in a differentially heated rotating annulus experiments // Phys. Fluids. 2008. V. 20. P. 126602.

[*Wurman and Gill, 2000*] Wurman J., Gill S. Finescale radar observations of the Dimmitt, Texas (2 June 1995), tornado // Mon. Wea. Rev. 2000. V. 128. P. 2135–2164.

[*Xia et al., 2008*] Xia H., Punzman H., Falkovich G., Shats M.G. Turbulence–condensate interaction in two dimensions // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101. № 19. P. 194504.

[*Xia et al., 2009*] Xia H., Shats M.G., Falkovich G. Spectrally condensed turbulence in thin layer // Phys. Fluids. 2009. V. 21. № 12. P. 125101.

[*Yamagata, 1976*] Yamagata T. On the propagation of Rossby waves in a weak shear flow //J. Meteor. Soc. Japan. 1976. V. 54. P. 126–128.

[*Yamasaki, 1974*] Yamasaki M. Finite amplitude convection in a conditionally unstable stratification // J. Met. Soc. Jap. 1974. V. 52. № 4. P. 365–379.

[*Ye et al., 2007*] Ye H., Fetzer E.J., Wong S., Lambrigtsen B.H., Wong T., Chen L., Dang V. More frequent showers and thunderstorm days under a warming climate: evidence observed over Northern Eurasia from 1966 to 2000 // Clim. Dyn. 2016. V. 49. P. 3619.

[*Yih, 2007*] Yih C.-S. Tornado-like flows // Phys. Fluids. 2007. V. 19. P. 076601.

[*Lin, 2007*] Yuh-Lang Lin Mesoscale dynamics. Cambridge: Univ. Press, 2007. 639 p.

[*Zahn and von Storch, 2008*] Zahn M., von Storch H. A long-term climatology of North Atlantic polar lows // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35, L22702. P. 1–6.

[*Zahn and von Storch, 2010*] Zahn M., von Storch H. Decreased frequency of North Atlantic polar lows associated with future climate warming // Nature. 2010. V. 467. P. 309–312.

[*Zhang and Wang, 2017*] Zhang C., Wang Y. Projected future changes of tropical cyclone activity over the Western North and South Pacific in a 20-km-Mesh Regional Climate Model // J. Climate. 2017. V. 30 (15). P. 5923–5941.

[*Zhang and Wang, 1997*] Zhang Y., Wang W.C. Model-simulated northern winter cyclone and anticyclone activity under a greenhouse warming scenario // J. Climate. 1997. V. 10. P. 1616–1634.

[*Zhang et al., 2017*] Zhang L., Karnauskas K., Donnelly J., Emanuel K. Response of the North Pacific tropical cyclone climatology to global warming: Application of dynamical downscaling to CMIP5 models // J. Climate. 2017. V. 30. P. 1233–1243.

[*Zermelo, 1902*] Zermelo E. Hydrodynamishe Untersuchungen über die Wirbelbewegungen in einer Kugelfläche // Z. Angew. Math. Phys. 1902. V. 47. P. 201–237.

[*Zeytounian, 1991*] Zeytounian R.K. Meteorological Fluid Dynamics (Asymptotic Modeling, Stability and Chaotic Atmospheric Motion) // Lecture Notes in Physics. New Series. Monographs. V. 5. Berlin; Heidelberg: Springer–Verlag, 1991. 346 p.

[*Zolina and Gulev, 2002*] Zolina O., Gulev S. Improving the accuracy of mapping cyclone numbers and frequencies // Mon. Wea. Rev. 2002. V. 130. P. 748–759.

Научное издание

ИНТЕНСИВНЫЕ АТМОСФЕРНЫЕ ВИХРИ И ИХ ДИНАМИКА

Под редакцией
И.И. Мохова, М.В. Курганского, О.Г. Чхетиани

Дизайн и компьютерная верстка *А.Н. Кураленко-Балакирев*

ООО «Издательство ГЕОС»
129315, Москва, 1-й Амбулаторный пр-д, 7/3-114.
Тел./факс: (495) 959-35-16, (499) 152-19-14, 8-926-222-30-91.
E-mail: geos-books@yandex.ru, www.geos-books.ru

Подписано к печати 20.05.2018.
Формат 70×100 1/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Уч. -изд. л. 40,5.
Тираж 300 экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета в ПИК “Идел-Пресс”
420066, Республика Татарстан, г.Казань, ул.Декабристов, 2.